

МАНЕ ШАШИЋ

ТРАНСПОРТ
ФЛУИДА И
ЧВРСТИХ
МАТЕРИЈАЛА
ЦЕВИМА

Научна Књига

ДР МАНЕ ШАШИЋ

ТРАНСПОРТ ФЛУИДА И ЧВРСТИХ МАТЕРИЈАЛА ЦЕВИМА

Научна Књига

БЕОГРАД, 1990.

Проф. др Мане Шашић
ТРАНСПОРТ ФЛУИДА
И ЧВРСТИХ МАТЕРИЈАЛА ЦЕВИМА

Издавач
„Научна књига“
Београд, Узун-Миркова 5

Рецензенти:
Проф. др Зоран Пројић
Проф. др Владан Ђорђевић

За издавача
Др Благо Перовић

Уредник
Никола Дончев

Технички уредник
Гордана Крсјић

Коректор
Нада Милисављевић

Корице
Снежана Нешић

Тираж 1500 примерака

ISBN 86-23-43044-1

Штампа:
Београдски издавачко-графички завод,
Београд, Булевар војводе Мишића 17

*Ову књигу посвећујем својим
родитељима*

САДРЖАЈ

	Страна
Предговор	IX
Увод	XI
Ознаке	XIII

I ДЕО — ТРАНСПОРТ ФЛУИДА ЦЕВИМА

ГЛАВА 1 — ФИЗИЧКА СВОЈСТВА ФЛУИДА	3
1.1. Густина и стишљивост	3
1.2. Вискозност	7
1.3. Коефицијент трења	11
1.4. Влажност гасова	14
1.5. Специфична топлота и топлотна проводљивост флуида	16
ГЛАВА 2 — ВОДОВОДИ	18
2.1. Хидраулични прорачун магистралних водовода	20
2.2. Хидраулични прорачун магистралних водоводних мрежа	21
2.2.1. Хидраулични прорачун разгранатих мрежа	23
2.2.2. Хидраулични прорачун прстенастих мрежа	27
2.3. Специјални водоводи	33
2.4. Хидраулични удар у водоводним инсталацијама	34
2.4.1. Фазе развоја хидрауличног удара	36
2.4.2. Брзина ширења поремећаја	38
2.4.3. Диференцијалне једначине хидрауличног удара	42
2.4.4. Заштита цевовода од хидрауличног удара	45
ГЛАВА 3 — НАФТОВОДИ	48
3.1. Производња и прерада сирове нафте	48
3.2. Изградња нафтовода	51
3.3. Технологија транспорта сирове нафте нафтоводима	55
3.4. Хидраулични прорачун нафтовода при изотермном струјању	58
3.5. Хидраулични прорачун нафтовода при неизотермном струјању	59
3.5.1. Системи загревања сирове нафте и њених тежих фракција	59
3.5.2. Пад температуре дуж нафтовода при сталном протоку	61
3.5.3. Пад температуре дуж нафтовода при променљивом протоку	62
3.5.4. Одређивање коефицијента пролаза топлоте кроз нафтовод	63
3.5.5. Одређивање пада притиска при неизотермном струјању	67
3.5.6. Карактеристика цевовода при неизотермном струјању	81
3.6. Двофазно струјање сирове нафте и гаса	82
3.6.1. Хидродинамика двофазног тока	82
3.6.2. Одређивање пада притиска при струјању двофазног тока	86
3.7. Заштита нафтовода од корозије	93
3.8. Одређивање топлоте за загревање сирове нафте и њених тежих фракција	96

ГЛАВА 4 — ГАСОВОДИ	101
4.1. Врсте и производња гаса	101
4.2. Класификација и елементи гасовода	102
4.3. Изградња гасовода	103
4.4. Хидраулични прорачун гасовода при изотермном струјању	104
4.4.1. Гасоводи високог и средњег притиска са константним протоком гаса	105
4.4.2. Гасоводи високог и средњег притиска са успутном потрошњом гаса	110
4.4.3. Гасоводи ниског притиска са константним протоком гаса	111
4.4.4. Гасоводи ниског притиска са успутном потрошњом гаса	112
4.5. Хидраулични прорачун гасовода при неизотермном струјању	114
4.5.1. Промена температуре гаса дуж ценовода	114
4.5.2. Одређивање пада притиска при неизотермном струјању и сталном протоку	116
4.5.3. Одређивање пада притиска при неизотермном струјању и променљивом протоку гаса	125
4.5.4. Адијабатско струјање гаса	126
4.6. Струјање течног гаса	140
4.7. Одређивање погонских карактеристика компресора	145
ГЛАВА 5 — ПАРОВОДИ	147
5.1. Хидраулични прорачун ценовода за транспорт прегрејане водене паре	147
5.2. Хидраулични прорачун ценовода за транспорт сувозасићене и влажне паре	150
ГЛАВА 6 — ТЕХНИЧКО-ЕКОНОМСКИ ПРОРАЧУН МАГИСТРАЛНИХ ЦЕВОВОДА	153
6.1. Инвестициони трошкови	153
6.2. Погонски трошкови	155
6.3. Трошкови транспорта нафтоводима	156
6.4. Пример техничко-економског прорачуна нафтовода	157
6.5. Трошкови транспорта гасоводима	160
6.6. Пример техничко-економског прорачуна гасовода	162
II ДЕО — ТРАНСПОРТ ЧВРСТИХ МАТЕРИЈАЛА ЦЕВИМА	
ГЛАВА 7 — ФИЗИЧКА СВОЈСТВА МЕШАВИНА	167
7.1. Крупиноћа и облик честица и храпавост њихове површине	167
7.2. Порозност и густина сипкавих материјала	171
7.3. Протоци и концентрација материјала у струји флуида	172
7.4. Густина мешавине флуид — чврсте честице	174
7.5. Брзина таложења честица	175
ГЛАВА 8 — ФЛУИДИЗАЦИЈА СИПКАВИХ МАТЕРИЈАЛА	181
8.1. Физички приказ хидромеханичких стања система флуид-чврсте честице	181
8.2. Одређивање пада притиска за време флуидизације	185
8.3. Одређивање прве критичне брзине флуидизације	191
8.4. Веза између порозности слоја и интензитета флуидизације	195
8.5. Одређивање друге критичне брзине флуидизације	197
ГЛАВА 9 — ПНЕУМАТСКИ ТРАНСПОРТ	199
9.1. Област примене пнеуматског транспорта	199
9.2. Предности и мане пнеуматског транспорта	200
9.3. Системи пнеуматског транспорта	201
9.4. Хоризонтални пнеуматски транспорт на основу флуидизације	201
9.5. Вертикални пнеуматски транспорт на основу флуидизације	205
9.5.1. Одређивање пада притиска при нестишљивом струјању	206
9.5.2. Одређивање пада притиска при стишљивом струјању	211
9.6. Летећи пнеуматски транспорт	215
9.6.1. Прорачун летећег пнеуматског транспорта при нестишљивом струјању	217
9.6.2. Прорачун летећег пнеуматског транспорта при стишљивом струјању	221

9.7. Гранична концентрација код летећег пнеуматског транспорта	225
9.8. Вертикални пнеуматски транспорт ваздушним елеватором	228
9.9. Статички електрицитет и таложење	230
ГЛАВА 10 — УРЕЂАЈИ ПНЕУМАТСКОГ ТРАНСПОРТА	233
10.1. Усисници	233
10.2. Дозатори	234
10.2.1. Секторски дозатори	235
10.2.2. Пужасти дозатори	236
10.2.3. Коморни дозатори	239
10.3. Циклони	242
10.4. Филтери	249
ГЛАВА 11 — ХИДРАУЛИЧНИ ТРАНСПОРТ	255
11.1. Преглед изграђених цевовода за хидраулични транспорт	255
11.2. Класификација хидрауличног транспорта	258
11.3. Струјање хомогене мешавине	261
11.3.1. Струјање суспензије	261
11.3.2. Транспорт суспензијама	267
11.4. Струјање нехомогене мешавине	267
11.4.1. Пад притиска услед трења нехомогене мешавине у хоризонталном цевоводу	267
11.4.2. Метода Диран-Кондолиоа	269
11.4.3. Метода Горјунова	274
11.4.4. Остале методе за прорачун хидрауличног транспорта у хоризонталном цевоводу	277
11.4.5. Упоредна анализа неких метода за прорачун хидрауличног транспорта у хоризонталном цевоводу	278
11.4.6. Пад притиска услед трења нехомогене мешавине у вертикалном цевоводу	285
11.4.7. Пад притиска нехомогене мешавине за време транспорта косим цевоводом	289
ГЛАВА 12 — УРЕЂАЈИ ХИДРАУЛИЧНОГ ТРАНСПОРТА	290
12.1. Пумпе за мешавину	290
12.2. Пнеумохидраулични лифт	294
12.2.1. Прорачун пнеумохидрауличног лифта	295
12.2.2. Конструкција пнеумохидрауличног лифта	297
12.3. Ејектори	299
12.3.1. Одређивање погонских параметара ејектора	300
12.3.2. Одређивање оптималних струјних и геометријских параметара ејектора	303
12.4. Други поступак за прорачун ејектора	306
12.4.1. Прорачун ејектора за транспорт флуида флуидом	307
12.4.2. Прорачун ејектора за хидраулични транспорт	312
ЛИТЕРАТУРА	315

ПРЕДГОВОР

Књига *Транспорти флуида и чврстих материјала цевима* садржи материју коју предајем студентима хидроенергетике, процесне технике и механизације на Машинском факултету у Београду. Поједина поглавља слушају и студенти термоенергетике и термотехнике у оквиру предмета Цевни водови, тако да се и они могу служити овом књигом. Књига се практично састоји из два дела: транспорта флуида цевима и транспорта сипкавих материјала цевима. У првом делу књиге изложена је материја о водоводима, нафтоводима, гасоводима и пароводима, а у другом делу материја о хидрауличном и пнеуматском транспорту. У посебној глави на почетку другог дела књиге описана је и флуидизација сипкавих материјала као једно од веома важних хидромеханичких стања мешавине флуид-чврсте честице. Флуидизација је редовни пратилац пнеуматског транспорта. Чак се и једна врста пнеуматског транспорта обавља на бази флуидизације материјала. Поред тога, већина прашинастих материјала мора да се подвргне флуидизацији у бункерима и силосима како би уопште могли да истичу из ових судова. У посебном делу на крају књиге изложен је и поступак техничко-економског прорачуна дугих цевовода, који базира на оптимизацији функције укупних трошкова транспорта. Поступак је илустрован примером прорачуна транспорта сирове нафте и гаса магистралним цевоводима, при чему је као критеријум оптималности узет захтев да трошкови транспорта буду минимални. Зато ова књига може корисно да послужи и студентима Саобраћајног факултета (Одсек за транспорт), студентима Технолошког и Рударског факултета који слушају курсеве о ускладиштењу и транспорту сирове нафте и гаса, као и свима онима који се баве транспортом флуида и сипкавих материјала на било који начин. У књизи сам изложио и резултате својих истраживања, до којих сам дошао бавећи се наведеним проблемима више од три деценије.

За време писања ове књиге служио сам се Међународним системом јединица. Приликом проучавања неизотермних струјања течности коришћена је температура у степенима Целзијуса (*Celsius*), односно кад је реч о неизотермним струјањима гасова и пара, коришћена је Келвинова (*Kelvin*) скала.

Уверен сам да би се ова материја могла изложити и на други начин. Ја сам, међутим, сматрао да је овако најбоље. Све добронамерне примедбе и сугестије радо ћу прихватити и узети у обзир приликом писања следећег издања, ако до њега буде дошло.

Захваљујем се колегама др Зорану Протићу, дипл. инж. и др Владану Ђорђевићу, дипл. инж., редовним професорима Машинског факултета у Београду, који су прочитали рукопис и дали ми низ корисних сугестија. Свесрдно сам их прихватио.

Захваљујем се и групи словослагача БИГЗ-а који су уложили велики труд и умеће да беспрекорно сложе овако тежак текст.

Београд, 1989.

Писац

УВОД

Цевоводи представљају веома ефикасна и економична средства за транспорт флуида и сипкавих материјала, нарочито кад су у питању велике количине и растојања транспорта. Цевоводи се могу сврстати у непокретна транспортна средства која, дакле, не захтевају енергију за сопствено кретање. Пумпе и компресори, као и остале радне машине које се користе за стварање струјне енергије код флуида и мешавина флуида и сипкавих материјала, такође су непокретни и у том смислу третирају се као и цевоводи. Транспорт цевоводима може да се аутоматизује и обавља помоћу даљинског командовања. Рад стручног особља своди се тада на контролу уређаја и инструмената за време транспорта. Ово су велике предности цевовода над покретним транспортним средствима (вагон-цистернама, танкерима, ауто-цистернама, вагонима за превоз сипкавих материјала) због чега су често незаменљиви јер обезбеђују континуалност, сигурност и економичност транспорта. Било које покретно транспортно средство за флуиде, на пример, у повратку мора да иде празно, јер се у истом суду врло ретко могу превозити различите материје.

Од флуида се најчешће цевоводима транспортује хладна и топла вода, сирова нафта и њени деривати, разне киселине у хемијској индустрији, ваздух, природни гас и гасови добијени гасификацијом чврстих горива, водена пара, разне меласе у прехранбеној и процесној индустрији, енергетски флуиди у термоенергетским и термотехничким постројењима итд. Кад је реч о сипкавим материјалима, коришћењем воде или ваздуха цевоводима се најчешће транспортују следећи материјали: све врсте уситњених руда и њихових јаловина, пепео и шљака, песак и ситни шљунак, гипс, глинаца, цемент, калцинисана сода, житарице и њихове прерађевине, шећер у кристалу, детерџенти у праху, резанци од шећерне репе, разни концентрати за исхрану живине и стоке, отпаци у индустрији дрвета, влакнасти материјали итд.

Хладна вода транспортује се цевоводима за потребе становништва и хидраната у насељеним местима, за наводњавање у пољопривреди, за хидроелектране и друга хидропостројења, за технолошке потребе у индустрији, у рударству ради флотације и хидрауличног транспорта уситњене руде или јаловине до депоније итд. Топла вода транспортује се цевоводима за централно грејање, за грејање стакленика и остваривање разних технолошких процеса у индустрији.

Транспорт сирове нафте на нафтоносним пољима од бушотина до сабирних станица, затим, од сабирних до отпремних станица ради утовара у танкере, вагон-цистерне или ауто-цистерне не може ни да се замисли без цевовода. Кад је реч о снабдевању континенталних рафинерија великих ка-

пацитета, сирова нафта се, такође, транспортује цевоводима. У последње време се и транспорт нафтиних деривата од рафинерија до великих потрошачких центара обавља цевоводима. Унутрашњи транспорт и развод уља за ложење свих врста, мазута и осталих енергетских флуида у термоенергетским постројењима обавља се искључиво цевоводима.

Од гасова се цевоводима најчешће транспортује ваздух за потребе у рударству, грађевинарству и за потребе пнеуматског транспорта прашинастих и зрнастих материјала, затим метан, пропан и бутан у течном или гасовитом стању, генераторски гас, гас високих пећи, водена пара итд. Транспорт водене паре за централно грејање и за разне потребе у индустрији обавља се искључиво цевоводима.

Нарочито се транспорт сирове нафте и природног гаса цевоводима развио и усавршио за последњих неколико деценија. Транспортна растојања достижу и неколико хиљада километара. Релативно ниске инвестиције за цевоводе и пумпне или компресорске станице сврстале су овај начин транспорта у ред најекономичнијих и према предвиђањима стручњака довешће га на прво место у блиској будућности. Развој технологије израде цеви великог пречника и струјних машина високог притиска најбоља су гаранција за то, а потребе данашњег света у енергетици су огромне и захтевају све веће количине свих врста сировина из Земљине утробе.

Хидраулично се транспортују само они материјали који се не растварају у води којом се обично обавља транспорт. То су првенствено концентрати свих врста руда и њихових јаловина, угаљ бољег квалитета, песак и ситнији шљунак за потребе у грађевинарству и насипање приобалних терена, пепео и шљака од термоелектрана и котларница до депонија земљане откривке површинских копова, гипс у фабрикама фосфорне киселине, црвени муљ у фабрикама алуминијума итд. Овде свакако спада и транспорт прашинастих материјала у виду суспензија и транспорт тешких метала суспензијама уместо водом.

Пнеуматски транспорт сипкавих материјала има још ширу примену, јер нема ограничења у вези са растварањем материјала као код хидрауличног транспорта. Одавно је познат пнеуматски транспорт свих врста житарица и њихових прерађевина у силосима, млиновима и фабрикама сточне хране. Пнеуматски се транспортују још и ови материјали: цемент у цементарама и за време његовог превоза вагон-цистернама или ауто-цистернама, електро-филтарски пепео у термоелектранама и котларницама, шећер у кристалу и лешник у фабрикама чоколаде и бомбона, калцинирана сода, талк, гипс, разни влакнасти материјали (резани дуван, отпаци текстилних влакана и коже), дрвена пиљевина и шушка у фабрикама за обраду и прераду дрвета, ливачки песак у индустријским ливницама итд. Овде треба споменути и пнеуматску пошту између појединих општина у великим градовима и административним центрима (поште, новинске агенције, сервиси у аутомобилској индустрији) као и транспорт узорака од производних хала до лабораторија у великим фабрикама за производњу разне опреме.

Због предности које транспорт флуида и сипкавих материјала цевима има над осталим начинима транспорта може се очекивати да ће већ кроз неколико година најразвијеније земље света бити ишаране цевоводима као што су данас испресецане ауто-путевима и железничким пругама. Само што цевоводи неће сметати другим објектима јер ће, углавном, бити положени испод површине земље на прописаној дубини.

ОЗНАКЕ

A — површина попречног пресека цево- вода	f — индекс за величине које се односе на флуид
A_f — проточна површина за флуид у пре- секу A	$\dot{m}$ — масени проток флуида
A_s — проточна површина за честице у пре- секу A	$\dot{m}_f$ — масени проток флуида у мешавини флуид-чврсте честице
A_o — површина попречног пресека пнеу- мохидрауличног лифта	$\dot{m}_s$ — масени проток чврстих честица у ме- шавини флуид-чврсте честице
Ar — Архимедов број	$\dot{m}_m$ — масени проток мешавине флуид- чврсте честице
a — брзина звука	g — убрзање Земљине теже
C — константа	H — дубина уроњавања пнеумо-хидрау- личног лифта
c — брзина честица у мешавини флуид- чврсте честице	H_d — доња топлотна моћ горива
c_z — средња запреминска концентрација честица у хоризонталном цевоводу	H_1 — усисна висина радне течности ејек- тора
c_k — средња конзистенција мешавине флуид-чврсте честице	H_2 — усисна висина усисаване мешавине ејектора
c_{zv} — средња запреминска концентрација честица у вертикалном цевоводу	H_g — геодезијска висина проточног пре- сека цевовода
c_{zu} — средња запреминска концентрација усисане мешавине у ејектор	h_f — губитак енергије при струјању флу- ида
c_{ku} — средња конзистенција усисане меша- вине у ејектор	h_m — губитак енергије при струјању меша- вине флуид-чврсте честице
c_n — средња специфична топлота транс- портоване течности	h — висина подизања мешавине пнеумо- хидрауличним лифтом
D — унутрашњи пречник неизолованог цевовода	i — енталпија транспортованог флуида
D_i — унутрашњи пречник изолованог це- вовода	i_f — хидраулични нагиб цевовода при струјању флуида
D_a — спољашњи пречник изолованог це- вовода	i_m — хидраулични нагиб цевовода при струјању мешавине флуид-чврсте честице
D_{ii} — унутрашњи пречник изолације на цевоводу	K — константа у формули за коефицијент трења
D_{ia} — спољашњи пречник изолације на це- воводу	k — коефицијент пролаза топлоте кроз цевовод
D_m — средњи рачунски пречник изолова- ног цевовода	k_R — коефицијент пролаза топлоте кроз резервоар
oE — унутрашњи пречник пенумохидрау- личног лифта	k_o — коефицијент уроњавања пнеумо-хи- драуличног лифта
d — средњи еквивалентни пречник чес- тица	L — укупна дужина цевовода
oE — степен Енглера за кинематичку вис- козност	l — дужина деонице цевовода
e — основа природног логаритма	M — Махов број
Fr — Фраудов број	m — експонент у закону промене вискоз- ности са температуром

m_e	— однос површина попречног пресека коморе за мешање и млазника ејектора	t_e	— средња температура зида цевовода
Nu	— Нуселтов број	t_i	— средња температура флуида дуж осе цевовода
n	— изложилац	t_a	— температура околине
n_e	— однос површина попречног пресека коморе за мешање и усисника ејектора	t_m	— средња температура течности
P	— снага пумпе или компресора	Δt_m	— средња логаритамска разлика температура
Pr	— Прантлов број	V	— укупна запремина флуида или мешавине
p	— апсолутни притисак флуида	V_s	— укупна запремина честица у запремини V
p_a	— атмосферски притисак ваздуха	V	— укупна запремина флуида у запремини V
p_m	— натпритисак флуида	v	— брзина транспортованог флуида у цевоводу
p_v	— потпритисак флуида	v_f	— рачунска брзина флуида у мешавини
p_c	— критични притисак при коме гас, уз критичну температуру, прелази у течно стање	v_m	— средња брзина мешавине у цевоводу
p_t	— тотални притисак флуида	v_o	— средња брзина трокомпонентне мешавине у пнеумохидрауличном лифту
p_{vp}	— парцијални притисак водене паре у влажном ваздуху	v_s	— брзина таложења честице облика кулице у флуидној средини која мирује
p_{sv}	— парцијални притисак сувог ваздуха у влажном ваздуху	v_{ss}	— брзина таложења „облака“ честица у флуидној средини која мирује
Δp_f	— пад притиска при струјању флуида	w	— средња релативна брзина флуида у односу на честице материјала у мешавини
Δp_s	— пад притиска због присуства честица у струји флуида	w_1^*	— привидна прва критична брзина флуидизације
Δp_m	— пад притиска при струјању мешавине	w_2^*	— привидна друга критична брзина флуидизације
Δp_e	— напор ејектора	Y	— јединични рад компресора
Q	— количина топлоте	Z	— функција која узима у обзир реалност гаса
q	— запремински проток флуида	z	— координата дуж струјног тока
q_f	— запремински проток флуида у мешавини	α	— угао нагиба струјног тока према хоризонту
q_s	— запремински проток честица у мешавини	α_t	— коефицијент прелаза топлоте са флуида на цековод
q_m	— запремински проток мешавине	α_a	— коефицијент прелаза топлоте са цевовода на околину
q_e	— запремински проток честица у насутном стању	β	— Бартов број
q_o	— запремински проток гаса при нормалним условима	δ	— апсолутна хравост унутрашњости цевовода
q_n^*	— специфична потрошња ваздуха у пнеумо-хидрауличном лифту	δ_o	— дебљина зида цевовода
R	— гасна константа, полупречник цевовода	δ_{iz}	— дебљина изолације
Re	— Рејнолдсов број	ε	— коефицијент средње порозности материјала
r	— латентна топлота испаравања или кондензовања	ζ	— коефицијент локалног отпора
s	— релативна густина честица у мешавини	κ	— однос специфичних топлота при сталном притиску и при сталној запремини
T	— температура гаса у степенима Келвина	μ	— коефицијент динамичке вискозности
T_c	— критична температура при којој гас, уз критични притисак, прелази у течно стање	μ_e	— коефицијент протока ејектора
T_t	— тотална температура гаса	μ_r	— коефицијент трења материјала о зид цевовода
T_m	— средња температура гаса	ν	— коефицијент кинематичке вискозности
T_p	— функција погонских трошкова транспорта	ρ	— густина флуида
T_Q	— функција трошкова загревања флуида		
T_g	— функција укупних годишњих трошкова транспорта		
t	— температура течности у степенима Целзијуса		

ρ_f	— густина флуида у мешавини флуид-чврсте честице	ω	— специфична влажност ваздуха
ρ_s	— густина материјала у мешавини флуид-чврсте честице	λ	— коефицијент трења флуида за време струјања
ρ_m	— густина мешавине флуид-чврсте честице	λ_f	— коефицијент трења флуида кад би он струјао протоком мешавине
ρ_{vp}	— густина водене паре у влажном ваздуху	λ_s	— допунски коефицијент отпора због присуства чврстих честица у струји флуида
ρ_{sv}	— густина сувог ваздуха	λ_m	— коефицијент трења мешавине флуид-чврсте честице
φ	— коефицијент проточности проточног пресека	λ_r	— коефицијент пропорционалности између радијалног притиска и аксијалног притиска при пнеуматском транспорту на бази флуидизације
φ_z	— коефицијент пуњења пнеуматског жлеба	λ_{sk}	— коефицијент трења ваздуха за време флуидизације чврстих честица сведених на еквивалентне куглице
φ_1	— коефицијент брзине млазника ејектора	λ_s	— специфични допунски коефицијент отпора због присуства чврстих честица у струји флуида
φ_p	— коефицијент протока водене паре при струјању са кондензацијом	λ_n	— коефицијент топлотне проводљивости транспортоване течности
φ_D	— Диранов допунски коефицијент отпора при струјању мешавине воде и чврстих честица	λ_g	— коефицијент топлотне проводљивости транспортованог гаса
ψ_k	— степен компресије или рекомпресије гаса	η_k	— коефицијент корисности компресора
ψ_s	— однос пада притиска при пнеуматском транспорту мешавине ваздуха и стварних честица и пада притиска при пнеуматском транспорту мешавине ваздуха и еквивалентних куглица	η_p	— коефицијент корисности пумпе
ψ_e	— коефицијент притиска ејектора	η_e	— коефицијент корисности ејектора
		η_m	— коефицијент корисности погонског мотора

I ДЕО

ТРАНСПОРТ ФЛУИДА ЦЕВИМА

ФИЗИЧКА СВОЈСТВА ФЛУИДА

Стање неког флуида одређено је низом физичких величина. Неке од њих припадају флуиду као материји и одређују његова физичка својства. То су, на пример, густина, стишљивост, вискозност итд. На понашање флуида за време струјања не утичу само вредности појединих његових физичких величина већ и облици закона који повезују те физичке величине и који одређују брзину њихове промене дуж струјног тока. Тако, на пример, иста промена температуре код разних течности и гасова при неизотермном струјању доводиће до различитог утицаја коефицијента трења на губитке енергије за време транспорта цевоводима. Промена притиска и температуре флуида за време струјања може да доведе и до двофазног тока за који не важе класични закони механике флуида. Проучавање кретања флуида у цевоводима је могућно, заправо, тек пошто се претходно упознају закони промене њихових физичких величина које представљају својства транспортованог флуида. Због тога је неколико следећих страна ове књиге и посвећено основним физичким величинама, чије вредности и промене дуж струјног тока имају велики утицај на понашање флуида у цевоводима за време транспорта.

1.1. ГУСТИНА И СТИШЉИВОСТ

Течности се за време хидрауличног прорачуна цевовода сматрају нестишљивим флуидом, осим кад се проверава издржљивост цевовода на хидраулични удар, а гасови и паре стишљивим или нестишљивим флуидом зависно од величине промене њихове густине, притиска и брзине дуж струјног тока. Примери хидрауличног прорачуна нестишљивог струјања су магистрални водоводи и нафтоводи, аспирациони цевоводи у хемијској и прехранбеној индустрији, струјање водене паре или топлог ваздуха у инсталацијама централног грејања итд. Међутим, струјање гасова или паре већим брзинама у дугим цевоводима, у које спадају магистрални гасоводи и пароводи, или великим брзинама кроз кратке цеви, увек је стишљиво и промена густине дуж струјног тока мора да се узме у обзир за време хидрауличног прорачуна таквих цевовода. Исто тако, густина гаса или паре мења се осетно кад ови флуиди истичу великом брзином кроз отворе и млазнике, или се њихово струјање пригушује ради смањења притиска.

Густина неке течности углавном зависи од њене температуре у области нормалних притисака и према Менделејеву (Менделеев) може да се одреди из обрасца:

$$\rho_t = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta(t - 20)},$$

у коме је ρ_{20} њена густина на 20°C , а β коефицијент запреминског ширења. У табели 1.1 наведене су, као пример, вредности за густину ρ_{20} и коефицијент β за просечне сирове нафте. Слика 1.1 показује да и мале промене температуре

Табела 1.1

$\rho_{20} \text{ (kg/m}^3\text{)}$	700—750	750—800	800—850	850—900	900—950	950—1000
$10^6\beta \text{ (}^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$	1201	1039	896	770	657	555

изазивају осетну промену густине код неких течности. Ово треба имати у виду приликом одређивања густине на средњој температури за време неизотермног струјања тих течности. Густина гаса зависи од притиска и температуре и за идеалан гас је:

$$p = \rho RT. \quad (1.1)$$

Овде је p (Pa) апсолутни притисак гаса, ρ (kg/m³) његова густина, R (J/kgK) гасна константа и T (K) апсолутна температура. Кад је у питању мешавина гасова, тада густина мешавине износи:

$$\rho_m = \frac{\sum_{i=1}^n r_i \rho_i}{\sum_{i=1}^n r_i},$$

где су r_i и ρ_i ($i=1, 2, \dots, n$) запреминска учешћа и густине појединих компонената у мешавини.

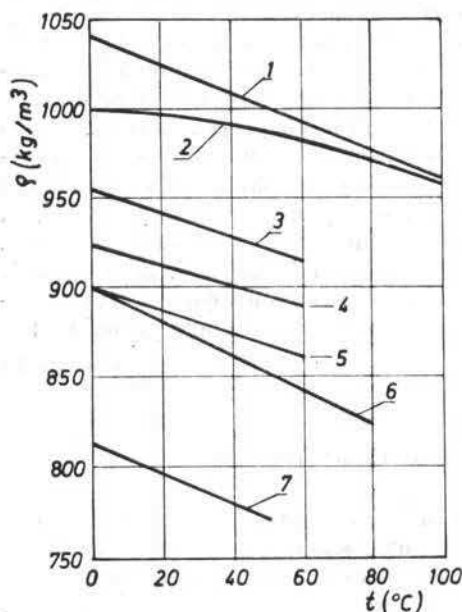
Реални гасови не поковавају се у потпуности закону који важи за идеалан гас и за њих је:

$$p = Z(p, T) \rho RT, \quad (1.2)$$

где је $Z(p, T)$ функција која показује одступање реалних гасова од идеалног гаса на посматраном притиску и температури. Ово одступање је све

веће што је притисак гаса виши а температура нижа. На слици 1.2 приказана је промена функције $Z(p, T)$ код неких гасова у зависности од редукованог притиска и редуковане температуре;

$$p_r = p/p_c, \quad T_r = T/T_c.$$



Слика 1.1. [1]

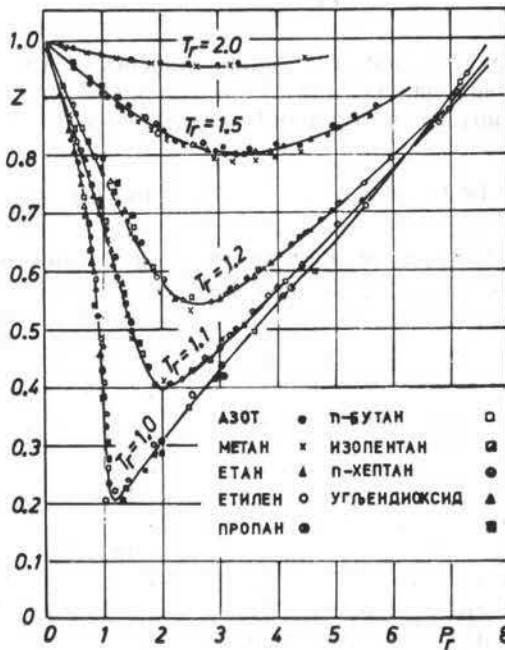
Промена густине са температуром код:
1 — катранског уља, 2 — воде, 3 — мексиканске нафте, 4 — тексашке нафте, 5 — персијске нафте, 6 — бензола и 7 — етил-алкохола 96%.

Са p_c (Pa) и T_c (K) означени су критични притисак и критична температура. Постоје и аналитички изрази за одређивање вредности функције $Z(p, T)$. Најчешће се користе обрасци Бертелoa (*Berthelot*) [3],

$$Z(p, T) = 1 + \frac{9}{128} \frac{p_r}{T_r} (1 - 6 T_r^{-2}), \quad (1.3)$$

и Адамова (*Адамов*) који, прилагођен Међународном систему јединица, гласи:

$$Z(p, t) = \frac{1}{1 + (245 - 2,75 t) 10^{-5} p}. \quad (1.4)$$



Слика 1.2 [2]
Зависност између коефицијента $Z(p, T)$, редукованог притиска и редуковане температуре

У овом последњем обрасцу се притисак p замењује у барима, а температура t у степенима Целзијуса (*Celsius*). За израчунавање вредности коефицијента $Z(p, T)$ може да се користи и зависност

$$Z(p, T) = p_r \varphi(1/T_r), \quad (1.5)$$

у којој је вредност функције $\varphi(1/T_r)$ дата у табели 1.2.

Табела 1.2

$1/T_r$	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
$\varphi(1/T_r)$	0,009	0,015	-0,005	-0,067	-0,180

Специјално за транспорт метана при константној температури од 18 °C Квал-нис (*Kvalnes*) и Кади (*Caddy*) предлажу следећу зависност [4]:

$$Z(p) = 1 - 236,6 \cdot 10^{-5} p + 67588 \cdot 10^{-10} p^2, \quad (1.6)$$

у којој се притисак p , такође, замењује у барима. Приликом хидрауличног прорачуна магистралних гасовода или паровода при изотермном струјању узима се средња вредност ове функције:

$$Z_m = \frac{1}{p_1 - p_2} \int_{p_2}^{p_1} Z(p) dp, \quad (1.7)$$

која може да се израчуна само кад се зна зависност $Z(p)$ и притисак на почетку и на крају цевовода. Ако се, на пример, у (1.7) замени зависност (1.6) и обави назначено интегралчење, добиће се средња вредност ове функције за метан:

$$Z_m = 1 - 118,3 \cdot 10^{-5} (p_1 + p_2) + 22589 \cdot 10^{-10} (p_1^2 + p_1 p_2 + p_2^2). \quad (1.8)$$

У табели 1.6 дате су, поред осталих величина, и вредности за критични притисак и критичну температуру за неке гасове.

Табела 1.3

гас	ознака	$M \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right)$	$R \left(\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right)$	$T_c \text{ (K)}$	$p_c \text{ (bar)}$	$\rho_0 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
Ваздух	—	28,97	287,0	132,2	37,7	1,293
Водена пара	—	18,02	461,4	647,2	221,3	0,804
Метан	CH_4	16,04	518,3	199,5	46,3	0,716
Етан	C_2H_6	30,07	276,5	305,2	49,6	1,342
Пропан	C_3H_8	44,09	188,6	369,8	42,6	1,968
<i>n</i> -Бутан	C_4H_{10}	58,12	143,1	425,8	34,9	2,594
<i>n</i> -Пентан	C_5H_{12}	72,15	115,2	470,0	33,5	3,221
<i>i</i> -Бутан	C_4H_{10}	58,12	143,1	406,9	37,0	2,594
<i>i</i> -Пентан	C_5H_{12}	72,15	115,2	461,0	33,4	3,221
Кисеоник	O_2	32,00	259,8	154,6	50,7	1,428
Азот	N_2	28,02	296,7	126,0	32,9	1,251
Угљен-моноксид	CO	28,01	296,8	133,0	34,9	1,250
Угљен-диоксид	CO_2	44,01	188,9	304,1	73,9	1,965
Водоник	H_2	2,02	4115,8	33,1	12,9	0,090
Амонијак	NH_3	17,03	488,2	405,3	152,0	0,760

Транспорт и испорука гаса потрошачима обављају се на разним притисцима и температурама. Зато је приликом обрачуна количина и цене гаса неопходно извршити свођење тих величина на исте услове. То су „нормални услови“ ($p_0=101325 \text{ Pa}$, $T_0=273 \text{ K}$), „стандардни услови“ ($p_0=101325 \text{ Pa}$, $T_0'=293 \text{ K}$) и услови који одговарају „нормалној атмосфери“ ($p_0=101325 \text{ Pa}$,

$T_n=288$ K). На пример, при наведеним условима сув ваздух би имао следеће вредности за густину:

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R T_0} = \frac{101325}{286,98 \cdot 273} = 1,293 \text{ kg/m}^3,$$

$$\rho'_0 = \frac{p_0}{R T'_0} = \frac{101325}{286,98 \cdot 293} = 1,205 \text{ kg/m}^3,$$

$$\rho_n = \frac{p_0}{R T_n} = \frac{101325}{286,98 \cdot 288} = 1,225 \text{ kg/m}^3.$$

У литератури се користе све три врсте услова. Често се наводе још и „*стандардни технички услови*“ ($p'_0=98066,5$ Pa, $T'_0=293$ K) при којима би за сув ваздух било $\rho'_0=1,166 \text{ kg/m}^3$.

1.2. ВИСКОЗНОСТ

Свакодневно коришћење течности и гасова показује да ове материје имају посебна својства. Њихови делићи су веома покретљиви. Довољна је мала сила да би се обавило померање једних делића у односу на друге. Међутим, нису делићи свих флуида једнако покретљиви. Трење између делића није исто код свих флуида због различите вискозности. Мерило вискозности неког флуида је коефицијент динамичке вискозности μ (Ns/m²) или кинематичке вискозности ν (m²/s), између којих постоји веза: $\mu = \rho \nu$. Динамичку вискозност дефинисао је Њутн (Newton) као коефицијент сразмерности између тангентног напона и промене брзине у правцу нормале у односу на правац струјања:

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial n}.$$

Динамичка вискозност зависи од притиска и температуре флуида. Утицај температуре далеко је јачи, нарочито кад притисци нису изузетно високи. У табели 1.4 дате су вредности динамичке вискозности неких гасова на разним температурама и нормалном притиску $p_0=101325$ Pa.

Из табеле се види да се динамичка вискозност код гасова повећава са порастом температуре. Код течности је обрнут случај. Код њих динамичка вискозност расте кад температура опада. Зато се изразито вискозне течности и загревају пре транспорта цевоводима да би им се смањила вискозност. Иначе, динамичка вискозност гасова на одговарајућој температури може да се израчуна из обрасца Садерленда (Sutherland) ако се зна њена вредност на температури T_0 . Тај образац гласи:

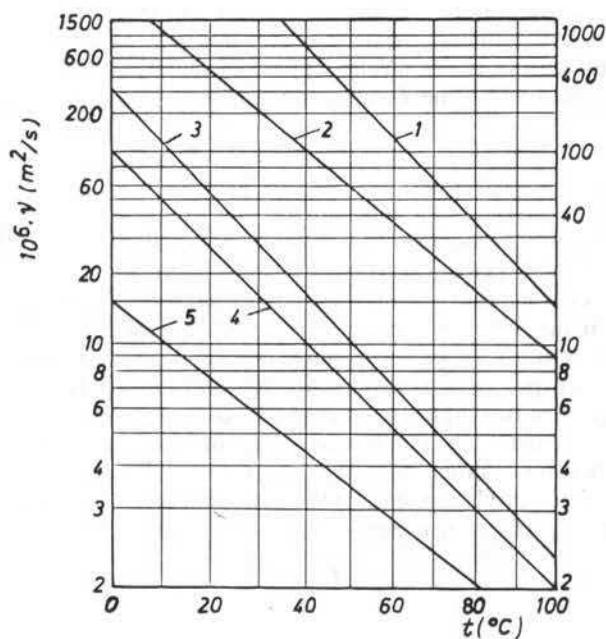
$$\mu_T = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + C_0}{T + C_0}. \quad (1.9)$$

У њему C_0 означава константу Садерленда чија се вредност налази у последњој колони табеле 1.4. За температурне разлике -20 °C до 500 °C може да се користи приближан образац

$$\mu_T \approx \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^m,$$

Табела 1.4

	Динамичка вискозност $10^6 \mu$ (Ns/m ²)							Константа Садерленда
Гас	t (°C)							
	—10	0	20	40	60	80	100	
Ваздух	16,68	17,07	18,15	19,13	20,01	20,90	21,78	112
Метан	10,00	10,20	10,99	11,58	12,26	12,85	13,34	164
Кисеоник	18,54	19,23	20,31	21,39	22,46	23,45	24,43	125
Азот	16,17	16,58	17,66	18,54	19,33	20,21	20,99	102
Угљен- -моноксид	16,17	16,58	17,66	18,54	19,33	20,21	20,99	102
Угљен-диоксид	13,34	13,83	14,81	15,79	16,78	17,76	18,64	273
Водоник	8,14	8,44	8,73	9,22	9,61	10,01	10,30	72
Амонијак	8,93	9,32	10,10	10,89	11,67	12,46	12,85	503
Коксни гас	12,07	12,46	13,15	13,83	14,52	15,21	15,79	120
Генерат. гас	15,79	16,19	17,17	18,05	18,93	19,82	20,60	120
Гас вис. пећи	15,99	16,48	17,46	18,34	19,33	20,11	20,99	120
Водени гас	14,62	15,01	15,89	16,78	17,56	18,34	19,13	120



Слика 1.3 [1]

Промена кинематичке вискозности са температуром код: тешког катранског уља из мрког угља (1) и каменог угља (2), лаког катранског уља из мрког угља (3) и каменог угља (4) и лаког лож-уља из сирове нафте (5)

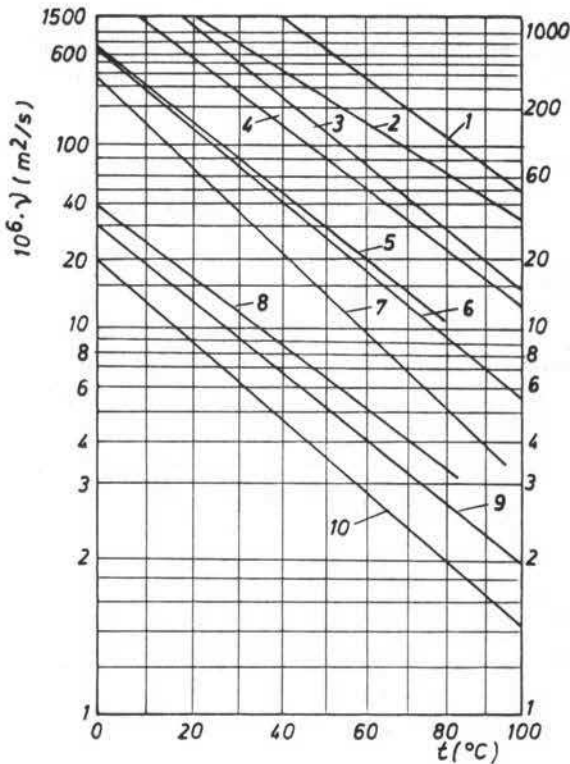
где је $m=0,76$ за ваздух, $m=0,874$ за метан, $m=0,866$ за угљен-диоксид, $m=1,05$ за амонијак итд. За одређивање динамичке вискозности мешавине га-сова Хернинг-Циперер (*Herning-Zippperer*) [1] предлажу образац

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n r_i \mu_i \sqrt{M_i T_{ci}}}{\sum_{i=1}^n r_i \sqrt{M_i T_{ci}}}, \quad (1.10)$$

у коме r_i , μ_i , M_i , T_{ci} означавају редом запреминско учешће, динамичку вискозност, молекулску масу и критичну температуру појединих компонената у мешавини.

Зависност између вискозности и температуре код течности даје се обично у виду дијаграма (као, на пример, на сликама 1.3 и 1.4), или у облику једног од следећих образаца:

$$\log \log v = a + bt, \quad \frac{1}{v} = a + bt + ct^2, \quad v = B_0 e^{b_0/T}, \quad v = C/t^m. \quad (1.11)$$



Слика 1.4 [1]

Промена кинематичке вискозности са температуром код сирове нафте из 1 — Аргентине, 2 — Мексика, 3 — Немачке, 4 — СССР-а, 5 — Тексаса, 6 — Румуније, 7 — Ирана, 8 — Кувајта, 9 — Борнеа, 10 — Галиције.

Уместо температуре t ($^{\circ}\text{C}$) може да се стави T (K), при чему ће константе a , b , c , C , B_0 , b_0 имати тада друге вредности. Ове константе се одређују из наведених једначина мерењем вискозности на онолико температура колико има изабрани израз констаната. Треба настојати да те температуре буду између почетне и крајње температуре у цевоводу, које се очекују за време транспорта. Ако се очекује велики пад температуре у цевоводу за време транспорта, тада треба температурни интервал делити на више делова и одредити закон промене вискозности са температуром за сваки део подељеног температурног интервала. Најчешће се вискозност течности мери Енглеровим (*Engler*) вискозиметром па је, ради примене измерене вредности, потребно извршити прерачунавање у *СИ јединице*. У ту сврху може да послужи образац Убелодеа (*Ubbelohde*) [5],

$$\nu = \left(7,31 \cdot E - \frac{6,31}{E} \right) 10^{-6} \quad (1.12)$$

или Фогела (*Vogel*) [1],

$$\nu = 7,60^{(1-E^{-3})} E \cdot 10^{-6}, \quad (1.13)$$

у којима E означава вредност вискозности у Енглеровим (*Engler*) степенима. За $\nu > 10 E$ Фогелов образац може да се користи у приближном облику:

$$\nu \cong 7,60 \cdot E \cdot 10^{-6}. \quad (1.14)$$

У табели 1.5 дати су резултати прерачунавања вискозности од 1 до 10 E према обрасцу (1.13).

Табела 1.5

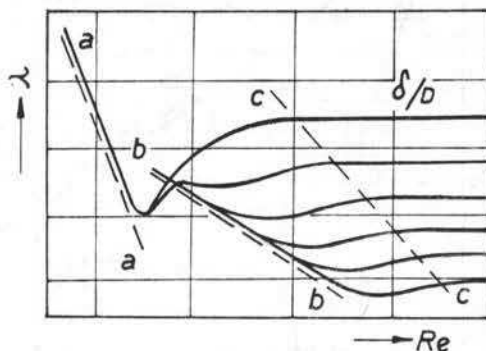
E	$10^6 \nu$ (m^2/s)	E	$10^6 \nu$ (m^2/s)	E	$10^6 \nu$ (m^2/s)
1,00	1,00	2,0	11,8	4,0	29,3
1,05	1,40	2,1	12,8	4,2	30,9
1,10	1,80	2,2	13,8	4,4	32,5
1,15	2,30	2,3	14,8	4,6	34,1
1,20	2,80	2,4	15,7	4,8	35,7
1,25	3,30	2,5	16,6	5,0	37,4
1,30	3,90	2,6	17,5	5,5	41,2
1,35	4,50	2,7	18,4	6,0	45,1
1,40	5,00	2,8	19,3	6,5	49,0
1,45	5,60	2,9	20,2	7,0	52,9
1,50	6,25	3,0	21,1	7,5	57,0
1,60	7,45	3,2	22,8	8,0	60,8
1,70	8,50	3,4	24,5	8,5	64,6
1,80	99,60	3,6	26,1	9,0	68,4
1,99	10,70	3,8	27,7	10,0	76,0

1.3. КОЕФИЦИЈЕНТ ТРЕЊА

Димензијска анализа показује да коефицијент трења у општем случају зависи од Re броја и релативне храпавости δ/D оквашене површине цевовода. У једном одређеном подручју Re броја релативна храпавост оквашене површине не утиче на коефицијент трења. Наиме, дебљина граничног слоја обрнуто је сразмерна квадратном корену из Re броја и при малим вредностима Re броја гранични слој је довољно дебео да прекрива све неравнине па се цев понаша као да је глатка. То је област ламинарног струјања (коефицијент трења мења се дуж праве $a-a$ на слици 1.5) за коју Навје-Стоксове (*Navier-Stokes*) једначине за цев кружног пресека доводе до зависности:

$$\lambda = 64/Re. \quad (1.15)$$

Непосредно иза ламинарне области простире се прелазна зона (део између правих $a-a$ и $b-b$) коју у примени треба избегавати. Ако и при даљем повећању Re броја дебљина граничног слоја буде већа од неравнина, што треба проверити израчунавањем дебљине граничног слоја помоћу једног од приближних образаца, на пример помоћу Прантловог (*Prandtl*) обрасца



Слика 1.5
Зависност коефицијента трења од Рејнолдсовог броја и релативне храпавости.

$$\delta_{gs} = 62,7 D/Re^{0,875}, \quad (1.16)$$

цев ће се понашати као да је глатка (каже се да је цев хидраулички глатка) и коефицијент трења ће се мењати дуж праве, $b-b$ коју апроксимира образац Блазијуса (*Blasius*) за $4000 < Re < 100000$,

$$\lambda = 0,3164/Re^{0,25}. \quad (1.17)$$

У струјној области између правих $b-b$ и $c-c$ на коефицијент трења утиче и Re број и релативна храпавост δ/D цевовода.

Према Алтшулу (*Алтишул*) положај ових линија одређен је граничним вредностима Re броја, које се израчунавају посредством израза:

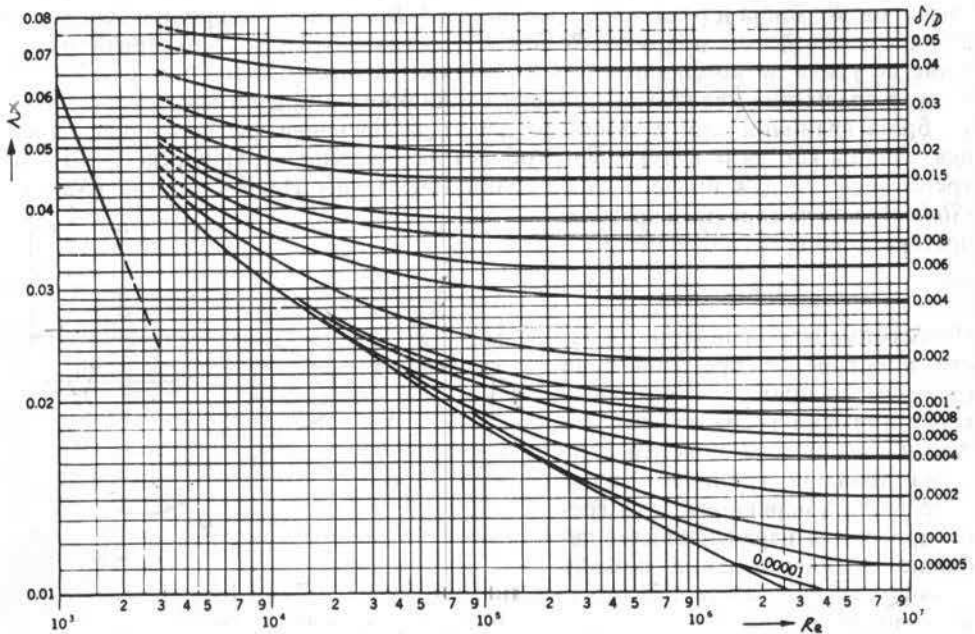
$$Re' = \frac{59,5}{\Delta^{8/7}}, \quad Re'' = \frac{665 - 765 \log(\Delta)}{\Delta},$$

где је $\Delta = 2\delta/D$. За одређивање коефицијента трења у овој области литература нуди највише образаца који често дају веома различите вредности. Ипак из мноштва тих образаца треба издвојити обрасце Колбрука (*Colebrook*) и Алтшула (*Алтишул*):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\delta}{3,71 D} \right), \quad (1.18)$$

$$\lambda = 0,1 \left(\frac{1,46 \delta}{D} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{\delta}{D} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}. \quad (1.19)$$

Због важности области између правих $b-b$ и $c-c$ за техничку праксу, срачу-
нат је према обрасцу (1.18) и дијаграм који је приказан на слици 1.6.



Слика 1.6 [6]

Зависност коефицијента трења од Re броја и релативне храпавости код тех-
ничких цев

Обрасци Колбрука (*Colebrook*) и Алтшула добро се слажу и дају вред-
ности за коефицијент трења које се заиста и остварују у техничким цевима.
Осим тога, оба обрасца дају употребљиве вредности за коефицијент трења
и за област десно од праве $c-c$, за коју се иначе препоручује Шифринсонов
(*Schiffrinson*) образац:

$$\lambda = 0,111 (\delta/D)^{0,25}. \quad (1.20)$$

Он не представља ништа друго него образац Алтшула за велике вредности
 Re броја, у ком случају се други члан у изразу (1.19) може занемарити према
првом члану. Примећује се да се Алтшулов образац своди на Блазијусов об-
разац за цевоводе изразито мале храпавости, јер се тада први члан у изразу
(1.19) може занемарити према другом члану.

Поред наведених обрзаца и дијаграма, за одређивање коефицијента
трења могу да послуже и други извори. Тако се, на пример, за одређивање
коефицијента трења приликом изотермног струјања сирове нафте препоручује
Лангеов (*Lange*) образац:

$$\lambda = 0,02 + 1,7/Re^{0,5}, \quad (1.21)$$

или, за време прорачуна гасовода, Женероова (*Genereaux*) формула [4]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,6 \log \frac{Re \sqrt{\lambda}}{2} + 0,6. \quad (1.22)$$

Код гасовода је обично $5 \cdot 10^4 < Re < 5 \cdot 10^7$ те се најчешће користи још простији образац:

$$\lambda = 0,1206 / Re^{0,1505} \quad (1.23)$$

У току прорачуна је обично Re број непознат, што је у пракси и најчешћи случај, па се његова вредност мора усвајати или одређивати коришћењем приближних образаца. Врло често се користе обрасци Вејмута (*Weymouth*) и Блеса (*Bless*):

$$\lambda = \frac{0,00941}{D^{0,33}}, \quad \lambda = 0,0125 + \frac{0,0011}{D} \quad (1.24)$$

После израчунавања осталих хидрауличних величина као и Re броја, мора се наћи тачнија вредност коефицијента трења према одговарајућим обрасцима и рачун понављати све док се не оствари захтевана тачност.

Одређивању коефицијента трења за време хидрауличног прорачуна цевовода треба посветити посебну пажњу. Нарочито кад је реч о магистралним цевоводима, који су често толико дуги да се при одређивању пада притиска услед трења може веома много погрешити уколико се коефицијент трења не одреди добро. Мора да се води рачуна и о томе да се коефицијент трења при неизотермном струјању мења дуж цевовода због промене вискозности флуида услед размене топлоте са околином. При изотермном струјању коефицијент трења је константан без обзира да ли је струјање флуида стишљиво или нестишљиво, јер се дуж цевовода не мења ни Re број ни релативна храпавост цевовода.

У табели 1.6 дате су вредности за апсолутну храпавост техничких цеви које се најчешће користе у пракси.

1.4. ВЛАЖНОСТ ГАСОВА

За гас се каже да је влажан кад у себи садржи водену пару. Разуме се, о влажности неког гаса има смисла говорити ако тај гас не реагује са воденом паром. Гас је сув кад у себи не садржи нимало водене паре. Овде ће се даље говорити само о влажности ваздуха јер је то један од најважнијих техничких гасова а водена пара, од свих компонената које чине ваздух, највише утиче на његова својства. Количина водене паре коју ваздух може да прими зависи од његове температуре. Што је температура ваздуха виша то он може да прими већу количину водене паре. Кад ваздух на одређеној температури не може више да прима водену пару тада је он zasiћен. Ако код zasiћеног ваздуха дође до пада температуре, тада ће се одређена количина водене паре кондензовати и у облику капљица издвојити из ваздуха. О овоме се мора водити рачуна кад се ваздух користи за пнеуматски транспорт хигроскопних материјала, јер се може десити да се транспорт потпуно онемогући лепљењем материјала на унутрашњим површинама цевовода које се оросе кондензованом воденом паром. Као мерило влажности ваздуха у пракси се најчешће користи специфична и релативна влажност.

Специфична влажност ваздуха дефинисана је као однос масе водене паре и масе сувог ваздуха у посматраној запремини мешавине ваздух-водена пара:

$$\omega = \frac{m_{vp}}{m_{sv}} = \frac{\rho_{vp}}{\rho_{sv}}.$$

Табела 1.6

Врста цеви, материјал и стање	δ (mm)
1. ВУЧЕНЕ—БЕШАВНЕ ЦЕВИ Цеви од бакра, месинга, стакла, технички глатке цеви Нове челичне цеви Челичне цеви чишћене после употребе Челичне битуминизирани цеви Зарђале челичне цеви Јако зарђале челичне цеви Челичне цеви за нафтоводе Челичне цеви за водоводе	0,0015 0,002—0,10 0,15—0,40 0,40 0,40 до 3,00 0,20 1,20—1,50
2. ВАРЕНЕ—ШАВНЕ ЦЕВИ Нове челичне цеви, или старе челичне цеви у врло добром стању Нове битуминизирани челичне цеви Употребљаване битуминизирани челичне цеви у добром стању Дуго употребљаване челичне цеви Јако зарђале челичне цеви Изразито јако зарђале челичне цеви	0,04—0,10 0,05 0,10—0,15 0,50 1,00—1,50 2,00—4,00
3. ПОЦИНКОВАНЕ ЧЕЛИЧНЕ ЦЕВИ Равномерно поцинковане нове челичне цеви за гасоводе Обично поцинковане нове челичне цеви за гасоводе Грубо поцинковане челичне цеви за водоводе и остало	0,05—0,10 0,10—0,15 0,50
4. ЦЕВИ ОД ЛИВЕНОГ ГВОЖЂА Нове цеви од ливеног гвожђа Нове битуминизирани цеви од ливеног гвожђа Водовне употребљаване цеви Очишћене зарђале цеви Јако зарђале цеви од ливеног гвожђа	0,25—1,00 0,10—0,15 1,00—1,50 0,30—1,50 2,00—4,00
5. ОСТАЛЕ ВРСТЕ ЦЕВИ Глачане бетонске цеви Неглачане бетонске цеви Бетонске цеви са грубом површином, ливене у дрвеној оплати Нове азбестно-цементне цеви Употребљаване азбестно-цементне цеви Дрвене фино обрађене цеви Дрвене средње обрађене цеви Керамичке дренажне цеви Канализацијске глазиране цеви	0,30—0,80 1,30—3,00 3,00—9,00 0,05—1,00 0,60 0,15 0,30 0,45—6,00 0,25—6,00

Коришћењем једначине стања идеалног гаса, специфична влажност може да се напише као:

$$\omega = 0,622 \frac{p_{vp}}{p_{sv}}. \quad (1.25)$$

Овде су p_{vp} и p_{sv} парцијални притисци водене паре и сувог ваздуха у мешавини ваздух—водена пара.

Релативна влажност дефинисана је као однос масе водене паре у мешавини ваздух — водена пара и масе водене паре у тој истој мешавини кад би она била засићена на тој температури:

$$\varphi = \frac{m_{vp}}{m''_{vp}} = \frac{\rho_{vp}}{\rho''_{vp}} = \frac{p_{vp}}{p''_{vp}}.$$

Посредством једначине стања за идеалан гас и израза за специфичну влажност, може да се дође до обрасца за релативну влажност који се често користи у облику:

$$\varphi = \frac{\omega}{0,622} \frac{p_{sv}}{p''_{vp}}, \quad (1.26)$$

где је p''_{vp} парцијални притисак водене паре засићене мешавине ваздух — водена пара.

Према Далтоновом (*Dalton*) закону притисак мешавине ваздух — водена пара износи:

$$p = p_{vp} + p_{sv},$$

одакле је, после коришћења израза (1.25),

$$p_{vp} = \frac{p}{\frac{0,622}{\omega} + 1}. \quad (1.27)$$

Парцијални притисак водене паре у мешавини ваздух — водена пара мења се променом притиска мешавине, а тиме се мења и релативна влажност ваздуха што се мора имати у виду када се ради о струјању влажног ваздуха или мешавине влажног ваздуха и чврстог материјала. Кад је у питању примена сабијеног ваздуха за пнеуматски транспорт хигроскопних материјала, онда се он мора хладити како би му се смањила влажност. Кондензована водена пара се том приликом одваја у апсорберима. Густина мешавине ваздух — водена пара износи:

$$\rho = \rho_{sv} + \rho_{vp}, \quad (1.28)$$

где су ρ_{sv} и ρ_{vp} густине сувог ваздуха и водене паре у мешавини. Њихова вредност је:

$$\rho_{sv} = \frac{p - \varphi p''_{vp}}{R_{sv} T}, \quad \rho_{vp} = \varphi \rho''_{vp}. \quad (1.29)$$

Дакле заменом израза (1.29) у (1.28) добија се

$$\varrho = \frac{p - \varphi p_{vp}''}{R_{sv} T} + \varphi \varrho_{vp}'', \quad (1.30)$$

где је ϱ_{vp}'' густина водене паре засићене мешавине ваздух — водена пара, чије се вредности, као и вредности за p_{vp}'' , узимају из табела или дијаграма за водену пару на температури мешавине.

1.5. СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА И ТОПЛОТНА ПРОВОДЉИВОСТ ФЛУИДА

Ове две величине и закон њихове промене дуж цевовода потребно је познавати за време хидрауличног прорачуна цевовода при неизотермном струјању течности и гасова. То су, углавном, парафинске сирове нафте и њихове тешке фракције, разне меласе и остале сировине које се за време транспорта морају загревати јер су веома вискозне на температури околине, затим гасови и паре који се због остваривања разних технолошких процеса морају транспортовати у топлом стању, или кад им температура опада низводно због велике експанзије или пригушења у мерним и регулационим органима.

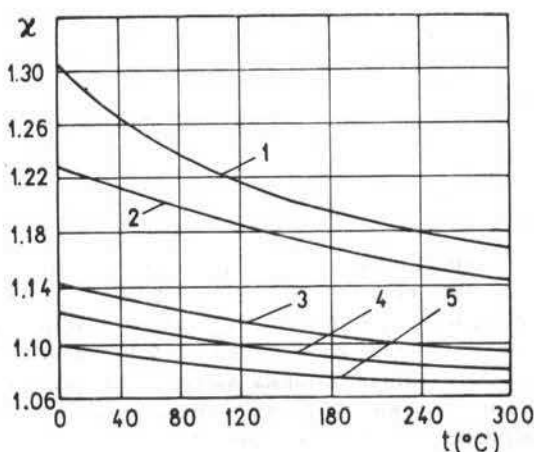
Овде ће се под специфичном топлотом подразумевати количина топлоте коју је потребно уложити у 1 kg неког флуида ради повишења његове температуре за 1(°C) или 1(K). Специфична топлота сирове нафте креће се између 1700 и 2500 J/kgK кад јој се температура мења од 0 до 110 °C. За израчунавање специфичне топлоте ових сировина користи се образац [8]

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\varrho_{15}}} (1687 + 3,39 t)$$

у коме t (°C) представља средњу прорачунску температуру за време транспорта. Разуме се, могу да се користе и други обрасци за одређивање специфичне топлоте ових сировина и других течности које морају да се транспортују у топлом стању.

Специфична топлота гасова зависи од температуре и природе процеса по коме се мења њихово стање у току транспорта. У пракси се користе две специфичне топлоте гасова: c_p (J/kgK) која одговара сталном притиску и c_v (J/kgK) која одговара сталној запремини гаса. Њих повезује Мајерова (Mayer) једначина:

$$c_p - c_v = R,$$



Слика 1.7 [7]

Промена односа c_p/c_v са температуром код неких гасова: 1—метан, 2—етан, 3—пропан, 4—бутан, 5—пентан

запремини гаса. Њих повезује Мајерова (Mayer) једначина:

у којој је $R(\text{J/kgK})$ гасна константа. При адијабатској промени стања њихов однос одређује експонент адијабате $\kappa = c_p/c_v$. За једноатомне гасове је $\kappa = 1,667$, за двоатомне $\kappa = 1,41$ и за вишеатомне $\kappa = 1,34$. На слици 1.7 дата је промена овог експонента са температуром за неке гасове. Дакле, са порастом температуре ових гасова експонент адијабате опада.

За одређивање топлотне проводљивости $\lambda_n(\text{J/msK})$ сирове нафте и њених фракција користи се формула [8]

$$\lambda_n = \frac{137}{\varrho_{15}} (1 - 0,00054 t),$$

у којој ϱ_{15} означава густину на 15°C . Примена ове формуле у температурном интервалу од 0 до 200°C не даје већу грешку од 10% у односу на измерене вредности. За израчунавање топлотне проводљивости гасова на одговарајућој температури препоручује се следећи образац [7]:

$$\lambda = \lambda_{go} \left(\frac{T}{T_o} \right)^n,$$

где је $\lambda_{go}(\text{J/msK})$ топлотна проводљивост гаса при нормалним условима ($p_o = 101325 \text{ Pa}$, $T_o = 273 \text{ K}$) и n експонент који се одређује експериментално, чије се вредности за неке гасове наводе у табели 1.7.

Табела 1.7

Гас	λ_{go}	n	Гас	λ_{go}	n
Метан	0,03	1,40	<i>i</i> -Пентан	0,0128	1,85
Ацетилен	0,0184	1,63	<i>n</i> -Пентан	0,0124	1,85
Етилен	0,0164	1,65	Водоник	0,1630	0,78
Етан	0,0180	1,67	Азот	0,0228	0,80
Пропилен	—	1,76	Кисеоник	0,0240	0,87
Пропан	0,0148	1,77	Ваздух	0,0245	0,82
<i>i</i> -Бутилен	—	1,83	Угљен-моноксид	0,0226	0,80
<i>i</i> -Бутан	0,0139	1,84	Угљен-диоксид	0,0137	1,23
<i>n</i> -Бутан	0,0135	1,84	Водена пара	—	1,48

Треба напоменути да се топлотна проводљивост гасова повећава са порастом притиска. То повећање је осетније у области виших притисака. До десет бара топлотна проводљивост гасова повећава се за 1% по једном бару пораста притиска.

ВОДОВОДИ

Под водоводима се не подразумевају само цевоводи за транспорт и дистрибуцију воде потрошачима већ и уређаји за захватање воде на извориштима, њено пречишћавање и припрему за употребу, пумпне станице и уређаји за заштиту од хидрауличног удара, резервоари, водоторњеви итд. Водоводне инсталације се обично граде од цеви кружног пресека и у њима се вода налази под притиском да би се обезбедила планирана расподела потрошачима који се налазе на разним геодезијским висинама и захтевају различите количине воде.

Водоводне цеви се израђују од ливеног гвожђа, челика, мешавине азбеста и цемента, армираног бетона и пластичних маса (полиетилен и поливинилхлорид). Избор врсте цеви врши се на основу хидрауличног и механичког прорачуна, економске рачунице и санитарних услова, корозионе агресивности терена и транспортоване воде, услова за експлоатацију водовода итд.

Цеви од ливеног гвожђа користе се за водоводе у којима притисак не прелази десет бара. Због слабе еластичности осетљиве су на променљиве притиске и често пуцају за време хидрауличних удара. Веома су дуговечне и лако се заптивају на местима спајања. Подложне су корозији ако нису добро заштићене одговарајућим премазима који се наносе на њихове површине још за време израде у фабрикама.

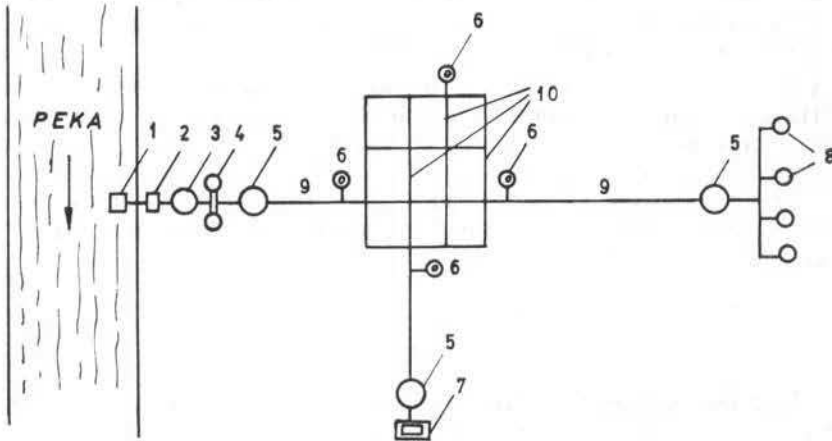
Челичне цеви имају велику механичку чврстоћу и еластичност и због тога се користе за магистралне водоводе и уопште за водоводе високог притиска. Челичне цеви се користе и онда кад водовод мора да прође испод железничке пруге или пута, или кад се полаже у порозном терену и сеизмолошки осетљивим подручјима. Велики недостатак челичних цеви је њихова осетљивост на корозију. Обично се заштићују премазима на бази битумена и то за време полагања у земљу. Данас се много ради на усавршавању разних поступака за облагање челичних цеви пластичним масама споља и изнутра, чиме се спајају добре стране челичних и пластичних цеви а одстрањују њихове лоше стране. Постоје и прописи о заштити металних цевовода који се полажу у земљу и који узимају у обзир не само агресивност терена већ и важност линије у односу на последице које би наступиле оштећењем цевовода. За време пуцања водоводних цеви долази до великих губитака воде уз осетно смањење притиска у мрежи. У последње време се дуж магистралних водовода поставља и катодна заштита. Водоводи који се пружају дуж трамвајских линија заштићују се и од лутајућих струја. Врло често се метални цевоводи уопште који би били угрожени јаком корозијом заштићују и на тај начин што се они постав-

љају у посебне цеви од неметала и тако полажу у земљу. За транспорт воде са ниским вредношћу pH фактора, као и воде са великим садржајем кисеоника, угљен-диоксида, сулфата и хлорида, користе се цеви чија је унутрашњост обложена цементном кошуљицом дебљине 3—6 mm.

Пластичне цеви су много лакше од металних, слабије проводе топлоту, не кородирају и неосетљиве су на лутајуће струје, отпорне су на киселине и базе, врло су глатке и имају мали коефицијент трења тако да се ова врста отпора може скоро занемарити за време хидрауличног прорачуна. Недостатак им је што имају већи коефицијент линеарног ширења и малу отпорност на кидање. Зато се ове цеви користе за водоводе на сеоским теренима у којима притисак не прелази пет бара. Израђују се са пречницима до 300 mm.

Армирано бетонске цеви практично не кородирају и због тога се користе за транспорт агресивне воде. Недостатак им је што имају велику масу због дебелих зидова. Полажу се на дубинама и до 4 m. Зависно од начина и квалитета израде могу да издрже притиске и до осамнаест бара. Теже се транспортују јер су осетљиве на потресе и механичке ударе.

Азбестно-цементне цеви такође не кородирају, имају глатке површине и танке зидове, слабо проводе топлоту. Осетљиве су на механичке ударе и због тога захтевају посебно руковање за време транспорта и чувања у складиштима. Израђују се у дужинама од 3—4 m од масе коју чини 75—80% портланд-цемент и 25—20% азбестно влакно. Спајају се помоћу муфова направљених од исте масе као и цев, или од ливеног гвожђа.



Слика 2.1

Слика једног класичног водовода

У литератури о водоводима могу се срести разне њихове поделе. Једна од њих је, на пример, да се водоводи према намени деле на градске и индустријске, у односу на величину протока и дужину цевовода на магистралне и дистрибуционе итд. Кад је висинска разлика између потрошача велика и кад су велике разлике у захтеваним притисцима, тада се водовод дели на зоне или секције. На тај начин се избегава претерано висок притисак у целој мрежи и енергија за дизање воде на велике висине. Свака секција има своју независну мрежу, магистрални водовод за напајање мреже, пумпну станицу и резервоаре.

На слици 2.1 приказан је класичан градски водовод са три различита изворишта сирове воде. На тој слици бројеви означавају: 1—уређаје за узимање сирове воде из реке; 2—помоћну пумпну станицу; 3—уређаје за пречишћавање и обраду сирове воде; 4—резервоаре за чисту воду; 5—главне пумпне станице; 6—резервоаре за одржавање сталног притиска у мрежи и за обезбеђење равномерно потрошње воде; 7—уређаје за узимање сирове воде из језера; 8—бунаре са пумпном станицом; 9—магистралне водоводе за напајање мреже; 10—магистралну водоводну мрежу.

2.1. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН МАГИСТРАЛНИХ ВОДОВОДА

Савремена постројења за снабдевање разних потрошача водом представљају у хидрауличном смислу веома сложене системе и за пројектовање и за експлоатацију. Особље које се бави пројектовањем водоводних инсталација мора добро да познаје не само технологију и уређаје за обраду сирове воде, законе хидраулике сложених система већ и санитарно-техничке прописе за све категорије потрошача. Велики градски водоводи се приликом пројектовања деле на секције чији се капацитети одређују према нормама појединих потрошача. Тако се, на пример, по глави становника у градовима предвиђа најмање 150 литара воде на дан, за хидранте од 600 до 800 литара на минут итд. Ова специфична потрошња воде зависи од величине насеља и животног стандарда људи у њима, климатских услова, комуналне опремљености итд. Вода се у секције допрема магистралним цевоводима. Треба тежити да магистрала сваке секције дође до њеног тежишта које је одређено распоредом и капацитетом потрошача.

Хидраулични прорачун магистралних водовода не задаје нарочите тешкоће. На веће тешкоће се наилази приликом њиховог пуштања у погон и заштите од хидрауличног удара, јер су водоводи идеална постројења за њихов настанак пошто се потрошачи налазе на веома различитим геодезијским висинама и троше воду врло неравномерно. Иначе, хидраулични прорачун магистралних водовода своди се на одређивање пречника цевовода из једначине протока,

$$q = vA = v \frac{D^2 \pi}{4}, \quad (2.1)$$

за усвојену вредност брзине v (m/s) између 0,75 и 2 m/s, и губитака енергије услед трења за време струјања помоћу обрасца

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho v^2 = Sq^2, \quad S = \frac{8 \lambda L \rho}{D^5 \pi^2}, \quad (2.2)$$

у коме S означава хидраулични отпор цевовода. Локални отпори у магистралним водоводима занемарују се у односу на отпоре услед трења, јер не износе више од 3% од укупног отпора. Последња једначина се обично пише у виду хидрауличног нагиба цевовода,

$$i = \frac{\Delta p}{\rho g L} = \frac{\lambda v^2}{2 g D} = \frac{8 \lambda}{g D^5 \pi^2} q^2, \quad (2.3)$$

који се за челичне магистралне водоводе и за водоводе од ливеног гвожђа, с обзиром на њихову хлапавост и режим струјања воде у њима, своди на следеће обрасце [9]:

$$i = 0,00107 v^2 D^{-1,3} = 0,001735 q^2 D^{-5,3}, \quad (2.4)$$

за $v \geq 1,2$ m/s (изразито турбулентно струјање), и

$$\begin{aligned} i &= 0,000912 v^2 D^{-1,3} \left(1 + \frac{0,867}{v} \right)^{0,3} = \\ &= 0,001482 q^2 D^{-5,3} \left(1 + \frac{0,681 D^2}{q} \right)^{0,3}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

за $v < 1,2$ m/s (прелазна област турбулентног струјања).

За армирано-бетонске водоводне цеви користи се образац

$$i = C v^{1,2} D^{-1,25} = 1,34 C q^{1,2} D^{-3,65}, \quad (2.6)$$

у коме коефицијент C узима у обзир финоћу израде унутрашње површине цеви. Тако је $C=0,00114$ за цеви са најгрубљом унутрашњом површином (ливене у обичној дрвеној оплати); $C=0,000917$ за цеви са унутрашњом површином средњег квалитета (ливене у металним калупима и глачаном унутрашњом површином); $C=0,000797$ за цеви са најфинијом израдом унутрашње површине (ливене у металним калупима који се изнутра премазују специјалним мастима, а унутрашња површина цеви се фино глача после ливења).

За азбестно-цементне цеви за водоводе предлаже се образац

$$\begin{aligned} i &= 0,000561 v^2 D^{-1,19} \left(1 + \frac{3,51}{v} \right)^{0,19} = \\ &= 0,00091 q^2 D^{-5,19} \left(1 + \frac{2,76 D^2}{q} \right)^{0,19}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

и брзине воде у њима до 1 m/s.

За израчунавање хидрауличног нагиба водовода од пластичних цеви користи се формула

$$i = 0,00068 v^{1,774} D^{-1,226} = 0,00105 q^{1,774} D^{-4,774}, \quad (2.8)$$

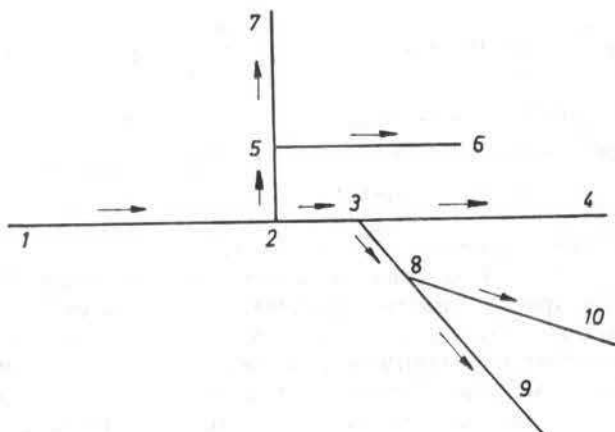
У свим наведеним обрасцима за израчунавање хидрауличног нагиба водовода проток се замењује у (m³/s) а пречник цевовода у (m).

2.2. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН МАГИСТРАЛНИХ ВОДОВОДНИХ МРЕЖА

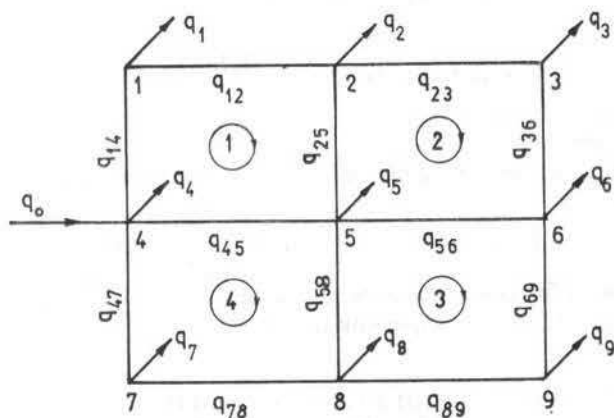
Постоје два типа магистралних водоводних мрежа: *разгранате* и *присејачне*. Места спајања и гранење цеви у мрежи називају се чворовима.

Разграната водоводна мрежа (слика 2.2) састоји се из магистрала, грана и огранака. Магистрала 1—2—3—4 је заједничка за обе гране мреже, док је 2—5 магистрала горње, а 3—8 доње гране. Разграната мрежа користи се за снабдевање водом мањег броја међусобно удаљених потрошача који дозвољавају и краткотрајне прекиде у снабдевању, који могу настати због пуцања

цевовода или неког другог квара. Прстенаста мрежа (слика 2.3) састоји се из низа затворених кола—прстенова који опасују потрошаче снабдевајући их водом преко грана и огранака. Градске водоводне мреже се данас изводе, углавном као прстенасте јер обезбеђују двосмерно снабдевање потрошача водом и не захтевају прекид рада целе мреже за време искључивања њених појединих делова. Водоводне мреже противпожарне заштите изводе се искључиво као прстенасте. Напајање прстенастих мрежа водом обавља се на једном или на више места преко магистралних водовода што зависи од величине мреже,



Слика 2.2
Разграната водоводна мрежа



Слика 2.3
Прстенаста водоводна мрежа

распореда потрошача и њихове потрошње. Разуме се, овде се под потрошњом подразумева средња вредност у току једног дужег временског периода. Хидраулични прорачун магистралних водоводних мрежа своди се најчешће на одређивање пречника цеви у деоницама и притиска на местима напајања мреже из услова да кроз њене деонице протичу одређене количине воде потребног

притиска. Овај случај се обично јавља приликом пројектовања нових водоводних мрежа. Може да се наиђе и на другу врсту задатака. На пример, да се одреде пречници цеви у деоницама и протоци воде у њима према расположивом притиску на местима напајања мреже. Код магистралних водоводних мрежа локални отпори износе 5—10% од отпора услед трења и морају да се узму у обзир приликом тачнијих прорачуна. Без обзира на то која се врста задатка појавила за време решавања проблема у водоводним мрежама, биле оне разгранате или прстенасте, морају да буду задовољена следећа два закона хидраулике:

— први, који захтева да алгебарски збир протока у чвору мора да буде једнак нули (протоци који „долазе“ у чвор позитивни су, а они који „одлазе“ из њега негативни су),

— други, који показује да се при устаљеном струјању разлика притисака између било која два проточна пресека у мрежи троши на савладавање отпора и висинске разлике између та два пресека. Висинска разлика не мора да постоји, а може да буде позитивна и негативна већ према томе да ли се посматрани проточни пресеци налазе изнад или испод упоредне равни.

Примена ових закона показана је на магистралним водоводним мрежама нацртаним на сликама 2.2 и 2.3.

2.2.1. Хидраулични прорачун разгранатних мрежа

Нека су, на пример, код разгранате водоводне мреже нацртане на слици 2.2 задане следеће величине:

а) протоци на крајевима мреже: $q_4, q_6, q_7, q_9, q_{10}$,

б) дужина свих деоница: $L_{12}, L_{23}, L_{34}, L_{25}, \dots$

в) геодезијске висине $H_j (j=1, 2, 3, \dots, 10)$ чворова, односно висинске разлике: $(H_2-H_1), (H_3-H_2), \dots$

г) притисци на местима потрошача: $p_4, p_6, p_7, p_9, p_{10}$.

Хидраулични прорачун разгранате водоводне мреже обавља се овим редом:

— најпре се одреде протоци q_{ij} у деоницама мреже на основу првог закона хидраулике:

$$\begin{aligned} q_{56} &= q_6, \quad q_{57} = q_7, \quad q_{25} = q_6 + q_7, \\ q_{89} &= q_9, \quad q_{810} = q_{10}, \quad q_{38} = q_9 + q_{10}, \\ q_{34} &= q_4, \quad q_{23} = q_{34} + q_{38} = q_4 + q_9 + q_{10}, \\ q_{12} &= q_{23} + q_{25} = q_4 + q_9 + q_{10} + q_6 + q_7; \end{aligned} \quad (2.9)$$

— затим се, на основу усвојених брзина v_{ij} воде у деоницама, израчунају њихови пречници помоћу једначине

$$D_{ij} = \sqrt{\frac{4 q_{ij}}{\pi v_{ij}}}. \quad (2.10)$$

У односу на губитке струјне енергије у водоводима, инвестиције и појаву хидрауличног удара препоручује се брзина воде између 0,75 и 2 m/s.

— пошто се сад знају пречници и дужине појединих деоница, могу се израчунати хидраулични отпори S_{ij} у њима, на пример по Манинговом (Manning) обрасцу за водове нормалне храпавости ($n=0,012$):

$$C = \frac{1}{n} R_h^{0,167} = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4} \right)^{0,167}, \quad \lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{12,6gn^2}{D^{0,33}},$$

$$S_{ij} = \frac{8\lambda L Q}{D^5 \pi^2} = \frac{8LQ}{D^5 \pi^2} \frac{12,6gn^2}{D^{0,33}} = 14,4 L_{ij} D_{ij}^{-5,33}; \quad (2.11)$$

— губици енергије услед трења у деоницама одређују се помоћу обрасца:

$$\Delta p_{ij} = S_{ij} q_{ij}^2, \quad (2.12)$$

јер је струјање у магистралним мрежама по правилу изразито турбулентно;

— најзад, израчунава се притисак на почетку мреже, идући дуж струјног тока сваког потрошача:

$$\begin{aligned} p_{1234} &= \Delta p_{12} + Qg(H_2 - H_1) + \Delta p_{23} + Qg(H_3 - H_2) + \\ &\quad + \Delta p_{34} + Qg(H_4 - H_3) + p_4, \\ p_{1256} &= \Delta p_{12} + Qg(H_2 - H_1) + \Delta p_{25} + Qg(H_5 - H_2) + \\ &\quad + \Delta p_{56} + Qg(H_6 - H_5) + p_6, \\ p_{1257} &= \Delta p_{12} + Qg(H_2 - H_1) + \Delta p_{25} + Qg(H_5 - H_2) + \\ &\quad + \Delta p_{57} + Qg(H_7 - H_5) + p_7, \\ p_{12389} &= \Delta p_{12} + Qg(H_2 - H_1) + \Delta p_{23} + Qg(H_3 - H_2) + \\ &\quad + \Delta p_{38} + Qg(H_8 - H_3) + \Delta p_{89} + Qg(H_9 - H_8) + p_9, \\ p_{123810} &= \Delta p_{12} + Qg(H_2 - H_1) + \Delta p_{23} + Qg(H_3 - H_2) + \\ &\quad + \Delta p_{38} + Qg(H_8 - H_3) + \Delta p_{810} + Qg(H_{10} - H_8) + p_{10}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Други закон хидраулике захтева следећу једнакост:

$$p_{1234} = p_{1256} = p_{1257} = p_{12389} = p_{123810}.$$

У овом случају би сваки потрошач добио захтевану количину воде предвиђеног притиска. Међутим, по правилу се претходна једнакост досадашњим прорачуном никад не постиже. Један од струјних праваца сигурно да пружа највећи отпор и он је „меродаван“ за остваривање једнакости (2.14) ако се остане на вредностима раније израчунатих пречника дуж тог струјног правца. То значи, да се отпори дуж осталих струјних праваца морају повећати до вредности коју има „меродавни“ струјни правац. Тек кад се ово постигне, биће задовољена оба закона хидраулике и сви ки потрошач ће, заиста, добити захтевану количину воде предвиђеног притиска.

Како се то практично постиже показано је на приказаној мрежи за коју су познате величине убележене у табели 2.1 (то су величине без звездице које су убележене у првих пет колона). Користећи дато упутство, најпре су одређени протоци према једначинама (2.9) и њихове вредности убележене су звездицама у колону 2. Усвајањем брзина v_{ij} у деоницама, одређени су њихови

Табела 2.1

Претходни прорачун													Вредности после I поправке			
Деоница	q_{ij}	L_{ij}	H_j-H_i	$10^{-5}p_j$	D_{ij}	$10^{-5}S_{ij}$	$10^{-5}\Delta p_{ij}$						D_{ij}	$10^{-5}S_{ij}$	$10^{-5}\Delta p_{ij}$	
	m ³ /s	m	m	Pa	m	Pa/(m ³ /s) ²	Pa						m	Pa/(m ³ /s) ²	Pa	
5—6	0,040	2800	0	4,0	0,200	2143	3,43						0,200	2143	3,43	
5—7	0,060	2000	+6	4,5	0,250	466	1,68						0,235	648	2,34	
2—5	0,100*	1500	-2	7,43*	0,300	132	1,32						0,300	132	1,32	
3—4	0,025	1000	0	4,5	0,150	3546	2,22						0,140	5099	3,19	
8—9	0,100	1200	+7	4,0	0,300	106	1,06						0,256	246,4	2,46	
8—10	0,075	1800	-2	5,0	0,250	419,4	2,36						0,250	419,4	2,36	
3—8	0,175*	900	0	7,16*	0,400	17,4	0,53						0,400	17,4	0,53	
2—3	0,200*	500	+4	7,69*	0,400	9,5	0,38						0,385	11,7	0,47	
1—2	0,300*	5800	+8	8,55*	0,500	33,6	3,02						0,500	33,6	3,02	

пречници помоћу обрасца (2.10) и, затим, хидраулични отпори S_{ij} и губици енергије Δp_{ij} услед трења коришћењем израза (2.11) и (2.12). Најзад, помоћу једначина (2.13) израчунате су следеће вредности притиска на почетку цевовода:

$$p_{1234} = 3,20 + 0,785 + 0,38 + 0,392 + 2,22 + 0 + 4,5 = 11,5 \text{ bar},$$

$$p_{1256} = 3,02 + 0,785 + 1,32 - 0,196 + 3,43 + 0 + 4,0 = 12,4 \text{ bar},$$

$$p_{1257} = 3,02 + 0,785 + 1,32 - 0,196 + 1,68 + 0,589 + 4,5 = 11,7 \text{ bar},$$

$$p_{12389} = 3,02 + 0,785 + 0,38 + 0,392 + 0,53 + 0 + 1,06 + 0,687 + 4 = 10,8 \text{ bar},$$

$$p_{123810} = 3,02 + 0,785 + 0,38 + 0,392 + 0,53 + 0 + 2,36 - 0,196 + 5 = 12,3 \text{ bar}.$$

Дакле, једнакост (2.14) није задовољена и меродаван је струјни ток 1—2—5—6 јер је дуж овог правца пад притиска највећи. Остваривање једнакости (2.14) повећањем губитка дуж осталих праваца до губитка од 12,4 bar може да се постигне на следећи начин:

— може да се пође од деонице 5—7 и за њу најпре да се одреди нови пречник из једначине:

$$S_{57} q_{57}^2 + 58860 + 4,5 \cdot 10^5 = 3,43 \cdot 10^5 + 0 + 4 \cdot 10^5.$$

Коришћењем обрасца за S_{ij} добија се

$$D_{57}^{5,33} = \frac{14,4 L_{57} q_{57}^2}{234140},$$

односно, за дате бројне податке $D_{57} = 235 \text{ mm}$. Сад се у последње три рубрике табеле уносе новоодређене вредности за деоницу 5—7 и за деонице 5—6 и 2—5 њихове раније израчунате вредности. Овим су и притисци у чворовима 5 и 2 једнозначно одређени као:

$$p_5 = \Delta p_{56} + \rho g (H_6 - H_5) + p_6 = 3,43 + 0 + 4,0 = 7,43 \text{ bar},$$

$$= \Delta p_{57} + \rho g (H_7 - H_5) + p_7 = 2,34 + 0,589 + 4,5 = 7,43 \text{ bar},$$

$$p_2 = \Delta p_{25} + \rho g (H_5 - H_2) + p_5 = 1,32 - 0,196 + 7,43 = 8,55 \text{ bar},$$

и те вредности уписане су са звездицама у колону 5.

— за деоницу 8—9 мора да буде задовољена једначина

$$S_{89} q_{89}^2 + 68670 + 4 \cdot 10^5 = 2,36 \cdot 10^5 - 19620 + 5 \cdot 10^5,$$

из које се добија

$$D_{89}^{5,33} = \frac{14,4 L_{89} q_{89}^2}{247710},$$

односно, за дате бројне вредности $D_{89} = 256 \text{ mm}$. Новоодређене вредности за деоницу 8—9 уносе се у последње три колоне табеле. Сада је притисак у чвору 8 једнозначно одређен и он износи:

$$p_8 = \Delta p_{89} + \rho g (H_9 - H_8) + p_9 = 2,46 + 0,6867 + 4 = 7,16 \text{ bar},$$

или

$$p_8 = \Delta p_{810} + \rho g (H_{10} - H_8) + p_{10} = 2,36 - 0,196 + 5 = 7,16 \text{ bar.}$$

И ова вредност је убележена са звездицом у колону 5. Међутим, за притисак у чвору 3 добијају се две вредности: једна за струјни ток 3—4,

$$p_3 = \Delta p_{34} + \rho g (H_4 - H_3) + p_4 = 2,22 + 0 + 4,5 = 6,72 \text{ bar,}$$

и друга, за струјни ток 3—8—9 или 3—8—10 што је исто,

$$p_3 = \Delta p_{38} + \rho g (H_8 - H_3) + p_8 = 0,53 + 0 + 7,16 = 7,69 \text{ bar.}$$

Меродавна је већа вредност и она је убележена са звездицом у колону 5. Према овој вредности притиска p_3 ће се одредити нови пречник деонице 3—4, из једначине

$$S_{34} q_{34}^2 + 0 + 4,5 \cdot 10^5 = 7,69 \cdot 10^5,$$

односно,

$$D_{34}^{5,33} = \frac{14,4 L_{34} q_{34}^2}{319000}.$$

Бројна вредност је $D_{34} = 140 \text{ mm}$. Одговарајуће вредности за S_{34} и Δp_{34} у овој деоници поново су израчунате и убележене у последње две колоне табеле, као и вредности за све три деонице доње гране мреже. Дуж струјног тока 3—4 се за притисак у чвору 2 добија:

$$p_2 = \Delta p_{23} + \rho g (H_3 - H_2) + p_3 = 0,38 + 0,392 + 7,69 = 8,46 \text{ bar,}$$

што је мање од вредности $p_2 = 8,55 \text{ bar}$ добијене приликом прорачунавања горње гране мреже. Да би се и овде добила једнозначна вредност за притисак у чвору 2, одредиће се нови пречник D_{23} у деоници 2—3 тако да буде

$$S_{23} q_{23}^2 + 39240 + 7,69 \cdot 10^5 = 8,55 \cdot 10^5,$$

односно,

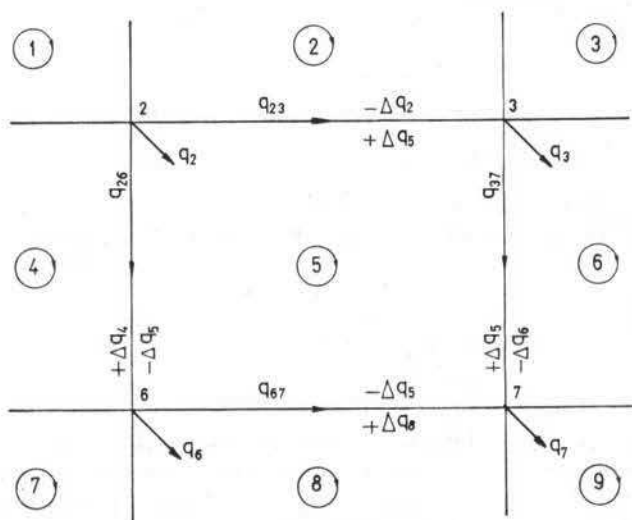
$$D_{23}^{5,33} = \frac{14,4 L_{23} q_{23}^2}{46760}.$$

За дате бројне податке је $D_{23} = 385 \text{ mm}$. У колонама 9, 10, 11 убележене су вредности одговарајућих величина после извршене поправке за деоницу 2—3, као и вредности за деоницу 1—2 без промене. Лако је проверити да се за притисак на почетку било ког струјног тока добија иста вредност од 12,4 bar. Тиме је прорачун разгранате мреже завршен.

2.2.2. Хидраулични прорачун прстенастих мрежа

Посматра се прстенаста мреже чији је један део нацртан на слици 2.4 и случај када су познати протоци q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) у чворовима из којих се шаље вода потрошачима, укупни проток q_0 за напајање мреже на једном или на више места, дужине L_{ij} свих деоница и висинске разлике $(H_j - H_i)$ између чворова. Овде једино треба још да се пропише и најмањи радни притисак у мрежи, јер се и он мора узети у обзир приликом одређивања притиска на местима напајања мреже. Поред осталог, његова вредност и место у мрежи где он треба да се одржава одређују да ли ће се мрежа напајати на једном или

на више места. Напоменимо да се прстенаста мрежа не може прорачуавати по деловима већ истовремено као целина. То ће се најбоље видети приликом излагања методе за прорачун ове врсте мреже.



Слика 2.4

Прстенаста водоводна мрежа

Хидраулични прорачун једне прстенасте мреже, дефинисане у претходном смислу, обавља се овим редом:

— најпре се проток q_0 расподели по деоницама мреже тако да сваки чвор добије захтевану количину q_i воде и да при томе буде задовољен први закон хидраулике:

$$\sum_i (q_i + q_{ij}) = 0. \quad (2.15)$$

Дакле, у ову суму написану за i -ти чвор улази и проток q_i тог чвора и протоци q_{ij} свих деоница које улазе и излазе из посматраног чвора. Разуме се, овом приликом ће бити задовољена и једначина

$$q_0 = \sum_{i=1}^n q_i,$$

где је n број чворова из којих се одводе протоци q_i до потрошача. Последња једначина, у ствари, представља идентитет, па број једначина облика (2.15) које могу да се поставе за једну одређену мрежу износи $(n-1)$;

— и овде морају да се усвоје брзине v_{ij} у деоницама мреже ради одређивања њиховог пречника из једначине (2.10);

— после израчунавања хидрауличног отпора S_{ij} и губитака енергије Δp_{ij} услед трења у свим деоницама помоћу једначина (2.11) и (2.12), проверава се да ли је задовољен и други закон хидраулике за сваки прстен. На пример, за прстен број 5, узимајући да су отпори у деоницама са смером струјања у правцу

казалјке на сату позитивни, а они други негативни, овај закон доводи до једначине:

$$S_{23} q_{23}^2 + S_{37} q_{37}^2 - S_{67} q_{67}^2 - S_{26} q_{26}^2 = 0, \quad (2.16)$$

односно,

$$\sum_5 \Delta p_{ij} = \sum_5 S_{ij} q_{ij}^2 = 0.$$

Једначина (2.16) следује из очигледне једнакости:

$$\begin{aligned} p_2 &= S_{23} q_{23}^2 + \varrho g (H_3 - H_2) + S_{37} q_{37}^2 + \varrho g (H_7 - H_3) + p_7 = \\ &= S_{26} q_{26}^2 + \varrho g (H_6 - H_2) + S_{67} q_{67}^2 + \varrho g (H_7 - H_6) + p_7, \end{aligned}$$

јер притисци у чворовима морају да буду једнозначно одређени. Кад би за сваки прстен била задовољена једначина облика (2.16), којих има онолико колико и прстенова у мрежи, хидраулични прорачун прстенасте мреже био би завршен. Притисак воде на месту напајања мреже протоком q_0 био би тада одређен најмањим радним притиском и губицима од места напајања до чвора у коме се најнижи радни притисак прописује. Ако s означава број прстенова у мрежи а r број деоница, тада се између те две величине и броја чворова у мрежи може поставити једначина: $s + n = r + 1$, која следује из *Ојлерове* теореме о броју страна, рогљева и ивица код полиедра. Укупан број једначина облика (2.15) и (2.16), које могу да се поставе за једну одређену мрежу, дакле износи: $(n-1) + s = r$. Међутим, број непознатих је $2r$ (протоци q_{ij} и падови притиска Δp_{ij}) и зато се морају овом систему придодати још и допунске једначине.

Са друге стране, једначине облика (2.16) по правилу неће бити задовољене овим претходним прорачуном. Алгебарски збир на левој страни неће бити једнак нули већ неком износу $\delta(\sum_k \Delta p_{ij})$, ($k=1, 2, 3, \dots, s$), који ће за разне прстенове имати различите вредности. На пример, за прстен број 5 биће:

$$S_{23} q_{23}^2 + S_{37} q_{37}^2 - S_{67} q_{67}^2 - S_{26} q_{26}^2 = \delta(\sum_5 \Delta p_{ij}), \quad (2.17)$$

где израз на десној страни означава одступање једначине (2.16) од нуле. Потребно је, дакле, одредити нове протоке $q'_{ij} = q_{ij} \pm \Delta q'_k$ ($k=1, 2, 3, \dots, s$) у деоницама мреже тако да буде задовољен први закон хидраулике и да алгебарски збир на левој страни свих једначина облика (2.17) буде испод унапред договорене вредности која је „блиска“ нули. Знак прим говори да се ради о првом приближењу. Кад су у питању нормални водоводи, рачун се обично прекида кад се постигне $\delta(\sum_k \Delta p_{ij}) < |5000|$ Ра. За одређивање поправних протока Δq_k

у прстеновима користе се разне методе. Овде је наведена метода Харди Кроса (*Hardy Cross*) [10] која се састоји у следећем. Замислимо да смо на горе описани начин одредили поправне протоке Δq_k у свим прстеновима и да смо, држећи се раније договореног смера, израчунали одговарајуће протоке q'_{ij} у свим деоницама (види слику 2.4). Тада би, на пример, за прстен број 5 после N -тог приближења требало да буде:

$$\begin{aligned} S_{23} (q_{23} + \Delta q_5 - \Delta q_2)^2 + S_{37} (q_{37} + \Delta q_5 - \Delta q_6)^2 - \\ - S_{26} (q_{26} + \Delta q_4 - \Delta q_5)^2 - S_{67} (q_{67} + \Delta q_8 - \Delta q_5)^2 = 0. \end{aligned} \quad (2.18)$$

У ствари, на десној страни једначине (2.18) неће бити нула већ нека вредност за коју смо се договорили да је довољно мала и да је можемо занемарити.

Једначина облика (2.18) може да се постави онолико колико има прстенова у мрежи, тј. онолико колико има поправних протока Δq_k . Дакле, могућно је у принципу одредити поправне протоке Δq_k решавањем система једначина облика (2.18) којих има s на броју. Кад је у питању мали број прстенова, то и не задаје неке нарочите тешкоће, али код мрежа са великим бројем прстенова то је практично могућно само употребом рачунских машина. Зато се приступа упрошћењу система једначина облика (2.18). Наиме, оне могу да се напишу у развијеном облику као:

$$\begin{aligned} & S_{23} q_{23}^2 + S_{37} q_{37}^2 - S_{67} q_{67}^2 - S_{26} q_{26}^2 + \\ & + 2 (S_{23} q_{23} + S_{37} q_{37} + S_{67} q_{67} + S_{26} q_{26}) \Delta q_5 - \\ & - 2 (S_{23} q_{23} \Delta q_2 + S_{37} q_{37} \Delta q_6 + S_{67} q_{67} \Delta q_8 + S_{26} q_{26} \Delta q_4) + \\ & + S_{23} (\Delta q_5 - \Delta q_2)^2 + S_{37} (\Delta q_5 - \Delta q_6)^2 - \\ & - S_{67} (\Delta q_8 - \Delta q_5)^2 - S_{26} (\Delta q_4 - \Delta q_5)^2 = 0. \end{aligned}$$

Овде под $\Delta q_2, \Delta q_4, \Delta q_5, \dots$ треба подразумевати поправне протоке одговарајућих прстенова после N -тог приближења, који су омогућили задовољене претходне једначине. Замислимо сада да смо после N -тог приближења добили тако мале поправне протоке $\Delta q_2, \Delta q_4, \Delta q_5, \dots$ да се сви чланови у претходној једначини, који представљају квадрате и међусобне производе поправних протока, могу занемарити и, према томе, остатак једначине написати као:

$$\delta \left(\sum_5 \Delta p_{ij} \right) + 2 \Delta q_5 \sum_5 S_{ij} q_{ij} - 2 \sum_5 S_{ij} q_{ij} \Delta q_k (5) = 0, \quad (2.19)$$

при чему је искоришћена и једначина (2.17). Систем једначина облика (2.19), написан за s прстенова, линеаран је у односу на поправне протоке и лакше се решава од система једначина облика (2.18). Међутим, Харди Крос предлаже да се и трећи члан у једначинама облика (2.19) занемари. Он, заправо, представља утицај поправних протока околних прстенова на онај прстен у коме се тражи поправни проток. Према томе, за прстен број 5 је

$$\Delta q_5 = - \frac{\delta \left(\sum_5 \Delta p_{ij} \right)}{2 \sum_5 S_{ij} q_{ij}}, \quad (2.20)$$

односно, за k -ти прстен:

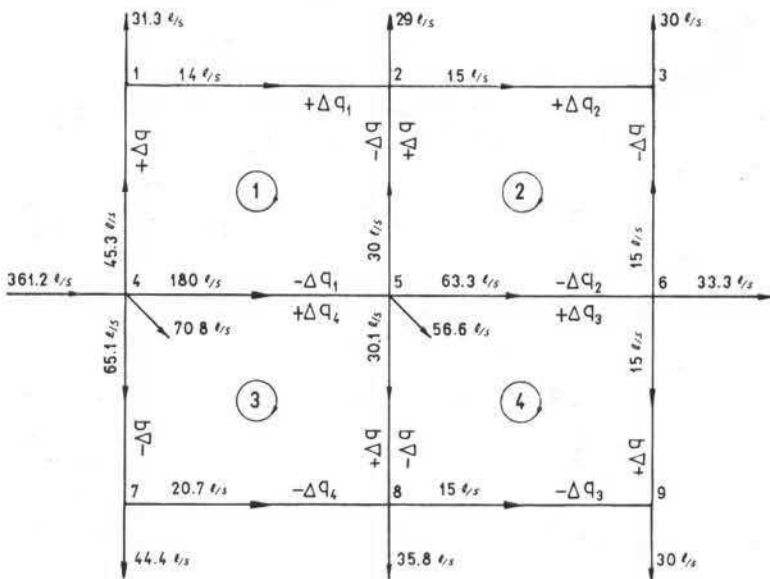
$$\Delta q_k = - \frac{\delta \left(\sum_k \Delta p_{ij} \right)}{2 \sum_k S_{ij} q_{ij}}. \quad (2.21)$$

Андријашев (Андрияшев) [11] предлаже следећи образац за израчунавање поправних протока у прстеновима:

$$\Delta q_k = - \frac{q_k \delta \left(\sum_k \Delta p_{ij} \right)}{2 \sum_k \Delta p_{ij}}, \quad (2.22)$$

где q_k представља средњи проток у деоницама k -тог прстена и $\sum_k \Delta p_{ij}$ аритметички збир разлике притисака у деоницама прстена за који се тражи поправни проток.

Како се и којим редом прорачунава једна прстенаста мрежа показано је на оној која је приказана на слици 2.3. Задани протоци у чворовима q_i , проток q_0 за напајање мреже, дужине L_i , појединих деоница и расподела протока q_{ij} у њима приказани су на слици 2.5. Сви ти подаци убележени су у прве четири колоне табеле 2.2. Пречници деоница рачунати су помоћу обрасца (2.10) после усвајања брзина у деоницама и убележени су у следећој колони табеле. Отпор и пад притиска услед трења одређиван је коришћењем једначина (2.11) и (2.12). Пошто се добило за сваки прстен $\delta(\sum_k \Delta p_{ij}) > |5000| \text{ Pa}$, морало се приступити тражењу поправних протока Δq_k . То је обављено помоћу обрасца (2.21). Вредности поправних протока убележене су у колону 9 табеле 2.2 и на слици 2.5, водећи рачуна о смеру струјања воде у одговарајућим деоницама. Нови протоци q'_{ij} и одговарајући губици енергије услед трења убележени су у прве три колоне табеле испод назива „I поправка“. Како је и после прве поправке добијено $\delta(\sum_k \Delta p_{ij}) > |5000| \text{ Pa}$ у свим прстеновима, морало се приступити и другој поправци. Она је добијена на исти начин као и I поправка. Добијене вредности убележене су у последње три колоне табеле испод назива „II поправка“. Трећу поправку није било потребно вршити, јер се после друге поправке добило $\delta(\sum_k \Delta p_{ij}) < |5000| \text{ Pa}$ у свим прстеновима мреже. Тиме је хидраулични прорачун прстенасте мреже завршен.



Слика 2.5
Прстенаста водоводна мрежа

Табела 2.2

Прстен	Леонина	I поправка					II поправка						
		$10^{+3}q_{ij}$	L_{ij}	D_{ij}	$10^{-5}S_{ij}$	$10^{-5}S_{ij}q_{ij}$	$10^{-5}\Delta p_{ij}$	$10^3\Delta q_k$	$10^{-3}q_{ij}$	$10^{-5}S_{ij}q_{ij}$	$10^{-5}\Delta p_{ij}$		
1		m^3/s	m	mm	$Pa/(m^3/s)^2$	$Pa/(m^3/s)$	Pa	m^3/s					
	12	14	880	150	3168,2	44,4	+0,621	9,96	31,6	+0,315	9,47	31,1	+0,295
	25	30	735	200	569,6	17,1	-0,513	32,57	18,5	-0,603	32,50	18,5	-0,601
	54	180	880	400	16,9	3,1	-0,547	189,33	3,2	-0,606	190,48	3,2	-0,609
	41	45,3	735	200	569,6	25,8	+1,169	41,26	23,5	+0,970	40,77	23,2	+0,946
		$\Sigma 90,4$					$\Sigma +0,730$		$\Sigma 76,8$	$\Sigma +0,076$		$\Sigma 76$	$\Sigma +0,0309$
2													
	23	15	880	150	3168,2	47,5	+0,713	13,53	42,9	+0,580	12,97	41,1	+0,533
	36	15	735	150	2646,2	39,7	-0,595	16,47	43,5	-0,716	17,03	45,1	-0,768
	65	63,3	880	300	77,7	4,9	-0,310	66,25	5,2	-0,344	67,58	5,2	-0,351
	52	30	735	200	569,6	17,1	+0,513	32,57	18,5	+0,604	31,52	18,5	+0,583
		$\Sigma 109,2$					$\Sigma +0,321$		$\Sigma 110,1$	$\Sigma +0,124$		$\Sigma 109,9$	$\Sigma +0,0030$
3													
	56	63,3	880	300	77,7	4,9	+0,311	66,25	5,2	+0,344	67,58	5,3	+0,355
	69	15	735	150	2646,2	39,7	+0,595	16,48	43,6	+0,718	17,25	45,7	+0,788
	98	15	880	150	3168,2	47,5	-0,713	13,52	42,8	-0,579	12,75	40,3	-0,514
	85	30,1	735	200	569,6	17,1	-0,516	33,91	19,3	-0,654	33,80	19,2	-0,651
		$\Sigma 109,2$					$\Sigma -0,323$		$\Sigma 110,9$	$\Sigma -0,171$		$\Sigma 110,5$	$\Sigma -0,0220$
4													
	45	180	880	400	16,9	3,1	+0,548	189,33	3,2	+0,606	190,48	3,2	+0,613
	58	30,1	735	200	569,6	17,1	+0,516	33,91	19,3	+0,654	33,80	19,2	+0,650
	87	20,7	880	150	3168,2	65,6	-1,358	15,41	48,8	-0,752	14,75	46,7	-0,689
	74	65,1	735	250	173,1	11,3	-0,733	59,81	10,3	-0,616	59,15	10,2	-0,605
		$\Sigma 97,1$					$\Sigma -1,027$		$\Sigma 81,6$	$\Sigma -0,108$		$\Sigma 79,3$	$\Sigma -0,0312$

2.3. СПЕЦИЈАЛНИ ВОДОВОДИ

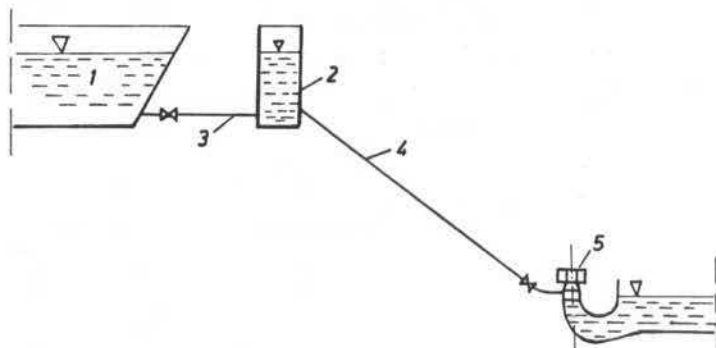
Под специјалним водоводима подразумевају се цевоводи који морају да испуњавају посебне услове. То су, углавном, водоводи у рударству, цевоводи за транспорт великих количина воде од акумулационог језера до хидротурбина, противпожарни водоводи итд. На пример, често се на месту копња руде појављује и вода која мора да се избацује на површину земље да би се руда могла експлоатисати. Та се вода користи за хидраулични транспорт руде на површину земље и даље до флотације. Ако је количина воде која се појављује у копу недовољна за хидраулични транспорт, онда се један њен део враћа у окно рудника кроз посебан цевовод од челичних бешавних цеви обложених јутом натопљеној асфалтом, или вуненим филцом натопљеним битумом да би се спречило евентуално замрзавање цевовода при ниским температурама. Спајање ових цеви изводи се скоро по правилу заваривањем, а прирубницама само на местима где се предвиђају вентили, мерачи протока и притиска, повратне клапне итд. Брзина струјања воде у рударским водоводима креће се од 1—1,5 m/s. Притисци достижу и до неколико десетина бара. Дебљина зида цеви повећава се сваких 75—100 m и одређује се према максималном притиску у одговарајућој деоници.

Пад притиска по деоницама цевовода рачуна се из обрасца:

$$\Delta P = \left(\lambda \frac{L}{D} + \Sigma \zeta \right) \frac{1}{2} \rho v^2 \pm \rho g H_0,$$

у коме се коефицијент трења узима из дијаграма приказаног на слици 1.6 или се израчунава коришћењем одговарајућих образаца који важе за одређену вредност Re броја и релативну храпавост цевовода. Локални отпори се најчешће занемарују и тада хидраулични прорачун ових цевовода постаје простији. Разуме се, поред једначине за пад притиска користи се и једначина протока која повезује количину воде са брзином струјања и пречником цевовода.

Цевоводи који служе за снабдевање хидротурбина водом из акумулационих језера спадају, такође, у групу специјалних водовода. Њихови пречници достижу и 9 m, а висинска разлика између улазног и излазног пресека и до 2000 m. То значи да су ти цевоводи изложени врло високим притисцима. На слици 2.6 приказана је скица једног таквог водовода и начин снабдевања хид-



Слика 2.6

Скица хидропостројења класичне хидроцентрале

ротурбина водом из акумулационог језера. Брзина воде у водоводима за хидроцентрале креће се обично у овим границама: 1—3 m/s за водоводе са малим нагибом, 3—7 m/s за водоводе са великим нагибом и 2—4 m/s за водоводе мањег пречника. Због термичких дилатација, нарочито код водовода који се полажу изнад земље, уграђују се на сваких 150—200 m одговарајући елементи, а у ослонцима клизна лежишта. Тунели који повезују акумулациона језера са водостаном облажу се челичним лимом да би се спречио губитак воде кроз терен у коме је тунел направљен. Пре облагања лимом, на зидове тунела набацује се слој малтера под притиском да не би дошло до деформације лима и стварања једне врсте храпавости која би повећала губитке услед трења воде о зидове тунела.

Оптимални пречници водовода за хидроцентрале одређују се из сбразаца Будшеа (*Budsche*) [4]:

$$D = (0,052 q^3)^{0,14} \quad \text{за} \quad H_{\max} < 100 \text{ m},$$

$$D = \left(0,052 q^3 \frac{100}{H_{\max}} \right)^{0,14} \quad \text{за} \quad H_{\max} \geq 100 \text{ m},$$

при чему се пречник D добија у (m) кад се проток q узме у (m^3/s). У овим обрасцима је

$$H_{\max} = H_g + \Delta H,$$

где је H_g (m) геодезијска висина, а ΔH висина која одговара повећању притиска за време регулисања рада хидротурбина. Ова величина се усваја у следећим границама:

$$\Delta H = 15 - 20 \text{ m} \quad \text{за} \quad H_g < 100 \text{ m},$$

$$\Delta H = 20 + 0,1 \cdot H_g \quad \text{за} \quad H_g \geq 100 \text{ m}.$$

Пад притиска у водоводима за хидроцентрале рачуна се по обрасцима који важе и за остале магистралне цевоводе само што се коефицијент трења може одређивати и помоћу образаца Никурадзе (*Nikuradse*) за цеви са једноликом храпавошћу због изразито великог пречника тих цевовода. За време нормалног погона губитак енергије услед трења у водоводима за хидроцентрале увек је мањи од ΔH и зато се у обрасцу за $H_{\max}$ појављује ΔH уместо губитка услед трења.

2.4. ХИДРАУЛИЧНИ УДАР У ВОДОВОДНИМ ИНСТАЛАЦИЈАМА

Свака промена брзине течности у цевоводу праћена је одговарајућом променом притиска. Већим променама брзине одговарају и веће промене притиска и обрнуто. Дакле, успоравањем струјног тока кинетичка енергија течности претвара се у притисну. Максимална трансформација кинетичке енергије у притисну постиже се потпуним заустављањем струјног тока. Време које прође од почетка успоравања струјног тока до потпуног његовог заустављања веома много утиче на величину притиска који се том приликом појављује. Каже се да је дошло до „скока“ притиска. Највећи „скок“ притиска добио би се тренутним заустављањем струјног тока (на пример, тренутним затварањем вентила у цевоводу кад би то било могућно). Течност би у том случају „уда-

рала“ о границе струјног простора (о зидове цеви, површине затварача итд.) све док се не би умирила. Каже се да се у инсталацији појавио хидраулични удар. И то потпуни (максимални) хидраулични удар за разлику од непотпуног (ублаженог) који настаје за време постепеног заустављања струјног тока (на пример, споријим затварањем вентила у цевоводу). Удари течности о границе струјног простора су праћени појавом звука и треперењем целе инсталације. Хидраулични удар може да буде изазван и наглим смањењем притиска (на пример, у потисном цевоводу пумпе приликом њеног наглог искључења из погона).

Без обзира да ли је хидраулични удар почео наглим смањењем или повећањем притиска у инсталацији, на хидродинамичко стање течности од тог тренутка па надаље највише утичу притисне и инерцијске силе. Код изразито дугих цевовода и силе трења морају да се узму у обзир јер оне током времена амортизују хидраулични удар. Спољашње силе могу да се занемаре у односу на инерцијске и притисне силе. Њихово узимање у обзир не компликује проблем уопште. Уместо притиска p појавио би се тада генералисани притисак $P = p - \rho U$, где је U потенцијал спољашњих сила.

Наиме, из Ојлерове (*Euler*) хидрауличне једначине за случај занемаривања спољашњих сила,

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx},$$

може да се одреди свака промена притиска изазвана променом брзине. Потребно је поред тога знати и брзину којом се та промена притиска шири у струјном простору. Међутим, зна се да се ова врста поремећаја у некој флуидној средини шири брзином звука било да флуид мирује или да се креће довољно малом брзином у односу на брзину поремећаја. Дакле, ако се прихвати да се неким спољњим утицајем брзина $v(x, t)$ променила за dv и притисак $p(x, t)$ за dp за време dt , и да је за то исто време поремећај притиска „прешао“ пут dx брзином звука a (m/s) при датим условима, онда је очигледно да постоји веза

$$dx = a dt.$$

Из ове две једначине добија се вредност промене притиска

$$dp = -\rho a dv,$$

одакле се интеграљењем налази коначна промена притиска

$$\Delta p = p - p_0 = \rho a (v_0 - v). \quad (2.23)$$

Овде p_0 и v_0 означавају притисак и брзину у оном делу струјног простора у коме поремећај још није доспео. Потпуном заустављању струјног тока одговара $v=0$ и највећа промена притиска:

$$\Delta p_{\max} = \rho a v_0. \quad (2.24)$$

Према томе, кад се зна брзина звука у условима који владају за време ширења поремећаја, може да се одреди и одговарајући максимални „скок“ притиска који би настао тренутним заустављањем струјног тока који се претходно кретао брзином v_0 .

Међутим, струјни ток не може тренутно да се заустави. Увек прође неко време t_z од почетка његовог успоравања до потпуног заустављања, јер не може ни затварач тренутно да „пресече“ струјни ток, а ни течност није потпуно нестишљива. Осим тога, ни границе струјног простора нису круте већ су еластичне. Постоји још једно време које утиче на остваривање величине „скока“ притиска. То је време које прође док поремећајни талас пређе пут од затварача на коме је створен до површине за рефлексију и назад до затварача. Кад се са L обележи пут поремећајног таласа од затварача до површине за рефлексију, тада поменуто време износи $t=2L/a$. Ако се оствари $t_z < t$, тј. ако се препреком потпуно „пресече“ струјни ток пре него што се повратни талас врати назад до препреке, изазваће се потпуни хидраулични удар и произвешће се максимални „скок“ притиска одређен једначином (2.24). У сваком другом случају стварни „скок“ притиска износиће:

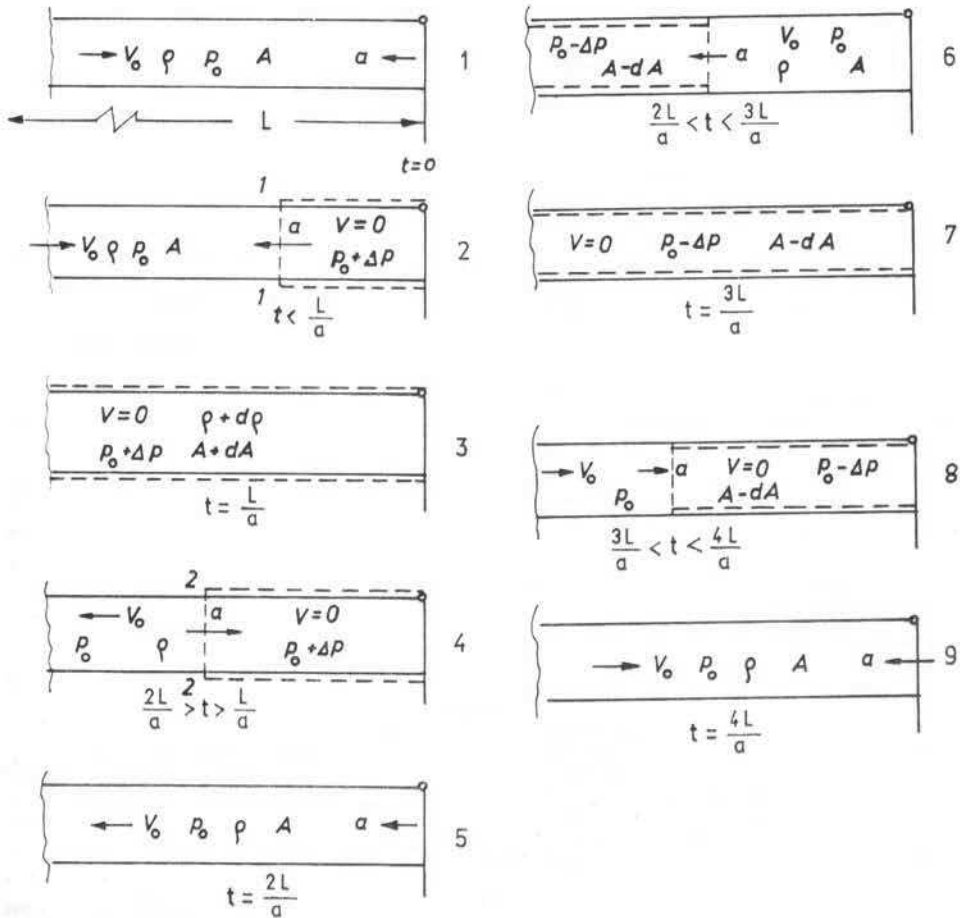
$$\Delta p_s = \rho a v_0 \frac{t}{t_z}. \quad (2.25)$$

Дакле, што је год $t_z > t$ биће мањи и „скок“ притиска. Хидраулични удар постаје све слабији. Прописивањем услова $t_z > t$ постиже се, у ствари, то да препрека не стигне да „пресече“ струјни ток пре него што се повратни талас врати назад до ње и на тај начин омогући једном делу течности да напусти инсталацију и тако спречи стварање веома високог притиска. Услов $t_z < t$ доводи до неједначине $2L > at_z$, из које се види да ће хидраулични удар бити све јачи што је цевовод дужи и време заустављања струјног тока краће. Како се тренутним заустављањем струјног тока ($t_z=0$) производи максимални „скок“ притиска, то се из претходне неједначине види да потпуни хидраулични удар није везан само за дугачке цевоводе. Наиме, потпуни хидраулични удар може да настане и у врло кратким цевоводима тренутним заустављањем струјног тока.

2.4.1. Фазе развоја хидрауличног удара

Кретање течности за време хидрауличног удара је осцилаторно. Захваљујући силама трења, осцилације се пригушују и временом ишчежавају. Истовремено, хидраулични удар као појава има своје фазе развоја и крај. Читав овај феномен може да се прикаже помоћу неколико скица (види слику 2.7). Прве три скице објашњавају „фазу пораста притиска“ у цевоводу после тренутног заустављања струјног тока помоћу затварача који се налази на његовом крају. Од тога тренутка почиње мерење времена. Нека је у тренутку „свишћања затварача“ $t=0$ (скица 1). У цевоводу је непромењено стање осим на оквашеној страни затварача на којој је $v=0$ и $p=p_0+\Delta p$. Време тече и талас повишеног притиска шири се од затварача улево брзином звука. У произвољном тренутку $t < \frac{L}{a}$ талас стиже до пресека 1—1 (скица 2). Десно од пресека 1—1 течност се зауставила, притисак је порастао за Δp , густина за $d\rho$ (не за $\Delta\rho$ јер је течност слабо стишљива) и пресек цеви за dA (не за ΔA јер то не дозвољава отпорност материјала). Лево од пресека 1—1 је непоремењено стање и течност струји удесно брзином v_0 повећавајући масу течности у пределу повишеног притиска. У тренутку $t=\frac{L}{a}$ поремећајни талас стиже до површине за рефлексију (на пример, до слободне површине течности у резер-

воару ако се цевовод напаја из њега) и сва се течност у цевоводу зауставила. Повишени притисак се проширио на цео струјни простор и тиме је „фаза *по-распа* *притиска*“ завршена. Сад течност у цевоводу личи на сабијену опругу. Захваљујући тако повишеном притиску, течност почиње да „претиче“ из цевовода у простор одакле је дотицала пре хидрауличног удара. Са почетком овог претицања течности из цевовода почиње „фаза *успокојавања* *првобитног*“



Слика 2.7

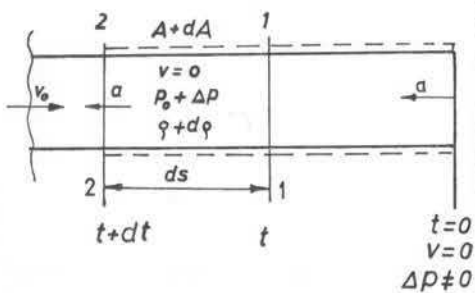
Фазе развоја хидрауличног удара

притиска“. Развој ове фазе објашњавају следеће две скице. Скица 4) приказује појаву у временском интервалу $\frac{L}{a} < t < \frac{2L}{a}$ у току кога је повратни талас стигао од површине за рефлексију до пресека 2—2 на путу ка затварачу. Лево од пресека 2—2 течност истиче из цевовода и тиме се притисак смањује на p_0 . У тренутку $t = \frac{2L}{a}$ свуда у цевоводу влада притисак p_0 и „фаза *успокојавања* *првобитног*“

првобитној притиска“ је завршена (скица 5). Услед инерције течност продужава да истиче из цевовода и притисак почиње да опада на вредност $p_0 - \Delta p$, а пресек цеви се смањује на $A - dA$. Скица 6) приказује временски интервал $\frac{2L}{a} < t < \frac{3L}{a}$, а скица 7) тренутак $t = \frac{3L}{a}$ када се „фаза снижавања притиска“ завршава. У овом тренутку је свуда у цевоводу $v=0$, $p_0 - \Delta p$ и $A - dA$. Због сниженог притиска у цевоводу течност почиње поново да струји ка затварачу. У почетном делу цевовода успоставља се првобитни притисак p_0 и брзина v_0 са смером ка затварачу и то је почетак „фазе успостављања првобитној притиска“. Скица 8) објашњава стање за временски интервал $\frac{3L}{a} < t < \frac{4L}{a}$, а скица 9) тренутак када је $t = \frac{4L}{a}$. После тога тренутка читав процес се понавља, али у слабијој форми, јер се део енергије изгубио услед трења и локалних отпора на путу између затварача и површине за рефлексiju поремећајног таласа.

2.4.2. Брзина ширења поремећаја

Замишља се струјни ток једнолике брзине v_0 у хоризонталној цеви пречника D , дужине L и дебљине зида цеви δ_c . На крају цевовода налази се затварач којим се, претпостављамо, струјни ток може тренутно зауставити. Нека је то и остварено. У том тренутку ће, као што је већ констатовано, на оквашеној страни затварача доћи до „скока“ притиска за Δp јер је на њему брзина $v=0$. Време пролази и повишени притисак шири се улево од затварача уз



Слика 2.8

Уз извођење брзине поремећаја

истовремено притицање течности ка затварачу јер је она колико-толико стишљива, а цев еластична па се шири. Нека је у тренутку времена t поремећајни талас стигао до пресека 1—1 (слика 2.8). То значи да у запремини између пресека 1—1 и затварача влада повишени притисак $p_0 + \Delta p$ а брзина је $v=0$. Због притицања течности ка затварачу у току времена t дошло је до пораста густине за $d\rho$ и попречног пресека цеви за dA десно од пресека 1—1. Поремећајни талас се непрекидно шири и у тренутку $t+dt$ стиже до пресека

2—2 „прешавши“ пут $ds = a \cdot dt$. Сад је и у запремини између пресека 1—1 и 2—2 повишени притисак $p_0 + \Delta p$, густина $\rho + d\rho$ и пресек цеви $A + dA$. Очигледно је да је у запремини између пресека 1—1 и 2—2 дошло до повећања масе течности док је поремећајни талас прелазио пут ds . То повећање масе износи:

$$(\rho + d\rho)(A + dA)a \cdot dt - \rho A a dt = (A d\rho + \rho dA)a dt.$$

Приликом сређивања израза на левој страни ове једначине занемарен је производ $d\rho \cdot dA$ као величина другог реда у односу на величине првог реда. Ово физичко повећање масе настало је уласком течности брзином v_0 кроз

пресек 2—2 за време dt које је протекло док је поремећајни талас прелазио пут ds . Према томе, мора да постоји једнакост

$$(A d\rho + \rho dA) a dt = \rho v_0 A dt,$$

из које се добија

$$\left(\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} \right) a = v_0. \quad (2.26)$$

Како је

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{E_t} = \frac{\Delta p}{E_t} = \frac{\rho v_0 a}{E_t},$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{d(D^2 \pi/4)}{D^2 \pi/4} = \frac{2 dD}{D} = 2 \frac{\sigma}{E_c} = 2 \frac{D \Delta p}{2 \delta_c E_c} = \frac{\rho a v_0 D}{\delta_c E_c},$$

где је E_t модул стишљивости течности, а E_c модул еластичности материјала цеви, то се заменом ова два израза у једначину (2.26) добија

$$\rho \left(\frac{1}{E_t} + \frac{D}{\delta_c E_c} \right) a^2 = 1, \quad (2.27)$$

односно

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{E_t D}{E_c \delta_c}}}, \quad (2.28)$$

где је са $a_0 = \sqrt{E_t/\rho}$ обележена брзина којом би се поремећај ширио кроз течност кад би простор био неограничен. Дакле, увек је $a < a_0$. Израз (2.28) први је извео Жуковски (Жуковский) 1898. године проучавајући нестационарно кретање течности у цевима коришћењем диференцијалних једначина кретања течности. Његов образац даје приближно исте вредности за брзину поремећаја у водоводним цевима као и образац Алијевија (Allievi) који је добијен експерименталним путем у водоводним цевима од разног материјала и који гласи:

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + \frac{N \cdot D}{\delta_c}}}. \quad (2.29)$$

Овде је $N=0,5$ за челичне водоводне цеви, $N=1$ за цеви од ливеног гвожђа и $N=5$ за оловне цеви. У табели 2.3 наведене су вредности модула стишљивости

Табела 2.3

Флуид	$E_t(N/m^2)$	Материјал	$E_c(N/m^2)$
Вода	$20,6 \cdot 10^8$	Челик	$20,6 \cdot 10^{10}$
Алкохол	$12,7 \cdot 10^8$	Лив. гвожђе	$9,8 \cdot 10^{10}$
Етар	$8,8 \cdot 10^8$	Олово	$0,5 \cdot 10^{10}$
Бензин	$10,8 \cdot 10^8$	Бетон	$2,0 \cdot 10^{10}$
Петролеј	$14,0 \cdot 10^8$	Дрво	$1,0 \cdot 10^{10}$
Нафта	$13,5 \cdot 10^8$	Гума	$(20-60) 10^5$

ности за неке течности и модула еластичности за материјале од којих се најчешће израђују цеви за транспорт флуида и мешавина флуида и чврстих материјала у уситњеном стању.

Разуме се, изрази (2.28) и (2.29) важе, строго узев, само кад се поремећајни талас простира кроз чисту течност. Међутим, због својства гасова да се растварају у течностима свака течност садржи у себи једну одређену количину гаса. Количина раствореног гаса у некој течности зависи од притиска и температуре течности. Са повећањем притиска и снижавањем температуре количина раствореног гаса у течности расте. Свака течност на једном одређеном притиску потпуно истисне сав гас из себе и тада у механичком смислу постаје чиста течност. На пример, за обичну воду тај притисак износи 0,24 бара [12]. Растворени гас у течности смањује њен модул стишљивости, а тиме и брзину простирања поремећајних таласа. То значи да присуство гаса у течности ублажава хидраулични удар не дозвољавајући стварање максималног скака притиска чак и при врло брзом заустављању струјног тока. Тако, на пример, запреминска концентрација ваздуха од 1% у води смањује брзину простирања поремећајног таласа на око 200 m/s. Ако се узме да је брзина поремећајних таласа у неограниченом простору испуњеним водом $a_0 \approx 1400$ m/s, онда испада да 1% ваздуха у води смањује ту брзину за приближно седам пута. У истом том односу смањило би се и интензитет хидрауличног удара који би био изазван у таквој води. Напоменимо и то да обична вода на атмосферском притиску може да раствори ско 2% ваздуха посматрајући запремински.

Ако са V_0 обележимо запремину течности и раствореног гаса у њој на притиску p_0 , а са c_{zo} запреминску концентрацију гаса у запремини V_0 , тада ће запремина гаса и течности на притиску p_0 износити:

$$V_{go} = c_{zo} V_0, \quad V_{to} = (1 - c_{zo}) V_0.$$

Користећи ове изразе, могућно је наћи густину мешавине течност — гас на притиску p_0 :

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \frac{M_0}{V_0} = \frac{1}{V_0} (\rho_{go} V_{go} + \rho_{to} V_{to}) = \\ &= \frac{1}{V_0} [\rho_{go} c_{zo} V_0 + \rho_{to} (1 - c_{zo}) V_0] = \\ &= \rho_{go} c_{zo} + \rho_{to} (1 - c_{zo}). \end{aligned}$$

На неком другом притиску $p \neq p_0$ маса $M_0 = M$ мешавине течност — гас заузеће одговарајућу запремину $V = V_t + V_g$. Из дефиниције коефицијента стишљивости,

$$s = - \frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\Delta p} = - \frac{V_{to} - V_t}{V_{to}} \frac{1}{p_0 - p} = \frac{1}{E_t},$$

долази се до вредности запремине течности у мешавини,

$$V_t = V_{to} \left(1 - \frac{p - p_0}{E_t} \right) = (1 - c_{zo}) V_0 \left(1 - \frac{p - p_0}{E_t} \right).$$

Претпоставимо да се температура не мења за време промене запремине и притиска, па је тада запремина гаса у мешавини на притиску p :

$$V_g = V_{go} \frac{p_0}{p} = c_{zo} V_o \frac{p_0}{p}.$$

Према томе, запремина V мешавине течност — гас на притиску p износи:

$$V = V_o \left[c_{zo} \frac{p_0}{p} + (1 - c_{zo}) \left(1 - \frac{p - p_0}{E_t} \right) \right].$$

Њена густина на овом притиску је:

$$\varrho = \frac{M}{V} = \frac{\varrho_0}{c_{zo} \frac{p_0}{p} + (1 - c_{zo}) \left(1 - \frac{p - p_0}{E_t} \right)},$$

одакле је

$$\frac{d\varrho}{dp} = \frac{\varrho^2}{\varrho_0} \left(c_{zo} \frac{p_0}{p^2} + \frac{1 - c_{zo}}{E_t} \right).$$

Са друге стране, ако се са E_m обележи модул стишљивости мешавине течност—гас, онда се њена густина на притиску p може изразити као [12]

$$\varrho = \varrho_0 \left(1 + \frac{p - p_0}{E_m} \right),$$

одакле је

$$\frac{d\varrho}{dp} = \frac{\varrho_0}{E_m}.$$

Дакле, постоји једнакост

$$\frac{\varrho^2}{\varrho_0} \left(c_{zo} \frac{p_0}{p^2} + \frac{1 - c_{zo}}{E_t} \right) = \frac{\varrho_0}{E_m},$$

одакле је

$$\frac{1}{E_m} = \frac{\varrho^2}{\varrho_0^2} \left(c_{zo} \frac{p_0}{p^2} + \frac{1 - c_{zo}}{E_t} \right).$$

Кад се изведена вредност $1/E_m$ замени у израз (2.27) уместо члана $1/E_t$, јер је сада у питању мешавина као средина кроз коју се простире поремећајни талас, добиће се

$$\varrho \left[\frac{\varrho^2}{\varrho_0^2} \left(c_{zo} \frac{p_0}{p^2} + \frac{1 - c_{zo}}{E_t} \right) + \frac{D}{E_c \delta_c} \right] a^2 = 1,$$

одакле се налази брзина поремећајних таласа:

$$a^2 = \frac{1}{\varrho \left[\frac{\varrho^2}{\varrho_0^2} \left(c_{zo} \frac{p_0}{p^2} + \frac{1 - c_{zo}}{E_t} \right) + \frac{D}{E_c \delta_c} \right]}. \quad (2.30)$$

Не може се из израза (2.30) елиминисати густина ϱ мешавине нити одговарајући притисак p у коме учествује и скок притиска Δp услед хидрауличног

удара. За одређивање скока притиска Δp услед хидрауличног удара потребно је познавати брзину a (m/s) ширења поремећаја тог повишеног притиска. Дакле, проблеми ове врсте морају се решавати методом постепеног приближавања.

На крају, неопходно је напоменути и то да образац (2.30) важи само кад је растворени гас у течности равномерно распоређен по целој запремини мешавине и када је запреминска концентрација c_{zo} релативно мала. Управо, такву мешавину представља сирова нафта и растворени природни гасови у њој.

2.4.3. Диференцијалне једначине хидрауличног удара

У данашњим хидроенергетским постројењима, у која спадају и магистрални цевоводи са пумпним станицама за транспорт и расподелу разних течности, нестационарне појаве су неизбежне из више разлога. Пре свега, економичност рада ових постројења захтева њихово стално подешавање у односу на променљиве режиме рада потрошача разних видова енергије. Такође су и нагли прекиди рада ових постројења чести због кварова или нестанка електроенергије која се најчешће користи за погон струјних машина. Без обзира на то због чега је дошло до поремећаја у раду ових постројења, увек се појављује хидраулични удар одређене јачине. Темељитије изучавање хидрауличног удара ради прорачуна и уградње заштитних уређаја за спречавање његовог штетног дејства захтева дубљу анализу нестационарних појава у овој врсти постројења коришћењем одговарајућих једначина кретања течности. То су познате једначине за нестационарно кретање реалних течности, које се изводе у теоријској механици флуида и на основу којих се осредњавањем свих физичких величина могу написати диференцијалне једначине хидрауличног удара. Наиме, за нестационарно кретање течности стоје на располагању три динамичке и једна кинематичка једначина. Ако се, на пример, прихвати да x -оса представља главни правац кретања у хидрауличном смислу, онда ће пројекције v_y и v_z брзине у правцу осталих двеју оса бити једнаке нули, док ће пројекција $v_x = v$ брзине, притисак p и густина ρ зависити само од координате x и времена t . Према томе, хидрауличне једначине за нестационарно кретање течности у цевима кружног пресека гласе:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial x} = 0.$$

Последњи члан у првој једначини система (2.31), који представља силу трења по јединици масе, написан је у овом облику због тога што има час позитивну час негативну вредност за време осцилаторног кретања течности произведеног хидрауличним ударом. Ако би били у питању неки други проточни пресеци цевовода, тада би уместо пречника D у првој једначини стајало $4 R_h$, јер је хидраулични радијус по дефиницији $R_h = A/0 = D/4$ за цеви кружног пресека. Пошто се густина ρ течности незнатно мења дуж струјног тока, то се може узети да је

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right)$$

па се прва једначина система (2.31) може написати као:

$$\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\lambda q |q|}{2 D A^2} = 0, \quad (2.32)$$

при чему су искоришћене и везе

$$E = \frac{1}{2} v^2 + gz + \frac{p}{\rho}, \quad v = \frac{q}{A} = \frac{4 q}{D^2 \pi},$$

где је E , дакле, струјна енергија по јединици масе флуида и q запремински проток. Најчешће се код водовода одређивање коефицијента трења своди на израчунавање Шезијево (Schezy) константе помоћу Манинговог (Manning) обрасца

$$C = \frac{1}{n} R_h^{0,167} = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4} \right)^{0,167}.$$

Пошто је у овом случају

$$\lambda = \frac{8 g}{C^2} = \frac{12,6 g n^2}{D^{0,33}},$$

то последњи члан једначине (2.32) постаје:

$$\frac{\lambda q |q|}{2 D A^2} = \frac{K}{D^{5,33}} q |q|, \quad K = \frac{16 \cdot 12,6 g n^2}{2 \pi^2} = 0,0144,$$

јер се као средња вредност узима $n=0,012$ за обичне водоводне цеви.

Дакле, крајњи облик динамичке једначине за нестационарно турбулентно струјање течности је:

$$\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{K}{D^{5,33}} q |q| = 0. \quad (2.33)$$

Кад се друга једначина система (2.31) напише у облику

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

и у њој замене изрази

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial x},$$

добеће се следећи облик једначине кснтинuitета:

$$\frac{1}{\rho a^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{v}{\rho a^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial x} = 0.$$

Пошто је приликом кретања течности $v < \ll \rho a^2$, то се други члан у претходној једначини може занемарити у односу на остала два члана. Поред тога је

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \approx \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{q}{A^2} \frac{\partial q}{\partial t},$$

јер је gz независно од времена, па се претпоследња једначина може написати у облику:

$$\frac{A}{a^2} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{q}{a^2 A} \frac{\partial q}{\partial t} = 0.$$

Како је $v \ll a^2$, то се и последњи члан у овој једначини може занемарити у односу на први и други члан и дефинитивно написати:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{a^2}{A} \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (2.34)$$

Једначине (2.33) и (2.34) познате су под именом „једначине хидрауличној удара“. Њихово решење не може да се нађе у затвореном облику због последњег члана у једначини (2.33) који их чини нелинеарним. Једначине (2.33) и (2.34) су иначе хиперболичног типа, што значи да постоје два карактеристична правца дуж којих се оне распајају на две обичне диференцијалне једначине првог реда. Ти правци су познати под именом „ α и β линије“ и одређени су овим диференцијалним једначинама:

$$dx = (v + a) dt, \quad dx = (v - a) dt.$$

Овде се v може занемарити у односу на a и на тај начин мрежа α и β линија учинити независном од времена, јер брзина простирања поремећајних таласа зависи само од физичких својстава течности и материјала цеви. Другим речима, α и β линије граде тада сталан угао са x -ссом у систему x, t . Вредност тог угла одређена је као $\arctg (\pm 1/a)$. Дакле, једначинама (2.33) и (2.34) припадају следеће обичне диференцијалне једначине:

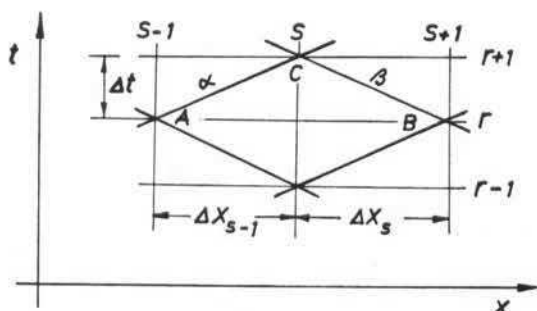
$$dE \pm \frac{a}{A} dq \pm \frac{K}{D^{5,33}} q |q| a dt = 0,$$

при чему знак „+“ одговара директном, а знак „-“ повратном поремећајном таласу. Кад се уместо бесконачно малог времена dt узме коначно мало време Δt , тада се последње једначине свODE на облик погодан за нумеричко решавање [13]:

$$\begin{aligned} & (E_{r+1,s} - E_{r,s-1}) + \left(\frac{a_s}{A_s} q_{r+1,s} - \frac{a_{s-1}}{A_{s-1}} q_{r,s-1} \right) + \\ & + \left(\frac{K}{2} \frac{a_{s-1}}{D_{s-1}^{5,33}} \Delta t |q_{r,s-1}| q_{r,s-1} + \frac{K}{2} \frac{a_s}{D_s^{5,33}} \Delta t |q_{r+1,s}| q_{r+1,s} \right) = 0, \quad (2.35) \\ & (E_{r+1,s} - E_{r,s+1}) - \left(\frac{a_s}{A_s} q_{r+1,s} - \frac{a_{s+1}}{A_{s+1}} q_{r,s+1} \right) - \\ & - \left(\frac{K}{2} \frac{a_{s+1}}{D_{s+1}^{5,33}} \Delta t |q_{r,s+1}| q_{r,s+1} + \frac{K}{2} \frac{a_s}{D_s^{5,33}} \Delta t |q_{r+1,s}| q_{r+1,s} \right) = 0. \end{aligned}$$

Рачун се изводи за елементарни троугао чија су темена $A(r, s-1)$, $B(r, s+1)$, $C(r+1, s)$. Ако су познате све величине у теменима A и B , тада се из ових једначина и одговарајућих граничних услова могу да нађу вредности функција $E_{r+1,s}$ и $q_{r+1,s}$ у темену C (сл. 2.9). До решења се долази итерацијама при

чему се временски интервал Δt бира тако да буде и на најкраћој цеви у систему бар два поделека Δx . Поред осталог, број ових поделека зависи и од граничних услова који су задани у виду обичних или диференцијалних једначина. О неким од ових граничних услова биће говора у следећем параграфу.



Слика 2.9
Мрежа „ α и β линија“

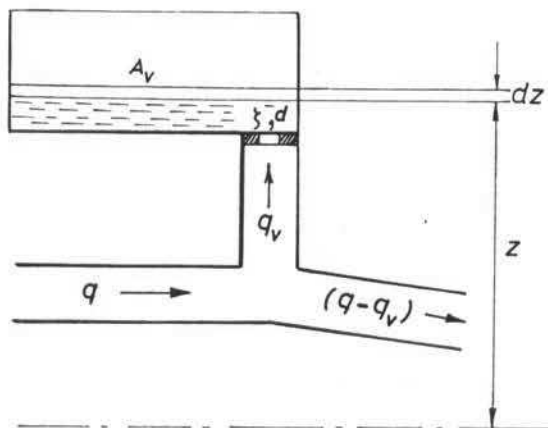
2.4.4. Заштита цевовода од хидрауличног удара

Хаварије које настају за време хидрауличног удара могу да буду веома велике. Нису ретки случајеви разарања читавих хидропостројења услед претерано високог притиска до кога долази приликом хидрауличног удара. Све то показује да се заштити цевовода и осталих уређаја у хидроенергетским постројењима мора посветити изузетна пажња. Поред основне мере, која се састоји у томе да се спречава све оно што доводи до хидрауличног удара, морају се предвидети и заштитни уређаји, јер до непожељног брзог заустављања струјног тока често мора да дође из разлога који су раније наведени. Свакако да врста заштитног уређаја као и место његовог постављања у инсталацији зависе од врсте и режима рада хидропостројења. Зато се овде и пришло набрајању и обради заштитних уређаја у односу на врсту хидропостројења и улогу коју ови уређаји имају у пригушивању хидрауличног удара. При томе се претпоставља да су пројектом исправно усвојени и прорачунати сви затварачи, регулациони органи и остала арматура, од којих зависи карактер хидрауличног удара и ток његовог развоја.

а) Водостан

Водостаном се назива једна врста резервоара у облику бунара који се поставља у хидроелектранама између акумулационог језера и турбина, и то на месту где се доводи тунел за воду „прелама“ у цевовод за транспорт воде до турбина. Овај цевовод је под великим нагибом и у њему влада висок притисак (слике 2.6 и 2.10). За време устаљеног режима рада хидропостројења водостан у хидродинамичком смислу не представља ништа друго него један пијезометар у коме ниво воде одговара пијезометарској линији на месту где је водостан постављен. Међутим, кад дође до поремећаја у раду постројења (на пример, због промене протока воде кроз турбине)) функција водостана се мења и он добија ону улогу због које је и постављен између акумулационог

језера и турбина. Пре свега, водостан спречава преношење поремећајног таласа у доводни тунел, јер се о слободну површину воде у њему талас одбија, и ослабљен враћа углавном у цевовод. Истовремено док се ова појава одиграва



Слика 2.10
Скица водостана

водостан прима део воде која по инерцији пристиже тунелом из акумулационог језера и због пораста нивоа воде у њему, ствара се већи противпритисак који пригушује делује на поновљени поремећајни талас. Може се слободно рећи да се постављањем водостана „скраћује“ укупна дужина високопритисног доводног система за снабдевање хидротурбина водом и да се на тај начин смањује време „путовања“ поремећајног таласа од турбина до слободне површине воде у водостану уместо до слободне површине воде у акумулационом језеру и назад до турбина, и на тај начин индиректно осигурава довољно дуго време $t_z > 2L/a$. Исправно димензионисан водостан мора да задовољи једначине (2.35) и следеће граничне услове:

$$q_v dt = A_v dz, \quad E = gz + \xi_v |q_v| q_v. \quad (2.36)$$

Једначине (2.35), постављене за леви и десни део цевовода, заједно са граничним условима (2.36) одређују функције E , q , q_v , z . Поступак решавања ових једначина изложен је, на пример, у литератури [14] и цитираном раду [12]. Напомиње се да у њима A_v представља попречни пресек водостана, који може да буде и променљив, а коефицијент $\xi_v = 16 \xi g/d^4 \pi^2$ укупни отпор пригушнице. Остале ознаке дате су на слици 2.10.

б) Ветреник

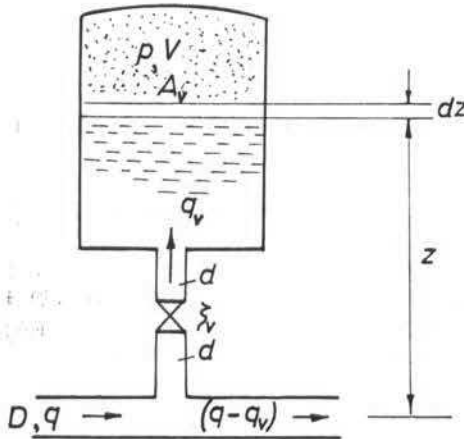
За разлику од водостана, ветреник је затворен и у његовом горњем делу налази се ваздух под притиском $p > p_a$ (p_a је атмосферски притисак) који попут опруге регулише пуњење и пражњење ветреника водом за време хидрауличног удара. Ветреник се уграђује код пумпних постројења, и то на почетку потисног цевовода који је под повишеним притиском. Он првенствено штити цевовод од хидрауличног удара, јер су пумпе заштићене уградњом повратне клапне. Читав систем се због веће сигурности заштићује још и обилазним цевоводом.

водом (*by-pass*) кроз који вода претиче из потисног у уисни цевовод за време хидрауличног удара.

Исправно димензионисан ветреник мора такђе да задовољи раније наведене једначине (2.35) и следеће граничне услове

$$q_v dt = A_v dz, \quad pV^n = \text{const.} \quad (2.37)$$

$$E = gz + \frac{p - p_a}{\rho} + \zeta_v |q_v| q_v.$$



Слика 2.11
Скица ветреника

Напомиње се да у другој једначини (2.37), V представља запремину ваздуха у ветренику изнад течности, а не укупну запремину ветреника. Обично се за коефицијент политропе узима вредност $n=1,2$. Дакле, у овом случају, поред функција E , z , q_v треба да се одреди још и притисак p ваздуха и његова запремина V у ветренику. Једначине (2.35) и гранични услови (2.37) су довољни да се тај проблем реши.

НАФТОВОДИ

3.1. ПРОИЗВОДЊА И ПЕРЕРАДА СИРОВЕ НАФТЕ

Сирову нафту чини једна вишефазно-вишекомпонентна мешавина различитих угљоводоника, воде, гаса и чврстих честица разних материјала као механичких примеса. Не мора свака сирова нафта да има све ове фазе и компоненте. Зависно од масеног учешћа појединих фаза и компонената у мешавини, сирова нафта има и одговарајућа својства. Из више бушотина на нафтоносном пољу сирова нафта се транспортује цевоводима до сабирних станица чији број зависи од распореда и издашности бушотина. Бушотине могу да буду фонтанске, гас-лифтне и пумпне. У фонтанске бушотине спадају оне код којих је притисак у лежишту довољан да избаци сирову нафту на површину земље, и да обави њен транспорт до прихватних резервоара који се налазе у саставу сабирних станица. Код гас-лифтних бушотина притисак у лежишту није довољан да избаци нафту на површину земље па се зато на одређеној дубини бушотинског цевовода убризгава гас под притиском, који струјањем вертикално навише повлачи сирову нафту и извлачи је на површину земље. Ако поред недовољног притиска у лежишту бушотина има и малу издашност, онда се за црпење сирове нафте из таквих бушотина користе специјалне полужно-клипне пумпе са теговима. Разуме се, фонтанске бушотине временом постају гас-лифтне и пумпне, јер црпењем сирове нафте притисак у њеном лежишту опада а издашност се смањује.

Пречишћавање сирове нафте обавља се у сабирним станицама. Гас је редован пратилац сирове нафте, и зато свака сабирна станица има уређаје за одвајање гаса. Некад издвајање гаса из сирове нафте почиње у сабирним цевоводима кад то притисак и температура мешавине дозвољавају. После издвајања гаса, из течне масе се одстрањују вода и механичке примесе, што може да се убрза загревањем течне масе и додавањем калцијум-хлорида. После неколико часова мировања, вода и механичке примесе падају на дно резервоара у виду муља одакле се, после претходног препумпавања пречишћене нафте у чисте резервоаре, испуштају у одводне канале ради транспорта до депоније. Пречишћена сирова нафта се из више сабирних станица транспортује цевоводима до отпремне станице, а одавде магистралним нафтоводом до рафинерије или до утоварне станице ако се транспорт до рафинерије обавља покретним превозним средствима (вагон-цистернама, ауто-цистернама, танкерима). Из добијеног гаса се у сабирним станицама издвајају бутан и пропан, као и угљен-диоксид и сумпор ако су присутни у гасу. Пречишћена

сирова нафта се, такође, пре транспорта до отпремне станице излаже поступку одвајања сумпора, ако је то потребно.

Нафтини деривати се из рафинерија до потрошачких центара такође транспортују цевоводима или покретним превозним средствима, чије је пуњење механизовано и обавља се цевоводима који имају своју пумпну станицу и остале уређаје.

Почетак производње сирове нафте везује се за другу половину XIX века. Прва светска производња евидентирана је 1857. године и износила је 320 m^3 . Добијена је, углавном, у Румунији. У Америци је нафта први пут добијена 1859. године, а у СССР-у 1863. Како је расла производња сирове нафте у свету може да се види по томе што се она за следећих 100 година повећала на $1220 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. У табели 3.1 дат је преглед производње сирове нафте у 1959. години по подручјима где је добијена. Учешће Југославије у тој производњи је око $1,1 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, а Кубе, на пример, $6,8 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Табела 3.1

Светска производња сирове нафте у 1959. години [4]	
Подручје	Производња у 10^6 m^3
Северна Америка	455,0
Јужна Америка	201,3
Источна Европа	190,1
Западна Европа	15,5
Северна Африка	14,4
Источна Африка	2,1
Средњи исток	307,0
Далеки исток	4,2
Океанија	29,6
У к у п н о	$1219,2 \cdot 10^6$

Даљи пораст производње сирове нафте у свету приказује табела 3.2. Сваких следећих пет година је, у ствари, светска производња расла за преко 40%.

Табела 3.2

Светска производња сирове нафте од 1945—1979 [22]					
Година	1945	1950	1955	1960	1965
Милиона тона	353	525	770	1052	1503
Година	1970	1975	1976	1979	
Милиона тона	2336	1628	2844	3620	

У Југославији је сирова нафта први пут добијена 1860. године у Међимурју копањем обичних ровова од неколико метара дубине. Коришћена је за подмазивање запрежних кола. Из бушотина се код нас сирова нафта почела добијати 1866. године. Тада је било укупно 5 бушотина од којих су неке достизале и до 350 m дубине. Од 1866. до 1940. године, када је откривено Гојло као прво озбиљније налазиште сирове нафте у нашој земљи, произведено је свега 10500 t у Међимурју и око 500 t у околини Тузле. Од 1940. до 1945. године произведено је укупно 73000 t од чега 63000 t на нафтоносним пољима Гојла. Од 1945. године наовамо улажу се велика средства да се открију нова налазишта сирове нафте у нашој земљи, која се убраја у подручја са добрим геолошким резервама ове сировине. До 1965. године избушено је укупно 246400 m бушотина од којих су неке достизале и до 4000 m дубине. У периоду од 1945—1965. године добијено је укупно 12275190 t сирове нафте, да би годишња производња 1965. године износила око два милиона тона. Она је тада покривала две трећине потреба у сировој нафти и њеним дериватима. А данас се производња сирове нафте у Југославији креће на нивоу једне трећине од потрошње. У табели 3.3 приказана је производња и прерада сирове нафте и потрошња њених деривата у Југославији до 1975. године.

Табела 3.3

Производња и прерада сирове нафте и потрошња њених деривата у Југославији у хиљадама тона [22]			
Година	Производња	Прерада	Потрошња
1945.	31,4	31,4	231,0
1950.	110,3	475,0	540,0
1955.	257,2	762,0	743,0
1960.	940,7	1288,0	1379,0
1965.	2063,0	2930,0	3000,0
1970.	2900,0	7091,0	6680,0
1975.	4000,0	12300,0	11390,0

Из табеле се види да је прерада сирове нафте у нашим рафинеријама скоро равна потрошњи и да прерада и потрошња брже расту од производње, што је било од пресудног утицаја на доношење одлуке о изградњи нафтовода који ће снабдевати рафинерије у Сиску, Босанском Броду, Новом Саду и Панчеву сировом нафтом из увоза. Овај нафтовод пуштен је у погон крајем 1979. године. Без њега би снабдевање набројених рафинерија било практично немогућно због високих транспортних трошкова.

Привредни развој у свету је у сталном порасту и захтева све веће количине енергије у чијем стварању сирова нафта и природни гас имају све већег учешћа. Пораст производње и потрошње сирове нафте и природног гаса је непрекидан. Табела 3.4 показује процентуално учешће појединих извора енергије у свету, а табела 3.5 у нашој земљи.

Потрошња нафтних деривата у килограмима по глави становника износила је 1965. године у појединим земљама: САД 2700, Белгија 1370, Италија

810, СССР 800, Аустрија 740, Грчка 392, Југославија 158, Турска 106, Индија 22, итд. Већ 1980. године потрошња нафтиних деривата по глави становника износила је 1000 kg годишње.

Табела 3.4

Учешће у % појединих извора енергије у свету [22]				
Година	Угаљ	Нафта	Природни гас	Хидро и нукл.енерг.
1940.	70,9	18,2	4,9	6,0
1950.	57,8	25,2	9,5	7,5
1955.	51,3	28,9	11,7	8,1
1960.	48,0	29,6	13,5	8,9
1965.	40,5	34,1	16,3	9,1

Табела 3.5

Учешће у % појединих извора енергије у Југославији [22]				
Година	Угаљ	Нафта	Природни гас	Хидро-енергија
1939.	92,5	5,9	0,1	1,5
1950.	87,7	10,2	0,2	1,9
1955.	85,8	10,7	0,4	3,1
1960.	80,8	13,8	0,5	4,9
1965.	71,0	21,4	2,1	5,5
1970.	51,6	35,9	5,4	7,1
1975.	43,0	41,0	7,0	9,0

Најзад, да напоменемо да су светске геолошке резерве сирове нафте према *U.S.G. Survey* износиле 1966. године око $1300 \cdot 10^9$ тона, од којих је пронађено и економично за експлоатацију свега $800 \cdot 10^9$ тона. Међутим, годишња производња сирове нафте у свету износила је 1966. године око $1,5 \cdot 10^9$ тона. Процењује се да ће производња сирове нафте до краја двадесетог века достићи око $7 \cdot 10^9$ тона. Разуме се, до поремећаја у производњи и потрошњи сирове нафте може увек да дође и сведоци смо почетка једног таквог поремећаја.

3.2. ИЗГРАДЊА НАФТОВОДА

Први нафтовод изграђен је у Северној Америци већ 1865. године, кроз који се транспортовала сирова нафта од *Titusville (Pennsylvania)* до оближње железничке станице. Био је дугачак 8 km, пречника 2 сола и капацитета 100 t на дан. Имао је две пумпне станице које су стварале притисак од 15 bara.

Следећи нафтовод изграђен је у СССР-у 1878. године [23] у реону Бакуа и био је нешто веће дужине. Имао је чисто локални значај. Међутим, први нафтовод у данашњем смислу речи изграђен је у СССР-у у периоду од 1896—1906. године на иницијативу Менделеева. И данас је у погону. Дужина му је 883 km, пречник 203 mm, са 16 пумпних станица. Њиме се транспортује керозин од Бакуа до Битумија. Непосредно после овог нафтовода у СССР-у није грађен ниједан већи нафтовод. Наиме, до октобарске револуције укупна дужина изграђених нафтовода износила је 1147 km, са годишњим капацитетом од $2,5 \cdot 10^6$ тона. Тек 1924. године изграђен је још један нафтовод од Бакуа до Битумија, дужине 834 km, пречника 273 mm, са седам пумпних станица. Треба приметити да је сваки следећи нафтовод већег пречника и са мањим бројем пумпних станица на истој дужини. То је у вези са економичношћу транспорта сирове нафте цевоводима, са технологијом израде цеви и усавршавањем конструкција пумпа. Према неким подацима у СССР-у је до 1941. године било изграђено око 4100 km магистралних нафтовода, са годишњим капацитетом од $7,9 \cdot 10^6$ тона. За време II светског рата изграђена су у овој земљи само два нафтовода: Астрахан-Саратов (650 km, 325 mm, осам пумпних станица) и Оха-Софискаје (625 km, 325 mm, три пумпне станице). Којом брзином су грађени нафтоводи у СССР-у може се видети по томе што је њихова дужина 1963. године износила 20500 km, да би већ 1970. године била 66000 km. Северна Америка је, међутим, 1970. године имала 145000 km нафтовода. Кад је реч о нафтоводима у СССР-у, треба да се изнесе податак да је ова земља изградила и два најдужа нафтовода на свету. Први иде од Туимаза на Уралу преко Омска до Иркутска и дугачак је 3700 km, а други полази из Кујбишева па преко европског дела Совјетског Савеза и Пољске иде до Swedta у Немачкој Демократској Републици, од кога се одваја један крак за Будимпешту и Братиславу. Његова дужина је око 5116 km, од чега на територији СССР-а око 3455 km. Пречник му је 1000 mm, има двадесет пумпних станица. Овај нафтовод је недавно продужен од Swedta до Salzgütera у Савезној Републици Немачкој за 300 km и према Rostoku ка обалама Балтичког мора. Почетак овог нафтовода спојен је 1973. године са нафтоводом дужине 1800 km, који иде од Нефтеганска у Сибиру до Ахметјевска у Татарској Аутономној Републици, тако да његова дужина данас износи око 7216 km.

Као подухват у изградњи нафтовода свакако спада и нафтовод положен у Средоземном мору, којим се транспортује сирове нафта од Алжирске Сахаре до Laverie близу Marseillea. Дужина му је 3000 km, пречник 860 mm и годишњи капацитет $35 \cdot 10^6$ тона. У Laveri је овај нафтовод спојен са нафтоводом дужине 782 km и пречника 34 colа, којим се транспортује приспела сирове нафта из Сахаре до рафинерије у Karlsruheu. У категорији тих нафтовода је свакако и нафтовод положен у Северном мору који повезује Шетландска острва и луку Sulom-Vu. Дужина му је 100 миља, а капацитет транспорта 10^6 barela дневно (1 barrel = 158,984 литара).

У Западној Европи је до 1970. године изграђено око 7000 km магистралних нафтовода, од чега око 5500 km у земљама ZET-а. Најважнији магистрални нафтоводи у западној Европи, Средњем Истоку и северној Африци, наведени су у табелама 3.6 и 3.7.

Према неким изворима је до 1970. године у свету изграђено око 320000 km магистралних нафтовода и око 160000 km цевовода за транспорт нафтних деривата. Последњи подаци говоре да је укупна дужина ових цевовода 1975. године достигла 730000 km.

Од нафтовода који се тренутно граде ваља поменути онај на Аљасци дужине 1285 km који полази из залива Прудо на Леденом мору и иде до Валдеса у Аљаском заливу где се налазе рафинерије. На својој траси нафтовод

Табела 3.6

Магистрални нафтови́ди у Западној Европи [24]			
Нафтовод	Дужина (km)	Пречник (col)	Капацитет (mil. t/god.)
<i>NWO (Nord West Oelleitung)</i>	384	28	25
<i>RRP (Rotterdam—Rhein Pipeline)</i>	479	24	20
<i>RDO (Rhein—Donau Oelleitung)</i>	287	26	15
<i>SEPL (Lavera—Karlsruhe)</i>	782	34	35
<i>CEL (Genova—Neustadt)</i>	668	26—18	11
<i>TAL (Trst—Neustadt)</i>	460	40	25

Табела 3.7

Нафтови́ди на Средњем истоку и у Северној Африци [24]				
Земља	Нафтовод	Дужина (km)	Пречник (col)	Капацитет (mil. t/god.)
<i>Сауди—Арабија Либан</i>	<i>TAP—Pipeline</i>	1213	30—32	22
<i>Ирак Либан</i>	<i>Kirkuk—Tripoli</i> <i>Kirkuk—Tripoli</i> <i>Kirkuk—Banias</i> <i>Kirkuk—Banias</i>	856 856 892 900	12 16 30 30	50
<i>Алжир</i>	<i>Sopeg—Hassi—Messaoud—Bourgie</i> <i>Trapes—Ohanet—Hassi—Messaoud</i> <i>Trapes—Edjeleh—La Skhirra</i> <i>Hassi—Messaoud—Arzew</i>	660 525 785 800	24—12 30 24 28	14 26 17 20
<i>Либија</i>	<i>Zelten—Port Brega</i> <i>Gialo—Dahra—Sidra</i> <i>Amal—Ras Lanuz</i> <i>Mersa—Heriga</i>	171 410 292 550	30 30 34 30	30 32 25 30
<i>Египат</i>	<i>Suec—Aleksandrija</i> <i>Ejlat—Askalon</i>	320 260	40 40	80 60

прелази преко 400 река и неколико узвишења од којих је највише оно у Дитриховом кланцу надморске висине 1400 m. Нафтовод је изложен великој разлици температура околине која пада и испод -30°C на почетку нафтовода до неколико степени изнад нуле на његовом крају, тј. на улазу у рафинерије. На изградњи овог нафтовода ради око 20 хиљада радника. Претходно се морало изградити 600 km путева ради допремања и развоза цеви дуж трасе нафтовода.

Први нафтовод изграђен у нашој земљи је онај који повезује отпремну станицу Стружец код Поповаче са рафинеријом у Сиску [5]. Његова дужина је 15 km, а пречник 10 и 3/4 cola. Кроз овај нафтовод транспортује се и нафта која се допрема у Стружец са нафтоносних поља код Новске и Граберја у које стиже нафта са поља Иванић. Подаци о ова два нафтовода дати су у табели 3.8 заједно са подацима о осталим магистралним нафтоводима у Југославији, чија је укупна дужина око 230 km.

Табела 3.8

Магистрални нафтоводи у Југославији [25]		
Нафтовод	Дужина (km)	Пречник (col)
Стружец—Сисак	15	10 и 3/4
Граберје—Стружец	25	10 и 3/4
Липовљани—Стружец	50	6 и 5/8
Шандровац—Граберје	50	12 и 3/4
Јагњедовац—Шандровац	25	4 и 1/2
Мокрин—Киkinда	18	2 и 1/2
Киkinда—Елемир	45	10 и 3/4

Већ је речено да је крајем 1979. године пуштен у погон наш највећи нафтовод којим ће се транспортовати $25 \cdot 10^6$ тона годишње сирове нафте из увоза за наше рафинерије и око $10 \cdot 10^6$ тона годишње за рафинерије у Будимпешти и Братислави. Нафтовод полази из Омишља на Крку и иде до Сиска где се

Табела 3.9

Подаци о највећем југословенском нафтоводу			
Део ни ца		Дужина (km)	Пречник (col)
I грана	Омишља—Сисак	168	28
	Сисак—Босански Брод	141	22
	Бос. Брод—Опатовац	106	16
	Опатовац—Нови Сад	77	16
	Нови Сад—Панчево	95	14
II грана	Сисак—Ботово	110	—
	Ботово—Лендава	38	—
	Ботово—Будимпешта—	—	—
	Братислава	—	—

рачва на две гране: једна грана иде према Лендави преко Ботова (овде се одваја крак за Будимпешту и Братиславу), а друга преко Босанског Брода, Опатовца и Новог Сада до Панчева. Укупна дужина овог нафтовода је око 735 km. Због његове величине и важности, овај нафтовод је издвојен и подаци приказани у табели 3.9.

Према неким подацима је у нашој земљи до 1970. године изграђено још око 550 km сабирних нафтовода кроз које се транспортује сирова нафта на нафтоносним пољима од бушотина до сабирних станица. У табели 3.10 дат је преглед тих нафтовода.

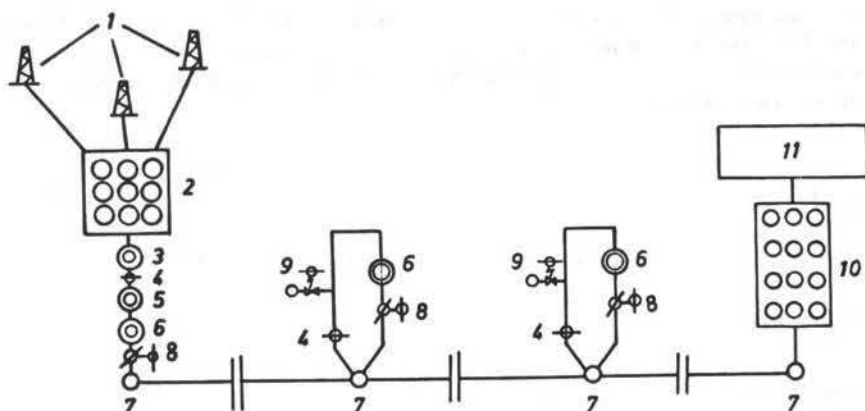
Табела 3.10

Сабирни нафтови на нафтоносним пољима [25]		
Нафтоносно поље	Укупна дужина (km)	Пречник (col)
Мрамор Брдо	10,6	2, 3, 4, 5
Шумечани	34,4	2, 4, 8,
Буњани	34,8	2, 4, 5, 6
Клоштар	96,5	2, 4, 5, 6
Дуго Село	15,7	3, 4
Стружеш	62,7	3, 6
Липовљани	33,5	3, 10
Иванић	31,7	3, 10
Жутица	13,6	3, 6
Јагњедовац	20,4	3, 6
Шандровац	26,0	3, 6
Јерменовци	28,5	2, 4, 6
Бока и Елемир	63,3	2, 4, 6, 10
Кикинда	66,0	2, 4, 6

3.3. ТЕХНОЛОГИЈА ТРАНСПОРТА СИРОВЕ НАФТЕ НАФТОВОДИМА

У магистралне нафтоводе убрајају се цевоводи кроз које се транспортује пречишћена сирова нафта од отпремних станица на нафтоносним пољима до рафинерија или до утоварних станица ради пуњења покретних превозних средстава, или од истоварних станица у речним и морским пристаништима до рафинерија када се сирова нафта допрема танкерима. Овде спадају и цевоводи кроз које се транспортују деривати сирове нафте од рафинерија до великих потрошача или до утоварних станица када се њихов транспорт предвиђа покретним превозним средствима. Пречник магистралних нафтовода је обично изнад 500 mm, дужина преко 50 km, а притисак транспортоване сировине на почетку цевовода 50—65 бара и више. Сабирни цевоводи на нафтоносним пољима имају знатно мањи пречник и његова величина зависи од издашности бушотине. Најчешће су од 100—150 mm, али могу да буду и већи. Елементи једног магистралног нафтовода дати су са ознакама на слици 3.1. Ради обезбеђења непрекидног пријема сирове нафте из сабирних станица са нафтоносних поља и оптималног режима рада магистралног нафтовода ст-

премна пумпна станица, која се често назива и главном пумпном станицом, у свом саставу има велики резервоарски простор. На главној пумпној станици обавља се прво увођење транспортоване сировине у цевовод, као и контрола физичких својстава ако то није раније учињено.



Слика 3.1 [8]

Елементи магистралног нафтовода

На слици 3.1 бројеви означавају: 1 — бушотине, 2 — сабирну станицу са резервоарима, 3 — помоћну пумпну станицу, 4 — филтре, 5 — мерне уређаје, 6 — главну пумпну станицу, 7 — уређаје за увођење и извлачење чистача цевовода, 8 — регулаторе притиска, 9 — уређаје за ублажавање хидрауличних удара, 10 — пријемну станицу са резервоарима и 11 — рафинерију.

Због пада притиска за време транспорта, постављају се дуж нафтовода помоћне пумпне станице у којима се повишавањем притиска сировој нафти надокнађује изгубљена енергија у претходној деоници и обавља загревање сирове нафте ако је то потребно. Тада су и помоћне пумпне станице снабдеване већим резервоарским простором и уређајима за загревање сирове нафте. Помоћне пумпне станице се обично граде дуж трасе магистралног нафтовода у близини насељених места, прикључака за електроенергију, водовод и канализацију. Растојање између главне пумпне станице и прве помоћне пумпне станице износи од 100—150 km, а растојање између помоћних пумпних станица од 50—80 km. Ако нафтовод мора да буде положен далеко од насељених места и ако би због тога било отежано одржавање пумпних станица и уопште експлоатација нафтовода, тада се та растојања повећавају и на 200 km између главне и прве помоћне пумпне станице, односно до 100 km између следећих пумпних станица. Најзад, у саставу рафинерија, када се кроз нафтовод транспортује сирова нафта, или у кругу потрошачких центара, ако се кроз нафтовод транспортују продукти сирове нафте, налазе се прихватне станице са довршним резервоарским простором. Када се једним нафтоводом предвиђа снабдевање више рафинерија, или снабдевање већег броја потрошача продукtima сирове нафте, онда је такав нафтовод опремљен одводним цевсводима и уређајима за мерење испоручених количина и уређајима за дељинско управљање.

То исто важи и када се на неком месту нафтовода одводи сирова нафта за утоварну станицу ради пуњења вагон-цистерна, ауто-цистерна или танкера. Зато и утоварне станице морају да имају довољан складишни простор како би се искључио утицај неравномерног рада утоварне станице на оптимални режим рада магистралног нафтовода за који је он пројектован.

Магистрални нафтови се најчешће уклапају у земљу на дубини од 0,8—1,10 m мерено од површине земље до горње ивице цевовода. Дубина уклапања зависи од категорије нафтовода и ширине заштитних појасева насељених места, објеката у близини цевовода итд. Ова дубина уклапања се повећава на 1,0—1,35 m када се при полагању нафтовода морају да савладају разне препреке: водени токови, путеви, железничке пруге и сл. Дубина се у овом случају мери од дна воденог тока, односно од горње ивице пута, пруге итд. Понекад се магистрални нафтови полажу изнад земље на бетонским стубовима висине 0,50—0,75 m. Попречни пресек тих стубова је правоугаон са полукружним горњим делом ради што бољег ослањања цевовода. Цеовод је металним „опасачима“ причвршћен за стубове. Има и других начина полагања магистралних нафтовода: на пример, испод мора и језера на разним дубинама, изнад мочварних терена итд.

На сваких 10—15 km дуж трасе нафтовода постављају се вентили ради спречавања већих губитака нафте ако из било којих разлога дође до пуцања цевовода. Оштећено место се „блокира“ вентилима између којих се оно налази. На 15—20 km гради се и кућа пазитеља нафтовода, у којој се налази и приручна радионица са најнужнијим алатом за отклањање мањих кварова на цевоводу или на линијама везе.

Сирове нафте које су врло вискозне (тешке сирове нафте) морају да се загревају пре увођења у цевовод. То се обавља у главним и помоћним пумпним станицама које су тада опремљене и котларницама. Котлови се обично ложе самом нафтом која се транспортује, а као грејни флуид служи врела вода или прегрејана водена пара притиска 10—15 бара. Више ће о томе бити речи када се буде говорило о системима загревања сирове нафте и њених тежих фракција.

Напоменимо овде још и то да нафтови као и остали цевоводи кроз које се транспортују енергетски флуиди морају да буду опремљени противпожарним уређајима. Погонски мотори морају да буду заштићени од експлозије и смештени у посебним одељењима, нарочито кад су у питању бензински или дизел-мотори, или кад се за погон користе мотори који троше гас као гориво.

Анализа економичности транспорта сирове нафте и њених продуката разним начинима транспорта показује да је транспорт тих сировина цевоводима најекономичнији чим је годишњи капацитет транспорта изнад пет милиона тона. То је нарочито уочљиво када се анализира снабдевање континенталних рафинерија сировом нафтом. Цевоводи се могу сматрати непокретним превозним средствима кроз које се креће само сировина и за које, према томе, није потребан посебан пут нити енергија за сопствено кретање. Безбедност транспорта је максимална, нарочито кад је цевовод укопан у земљу на прописаној дубини. Транспорт цевоводима може да се аутоматизује и улога радног особља тада сведе на контролу инструмената, регистрацију испоручених количина и одржавање уређаја и објеката у оквиру нафтовода. С обзиром на данашња средства заштите од корозије, век ових цевовода је релативно дуг и износи у просеку 25—30 година.

3.4. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН НАФТОВОДА ПРИ ИЗОТЕРМНОМ СТРУЈАЊУ

Кад је температура транспортоване сировине константна за време струјања каже се да је струјање изотермно. Често се претпоставља да је струјање изотермно и онда кад се температура транспортоване сировине мења низводно, али та промена мора да буде незнатна. Тачније речено, промена температуре дуж цевовода је тада занемарена. Ово мсже да се учини само кад су у питању кратки и добро изоловани цевоводи без обзира на то да ли је температура транспортоване сировине виша или нижа од температуре околине. За праксу је од већег значаја случај транспорта загрејаних течности. Ево зашто. Само магистрални цевоводи могу да раде у приближно стационарном хидродинамичком режиму. Међутим, цевоводи који служе за истовар сирове нафте или њених тежих фракција из танкера на разним пристаништима, сабирни цевоводи на нафтоносним пољима, разводни цевоводи у термоенергетским постројењима, раде углавном у променљивом режиму. Карактеристика тих цевовода стално се мења и одређује увек другу погонску тачку пумпне станице. Да би се погонска тачка пумпне станице налазила у једној ужој области, и била што ближе оној тачки за коју је пумпна станица пројектована, мора се и карактеристика цевовода одржавати приближно сталном. Кад је у питању транспорт сирове нафте и њених тежих фракција, или неких других веома вискозних течности, то се постиже загревањем транспортоване сировине. Претходно се израчуна вискозност из услова да пумпна станица ради у жељеној погонској тачки па, затим, одговарајућа температура загревања из закона промене вискозности са температуром, који одговара транспортованој сировини. Ти цевоводи су обично кратки и добро изоловани или положени у заштитном каналу па се, бар у првом приближењу, може претпоставити да је струјање изотермно. После тога могућно је наћи пад температуре дуж цевовода. Ако је пад температуре незнатан, претходни хидраулични прорачун цевовода може да се прихвати. Ако се пад температуре не може занемарити, тада величине одређене претходним хидрауличним прорачуном служе као прва апроксимација помоћу које се на познати начин постиже захтевана тачност. Дакле, и у овом случају користи се класични хидраулични прорачун у коме као главне једначине служе једначине протока и енергије.

За случај ламинарног струјања пад притиска услед трења једнозначно је одређен и за цеви кружног пресека износи:

$$\Delta p = \frac{128 \varrho v q l}{\pi D^4} \quad (3.1)$$

Вредностима $2320 < Re < 4000$ одговара прелазни нестабилни режим струјања који по правилу треба избегавати. Пад притиска услед трења једнозначно је одређен и кад се ради о струјању у хидраулички глатким цевима. Тада се коефицијент трења мења по закону (1.17). Ово треба нагласити јер није довољно да се констатује да је $4000 < Re < 100000$ па да се користи Блазијусов (*Blasius*) образац за пад притиска:

$$\Delta p = 0,241 \frac{\varrho v^{0,25} q^{1,75} l}{D^{4,75}}, \quad (3.3)$$

који се, такође, добија из Дарсијевог (*Darcy*) обрасца коришћењем израза (1.17) за коефицијент трења. Обрасци (3.1) и (3.3) најчешће се и користе за одређивање пада притиска услед трења при изотермном струјању сирове нафте и њених тежих фракција, јер се због велике вискозности ових сировина ретко остварује њихово изразито турбулентно струјање. Ако је такво струјање неизбежно и код наведених сировина, нема тешкоћа да се израчуна одговарајући пад притиска коришћењем образаца (1.18) или (1.19), односно дијаграма 1.6.

3.5. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН НАФТОВОДА ПРИ НЕИЗОТЕРМНОМ СТРУЈАЊУ

Сирова нафта и њене теже фракције представљају једну веома вискозну масу, која се често не може транспортовати цевоводима без претходног загревања. Поред тога се најтеже фракције сирове нафте на температури околине налазе у чврстом стању. Ако су још и течљиве на температури околине, потребни су високи притисци да би се обавио транспорт цевима и на релативно кратким растојањима. Табела 3.11 пружа слику о губицима услед трења за време ламинарног струјања једног катранског уља ($\rho=970 \text{ kg/m}^3$) брзином $v=0,9 \text{ m/s}$ кроз цевовод пречника $D=300 \text{ mm}$ при разним температурама.

Табела 3.11

Пад притиска услед трења при различитим температурама катранског уља			
$t(^{\circ}\text{C})$	$10^6 \nu(\text{m}^2/\text{s})$	Re	$\Delta p(\text{bar}/100 \text{ m})$
30	6900	40	2,14
45	2200	123	0,68
50	1350	200	0,42
70	380	710	0,12

Што је утицај температуре на вискозност транспортоване сировине већи, то се и пад притиска услед трења све осетније мења при истим температурним разликама.

3.5.1. Системи загревања сирове нафте и њених тежих фракција

Загревање сирове нафте и њених тежих фракција, или уопште веома вискозних течности, може да се обавља на разне начине. Сви они могу да се назову једним од следећа два имена:

- претходно загревање,
- успутно загревање.

Разуме се, постоје и такви нафтови код којих се користи комбиновано загревање: претходно и успутно истовремено. Код претходног загревања уређаји за загревање налазе се у саставу пумпних станица. Ту пре свега спадају резервоари са грејачима, котловско постројење и помоћна опрема: мерни и регулациони елементи, аутоматика и др. Кад се ради о транспорту веома

вискозних сировина често се оно обавља клипним пумпама и у том случају се загревање транспортоване сировине може сбавити или на усисној страни или у две етапе: на усисној и на потисној страни. Кад се транспорт обавља центрифугалним пумпама, загревање се увек изводи на усисној страни како би њихов степен корисности био што већи. Наиме, центрифугалне пумпе се пројектују и испитују са чистом водом на температури околине и тада се захтева да њихов степен корисности буде максималан. Чим се ове пумпе пусте у погон са неким вискознијим флуидом од воде њихов степен корисности нагло опада. Загревањем транспортоване сировине на усисној страни постиже се то да се њена вискозност приближи по вредности вискозности воде. Некад се загревање изразито вискозних течности изводи на тај начин што се само један њихов део греје. Други део обилази грејач и меша се са загрејаним делом на улазу у пумпу доводећи тако мешавину на прорачунску температуру. Ово се чини због тога да би се избегли велики срујни губици у размењивачима топлоте при великим протоцима. Потребна количина топлоте за загревање транспортоване сировине остварује се одговарајућом разликом температура грејног флуида. Ради повећања коефицијента пролаза топлоте, у размењиваче се угређују турбулизатори који стварају јаку турбуленцију у струјном тску грејног флуида. Претходно загревање се начелно примењује за време транспорта сирове нафте и њених тежих фракција са ниском температуром тпљења парафина и смоластих материја у њима. Температура загревања одређује се из услова да транспортни трошкови буду минимални. Ове трошкове чине инвестициони, погонски и режијски трошкови. Кад се ради о већ изграђеним цевоводима, у које спадају на пример, цевоводи за истовар сирове нафте или њених тежих фракција из покретних транспортних средстава, температура загревања приспеле сировине одређује се из услова да погонски трошкови буду минимални. У ове трошкове спадају трошкови за погонску енергију пумпа и за уложену топлоту за загревање транспортоване сировине од температуре околине до температуре загревања. У ствари, на овај начин постиже се она вискозност транспортоване сировине која обезбеђује рад пумпе у пројектној тачки. Температура сировине на крају цевовода мора да буде виша за 6 до 10 °C од температуре тпљења парафина и смоластих материја које су редовни пратилац сирове нафте. Тако, на пример, сирове нафте из Војводине веома су вискозне и богате парафином. Сирове нафте које се добија на нафтосисном пољу у Јерменовцима садржи 28% парафина чија је температура тпљења 25 °C. Као грејни флуид најчешће се употребљава прегрејана водена пара или врела вода. Резерварии су топлотно изоловани.

Успутно загревање обавља се на укупној дужини цевовода или само на појединим његовим деловима. Оно се користи када транспортована сировина има високу температуру тпљења парафина и осталих смоластих материја и када се транспорт изводи са прекидима. Успутно загревање изводи се као унутрашње или као спољашње. Унутрашње загревање се ређе примењује јер је скопчано са већим тешкоћама за време отклањања кварова који могу да наступе и на цевоводу за транспорт, и на цевоводу за грејни флуид. Код спољашњег загревања цевоводи за транспорт сировине и грејног флуида иду један поред другог и заштићени су заједничком топлотном изолацијом. Спољашње загревање може да се обавља и коришћењем електроенергије. У том случају је магистрални цевовод један од проводника те уједно служи и као грејач. Други начин електричног грејања изводи се помоћу локалних грејача који се постављају на одговарајућим растојањима дуж цевовода. Ови грејачи праве

се од специјалне жице и монтирају према посебним упутствима. Кад се магистрални цевоводи са успутним загревањем полажу у земљу, тада се они заједно са грејачима стављају у цеви већег пречника и ове укопавају на прописну дубину.

Ако се транспорт сирове нафте од отпремних станица на нафтоносним пољима до рафинерија обавља вагон-цистернама, тада се њено загревање обично врши воденом паром. И гасови као продукти сагоревања користе се за загревање сирове нафте и њених тежих фракција приликом транспорта цевима.

3.5.2. Пад температуре дуж нафтовода при сталном протоку

Чим је температура транспортоване сировине виша од температуре околине, долази до размене топлоте са околином и као резултат те појаве јавља се пад температуре транспортоване сировине у смеру њеног кретања. Количина топлоте која пређе са транспортоване сировине на цевсвод износи:

$$Q = \dot{m} c_n (t_1 - t_x), \quad (3.4)$$

где је $\dot{m}$ (kg/s) масени проток, c_n (J/kgK) специфична топлота, t_1 (°C) и t_x (°C) средње температуре по пресеку на почетку и на растојању x (m) од почетка цевовода. Ова топлота једнака је количини топлоте која прсје кроз цевсвод на истој дужини и која износи:

$$Q = k D_m \pi x \Delta t_{mx}, \quad (3.5)$$

где је k (J/m²sK) коефицијент пролаза топлоте кроз цевовод, D_m (m) средњи пречник цевовода који је у општем случају и изолован, и Δt_{mx} (°C) средња логаритамска разлика температура у односу на дужину x (m) цевовода. Њена вредност је:

$$\Delta t_{mx} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_x}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_x}} = \frac{t_1 - t_x}{\ln \frac{t_1 - t_a}{t_x - t_a}} \quad (3.6)$$

Овде је t_a (°C) температура околине. Из ове три једначине слеђује:

$$t_x = t_a + (t_1 - t_a) e^{-ax}, \quad (3.7)$$

где је

$$ax = \frac{k D_m \pi x}{\dot{m} c_n}. \quad (3.8)$$

За $x=l$ је $t_x=t_2$ па се из (3.7) добија да је температура на крају цевовода:

$$t_2 = t_a + (t_1 - t_a) e^{-al}. \quad (3.9)$$

Кад је спољна прорачунска температура $t_a=0$ °C претходни израз је простији и има облик:

$$t_1 = t_2 e^{al} \quad (3.10)$$

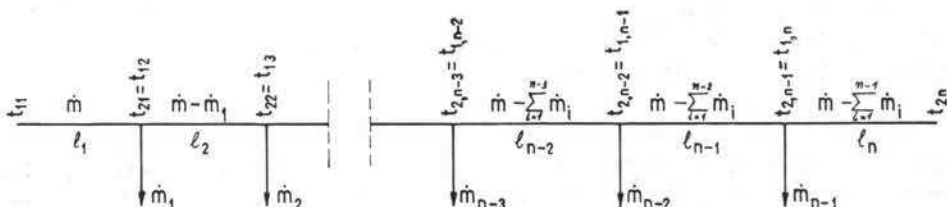
Једна од температура је увек позната. Друга се одређује из горњих једначина. Тиме је и пад температуре одређен: $\Delta t = t_1 - t_2$. Средња температура транспортоване сировине дуж ценовода износи:

$$t_m = \frac{1}{l} \int_0^l t_x dx = t_a + (t_1 - t_a) \frac{1 - e^{-al}}{al} \quad (3.11)$$

Разуме се, у свим изразима осим у (3.10) може да се стави T (К) уместо t (°С) јер су у питању разлике температура.

3.5.3. Пад температуре дуж нафтовода при променљивом протоку

Овај случај се јавља кад се на одређеним местима магистралног нафтовода одвајају ценоводи за транспорт одговарајућих количина $\dot{m}_1, \dot{m}_2, \dot{m}_3, \dots, \dot{m}_{n-1}, \dot{m}_n$ сирове нафте појединим рафинеријама. Нека се та места налазе на растојањима $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{n-1}, l_n$. Ако су пречник нафтовода и његов коефицијент пролаза топлоте константни, онда се за поједине деонице могу поставити следеће једначине (слика 3.2):



Слика 3.2

Скица нафтовода са променљивим протоком

$$\begin{aligned} \ln \frac{t_{11} - t_a}{t_{21} - t_a} &= \frac{k D_m \pi}{c_n} \frac{l_1}{\dot{m}}, \\ \ln \frac{t_{12} - t_a}{t_{22} - t_a} &= \frac{k D_m \pi}{c_n} \frac{l_2}{\dot{m} - \dot{m}_1}, \\ \ln \frac{t_{13} - t_a}{t_{23} - t_a} &= \frac{k D_m \pi}{c_n} \frac{l_3}{\dot{m} - (\dot{m}_1 + \dot{m}_2)}, \\ &\dots \dots \dots \\ \ln \frac{t_{1n} - t_a}{t_{2n} - t_a} &= \frac{k D_m \pi}{c_n} \frac{l_n}{\dot{m} - (\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dots + \dot{m}_{n-1})}. \end{aligned}$$

Сабирањем ових једначина добија се

$$\ln \frac{t_{11} - t_a}{t_{2n} - t_a} = \frac{k D_m \pi}{c_n} \left(\frac{l_1}{\dot{m}} + \frac{l_2}{\dot{m} - \dot{m}_1} + \dots + \frac{l_n}{\dot{m} - \sum_{i=1}^n \dot{m}_i} \right). \quad (3.12)$$

јер је: $t_{21}=t_{12}$, $t_{22}=t_{13}$, ..., $t_{2,n-1}=t_{1n}$. Из једначине (3.12) израчунава се температура t_{2n} на крају n -те деонице и, затим, пад температуре $\Delta t=t_{11}-t_{2n}$ пошто је температура t_{11} одређена, на пример, оптимизацијом, транспорта или хемијским својствима транспортоване сировине.

Кад би било $l_1=l_2=l_3=\dots=l_n=l$ и $\dot{m}_1=\dot{m}_2=\dots=\dot{m}_n=\dot{m}'$, тада би се добило да је

$$\ln \frac{t_{11}-t_a}{t_{2n}-t_a} = \frac{kD_m \pi l}{\dot{m}' c_n} \sum_{N=1}^n \frac{1}{N}, \quad (3.13)$$

где је

$$\sum_{N=1}^n \frac{1}{N} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n}$$

хармонијски ред. За $N > 5$ је

$$\sum_{N=1}^n \frac{1}{N} \approx 0,577 + \ln n,$$

па се температура t_{2n} може врло брзо и лако приближно одредити за конкретне услове транспорта.

3.5.4. Одређивање коефицијента пролаза топлоте кроз нафтовод

Сирова нафта и њене теже фракције су веома вискозне па се за време транспорта по правилу морају загревати. Њихова температура мора да буде увек виша од температуре околине, због чега се појављује класично неизотермно струјање. Коефицијент пролаза топлоте кроз нафтовод зависи од режима струјања и физичких својстава транспортоване сировине, од геолошког састава терена кроз који пролази нафтовод и од врсте и квалитета изолације. Коефицијент пролаза топлоте израчунава се коришћењем једначине:

$$\frac{1}{kD_m} = \frac{1}{\alpha_i D_{ci}} + \frac{1}{2\lambda_c} \ln \frac{D_{ca}}{D_{ci}} + \frac{1}{2\lambda_{iz}} \ln \frac{D_{iza}}{D_{izi}} + \frac{1}{\alpha_a D_{iza}} \quad (3.14)$$

Ту је D_m (m) средњи пречник цевовода са изолацијом, α_i (J/m²sK) коефицијент прелаза топлоте са транспортоване сировине на цевовод, λ_c (J/msK) и λ_{iz} (J/mgK) коефицијенти провођења топлоте цевовода и изолације и α_a (J/m²sK) коефицијент прелаза топлоте са цевовода на околину. Остале ознаке дате су на слици 3.3.

За цевоводе чији је унутрашњи пречник изнад 500 mm, може да се користи образац:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{\delta_{iz}}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha_a} \quad (3.15)$$

где су δ_c (m) и δ_{iz} (m) дебљина зида цевовода и изолације. За неизолован цевовод је:

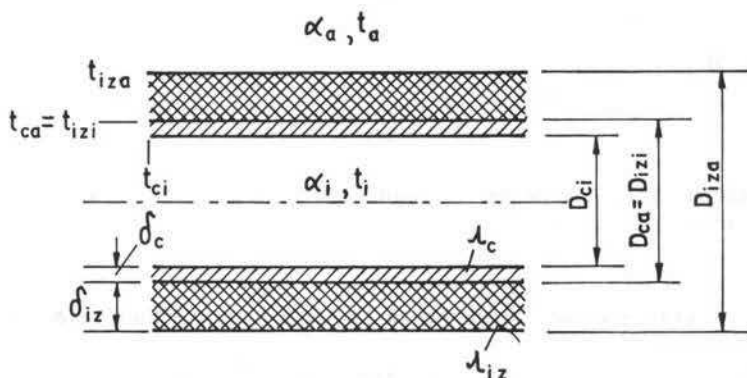
$$\frac{1}{k} \approx \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a} = \frac{\alpha_i + \alpha_a}{\alpha_i \alpha_a} \quad (3.16)$$

Коефицијент прелаза топлоте са транспортоване сировине на цевовод зависи од режима струјања и њених физичких својстава. Позната је зависност

$$\alpha_i = \frac{\lambda_n Nu}{D_{ci}}. \quad (3.17)$$

у којој је λ_n (J/msK) коефицијент провођења топлоте транспортсване сировине и Nu — Нуселтов (*Nusselt*) број. Због велике дужине тих цевовода, за Nu број може да се узме приближна вредност $Nu \approx 3,65$ за ламинарно струјање и

$$Nu \approx 0,116 (Re^{0,67} - 125) Pr^{0,33} \left(\frac{v_s}{v_c} \right)^{0,14} \quad (3.18)$$



Слика 3.3

Ознаке изолованог цевовода

за турбулентно струјање у хидраулички глатким цевима, где је v_s/v_c однос кинематичких вискозности транспортсване сировине у сси цевовода и у близини његовог зида. У последњем обрасцу се Рејнолдсов (*Reynolds*) и Прантлов (*Prandtl*) број рачунају по обрасцима:

$$Re = \frac{v D_{ci}}{v}, \quad Pr = \frac{\rho v c_n}{\lambda_n}, \quad (3.19)$$

у којима се ρ , v , λ_n , c_n одређују на средњој температури дефинисаној изразом (3.11) или као:

$$t_m = \frac{1}{3} (t_1 + 2t_2). \quad (3.20)$$

Тачнија вредност коефицијента прелаза топлоте са транспортоване сировине на цевовод за време ламинарног струјања може да се одреди кад се претходно израчуна Нуселтов број по обрасау Михејева (*Михеев*):

$$Nu = 0,184 (Gr Pr)^{0,32} \quad (3.21)$$

у коме се Грасхофов број

$$Gr = \frac{g \beta D^3 (t_m - t_c)}{v^2} \quad (3.22)$$

налази, такође у односу на средњу температуру транспортоване сировине. Температура t_c као средња температура унутрашње стране цевовода рачуна се за дужину на којој је струјање ламинарно. Михејев предлаже такђе и образац за одређивање Нуселтовог броја приликом турбулентног струјања:

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}, \quad (3.24)$$

при чему Pr_c одговара температури t_c . У погонским условима се код подземних магистралних нафтовада при турбулентном струјању коефицијент прелаза топлоте са загрејане сировине на цевовод налази у границама: $\alpha_i = (50-400) \text{ J/m}^2\text{sK}$. Његова вредност је много већа од коефицијента прелаза топлоте са цевовода на околину [код подземних нафтовада је $\alpha_a = (1,5-5) \text{ J/m}^2\text{sK}$] тако да се без веће грешке може занемарити члан $1/\alpha_i D_{ci}$ у односу на $1/\alpha_a D_{ca}$ за неизоловане цевоводе, тј. у односу на $1/\alpha_a D_{iza}$ за изоловане цевоводе.

За транспорт сирове нафте и њених фракција користе се челичне цеви за које коефицијент провођења топлоте износи: $\lambda_c = (45-60) \text{ J/msK}$.

Коефицијент провођења топлоте изолације зависи од врсте и квалитета изолације и налази се у границама: $\lambda_{iz} = (0,06-0,25) \text{ J/msK}$.

Коефицијент прелаза топлоте са спољњег дела цевовода на оклину зависи од начина полагања цевовода, влажности и састава терена и брзине ветра који дува у пределу где је цевовод положен. За цевоводе укупане у земљу примењује се образац Власова (Власов):

$$\alpha_a = \frac{2 \lambda_z}{D_a \ln \left[\frac{2 H_o}{D_a} + \sqrt{\left(\frac{2 H_o}{D_a} \right)^2 - 1} \right]}, \quad (3.25)$$

или у приближном облику,

$$\alpha_a \approx \frac{\lambda_z}{D_a \ln \frac{4(H_o + \delta_z)}{D_a}}. \quad (3.26)$$

У овим обрасцима је $\lambda_z \text{ (J/msK)}$ коефицијент провођења топлоте земље, $D_a = D_{ca}$ за неизоловане и $D_a = D_{iza}$ за изоловане цевоводе, $H_o \text{ (m)}$ дубина на којој се налази горња ивица цевовода испод земљине површине и δ_z „дебљина“ земље која учествује у провођењу топлоте. За израчунавање коефицијента провођења топлоте земље користи се образац

$$\lambda_z = 0,25 + 85,7 \frac{0,97^{t_z} - 0,97^{t_c}}{t_c - t_z} \quad (3.27)$$

у коме је $t_z \text{ (}^\circ\text{C)}$ температура земље, а $t_c \text{ (}^\circ\text{C)}$ средња температура цевовода ($t_c = t_{ca}$ за неизоловане, $t_c = t_{iza}$ за изоловане цевоводе). Поред тога је

$$\delta_z = \frac{\lambda_z}{\alpha_z}, \quad \alpha_z = 6,2 + 4,2 v_o, \quad (3.28)$$

где је $v_o \text{ (m/s)}$ просечна брзина ветра, која се одређује за дотични предео у односу на дужи временски период, а α_z коефицијент прелаза топлоте са земље

у којој је положен цевовод на околни ваздух. Обично је $\alpha_z = (10-18) \text{ J/m}^2\text{sK}$. Израчунату вредност за λ_z треба повећати за 10% ако се цевовод полаже у влажну земљу.

За цевоводе положене у заштитном каналу користи се образац

$$\alpha_a = C(D) \sqrt[4]{t_c - t_a}, \quad (3.29)$$

где је t_a (°C) температура ваздуха у каналу, а константа $C(D)$ за разне пречнике цевовода дата у табели 3.12.

Табела 3.12

Вредност константе $C(D)$ у зависности од пречника				
$D(\text{mm})$	50	100	200	500
$C(D)$	2,25	2,10	2,01	2,01

За пречнике веће од 500 mm узима се, такође, $C(D) = 2,01$. У току прорачуна средња температура t_o цевовода у обрасцима за λ_z и α_a претпоставља се па се касније проверава помоћу једначине добијене из топлотног биланса:

$$t_c = \frac{k D_m}{\alpha_a D_a} \Delta t_m + t_z(t_a). \quad (3.30)$$

Кад се одређује коефицијент λ_z , онда се у последњој једначини узима t_z , а кад се израчунава α_a температура t_a .

Коефицијент пролаза топлоте кроз нафтоводе обично се налази у границама: $k = (0,6-3,5) \text{ J/m}^2\text{sK}$. Ниже вредности одговарају добро изолованим цевоводима положеним у сувој и песковитој земљи, а више вредности слабије изолованим цевоводима положеним у влажној земљи.

Кад је цевовод дуг и кад пролази кроз терене различитог геолошког састава, тада се он дели на деонице дужина $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{n-1}, l_n$ са одговарајућим коефицијентима пролаза топлоте $k_1, k_2, k_3, \dots, k_{n-1}, k_n$, за које се при $\dot{m} = \text{const.}$ може поставити следећи систем једначина:

$$\ln \frac{t_{11} - t_a}{t_{21} - t_a} = \frac{D \pi}{\dot{m} c_n} k_1 l_1,$$

$$\ln \frac{t_{12} - t_a}{t_{22} - t_a} = \frac{D \pi}{\dot{m} c_n} k_2 l_2,$$

$$\ln \frac{t_{1n} - t_a}{t_{2n} - t_a} = \frac{D \pi}{\dot{m} c_n} k_n l_n.$$

Имајући у виду да је $t_{12}=t_{21}$, $t_{13}=t_{22}$, ..., $t_{1n}=t_{n-1}$, сабирањем ових једначина добија се:

$$\ln \frac{t_{11}-t_a}{t_{2n}-t_a} = \frac{D \pi}{\dot{m} c_n} \sum_{i=1}^n k_i l_i. \quad (3.31)$$

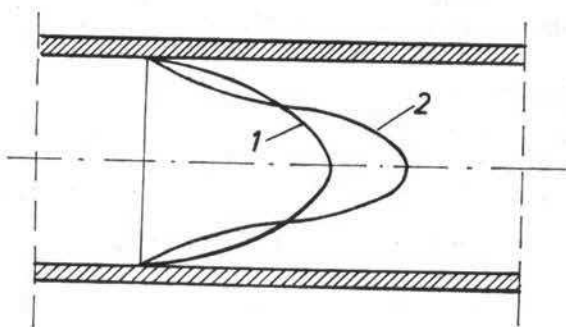
Кад би се и пречник цевовода мењао од деонице до деонице, важио би исти образац само у следећем облику:

$$\ln \frac{t_{11}-t_a}{t_{2n}-t_a} = \frac{\pi}{\dot{m} c_n} \sum_{i=1}^n k_i l_i D_i. \quad (3.32)$$

Из ових образаца израчунава се температура транспортоване сировине на крају n -те деонице за случај да се коефицијент пролаза топлоте мења од деонице до деонице. Дуж одговарајуће деонице његова вредност је константна.

3.5.5. Одређивање пада притиска при неизотермном струјању

Већ је речено да се веома вискозне сирове нафте и њене теже фракције загревају пре транспорта. Загрејана течност одаје топлоту околини и због тога јој температура опада низводно. Вискозност јој се повећава у смеру струјања, а коефицијент трења није више константан дуж цевовода. Губици услед трења расту у односу на губитке који би били кад би се загрејана сировина транспортовала при константној температури једнакој температури на почетку це-



Слика 3.4

Профили брзине при ламинарном изотермном и неизотермном струјању

вовода. На слици 3.4 нацртани су профили брзине у произвољном попречном пресеку цевовода при ламинарном изотермном (крива 1) и при ламинарном неизотермном струјању (крива 2). Профил брзине се, дакле, при неизотермном струјању деформише у односу на познати профил који одговара ламинарном изотермном струјању. Одређивање пада притиска услед трења при неизотермном струјању далеко је сложеније него што је то случај који одговара струјању при константној температури. Нарочито се проблем компликује када не може да се претпостави да је прорачунска температура околине једнака нули.

а) *Огређивање пада притиска при неизотермном струјању кад је $t_a=0$*

У литератури о нафтоводима наводе се обрасци за израчунавање пада притиска услед трења при неизотермном ламинарном струјању и при турбулентном струјању у хидраулички глатким цевима. Овде ће се ти обрасци извести у једном кораку коришћењем уопштеног израза

$$\Delta p = M \frac{\rho v^n q^{2-n} l}{D^{5-n}} \quad (3.33)$$

који важи за изотермно струјање и сједињује обрасце (3.1) и (3.3). Ламинарном струјању одговара

$$M = \frac{128}{\pi}, \quad n = 1, \quad (3.34)$$

и турбулентном струјању у хидраулички глатким цевима

$$M = 0,241, \quad n = 0,25. \quad (3.35)$$

По аналогiji са обрасцем (3.33) може се за неизотермно струјање и наведена два режима написати израз:

$$-dp = M \frac{\rho v_x^n q^{2-n} dx}{D_{ci}^{5-n}} \left(\frac{v_c}{v_s} \right)^b, \quad (3.36)$$

где је стављено $D=D_{ci}$ да би једначина (3.36) важила и за изолован цевовод. Однос вискозности v_c/v_s у близини зида и у оси цевовода на произвољном растојању од његовог почетка узима у обзир деформацију профила брзине због промене температуре у правцу радијуса цеви. Додајмо још да знак „—“ у једначини (3.36) долази због тога што притисак опада низводно и да је $b = 1/4 = 0,25$ за ламинарно, односно $b = 1/7 \approx 0,14$ за турбулентно струјање у хидраулички глатким цевима. Приликом интегрирања диференцијалне једначине (3.36) узима се да је вискозност у оси цевовода приближно једнака њеној средњој вредности у одговарајућем пресеку цевовода. Захваљујући овој приближности могућно је поставити следећу једнакост за количину топлоте:

$$\alpha_i D_{ci} \pi l (t_m - t_c) = k D_m \pi l \Delta t_m,$$

из које се добија

$$\frac{t_m}{t_c} = \frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m}, \quad (3.37)$$

јер је $\Delta t_m = t_m$ за $t_a = 0$ °C. Користећи закон промене вискозности са температуром може се формирати следећи однос:

$$\frac{v_c}{v_s} = \left(\frac{t_s}{t_c} \right)^m \approx \left(\frac{t_m}{t_c} \right)^m = \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^m. \quad (3.38)$$

Поред тога се на основу једначине (3.7) и закона промене вискозности са температуром добија веза:

$$v_x = v_1 e^{\max}. \quad (3.39)$$

Заменом израза (3.39) и (3.38) у једначину (3.36) добија се њен следећи облик:

$$-dp = M \frac{\varrho v_1^n q^{2-n}}{D_{ci}^{5-n}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{mb} e^{mna x} dx. \quad (3.40)$$

Решење ове диференцијалне једначине је:

$$\Delta p = M \frac{\varrho v_1^n q^{2-n} l}{D_{ci}^{5-n}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{mb} \frac{e^{mna l} - 1}{mna l}, \quad (3.41)$$

где је $\Delta p = p_1 - p_2$ пад притиска услед трења између пресека на почетку и на крају цевовода. Овај се израз своди на (3.33) за $t_1 = t_2 = \text{const.}$ јер су други и трећи чинилац тада једнаки јединици (трећи чинилац је само привидно неодређен и његова гранична вредност је, такође, једнака јединици). Користећи вредности (3.34) и (3.35), као и вредности за експонент b , из (3.41) следи:

$$\Delta p = \frac{128 \varrho v_1 q l}{\pi D_{ci}^4} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{0,25 m} \frac{e^{mal} - 1}{mal}, \quad (3.42)$$

за ламинарно струјање, и

$$\Delta p = 0,241 \frac{\varrho v_1^{0,25} q^{1,75} l}{D_{ci}^{4,75}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{0,14 m} \frac{e^{0,25 mal} - 1}{0,25 mal}, \quad (3.43)$$

за турбулентно струјање у хидраулички глатким цевима. Пошто је

$$v_1 = v_2 e^{-mal}, \quad (3.44)$$

то се заменом (3.44) у (3.41) добија други облик решења диференцијалне једначине (3.36):

$$\Delta p = M \frac{\varrho v_2^n q^{2-n} l}{D_{ci}^{5-n}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{mb} \frac{e^{mna l} - 1}{mna l \cdot e^{mna l}}. \quad (3.45)$$

За ламинарно струјање ($n=1$, $b=0,25$) биће:

$$\Delta p = \frac{128 \varrho v_2 q l}{D_{ci}^4 \pi} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{0,25 m} \frac{e^{mal} - 1}{mal \cdot e^{mal}}, \quad (3.46)$$

односно, за турбулентно струјање у хидраулички глатким цевима ($n=0,25$, $b=0,14$):

$$\Delta p = 0,241 \frac{\varrho v_2^{0,25} q^{1,75} l}{D_{ci}^{4,75}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{0,14 m} \frac{e^{0,25 mal} - 1}{0,25 mal \cdot e^{0,25 mal}}. \quad (3.47)$$

Без обзира о ком је изразу за пад притиска услед трења реч, заједничко им је да се састоје из три дела: први део представља пад притиска који би се остварио кад би транспортована сировина струјала при одговарајућој константној температури, други део узима у обзир промену температуре у правцу радијуса цеви, а трећи део пад температуре дуж цевовода. Очигледно је да се изрази (3.42) и (3.43) користе када је познато стање транспортоване сировине на почетку цевовода, а изрази (3.46) и (3.47) када је познато њено стање на крају цевовода.

Када се цевовод не може сматрати хидраулички глатким и поред тога што је $4000 < Re < 100000$, тј. када коефицијент трења зависи и од Re броја и од релативне храпавости δ/D , као и при изразито турбулентном струјању када коефицијент трења зависи само од релативне храпавости, за одређивање коефицијента трења најчешће се користи образац Алтшула (*Алтышул*):

$$\lambda = 0,1 \left(\frac{1,46 \cdot \delta}{D_{ci}} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25}, \quad (3.48)$$

који прелази у Блазијусов образац кад $\delta \rightarrow 0$ тј. кад гранични слој прекрива неравнине и неутралише храпавост цевовода, односно у Шифринсона (*Schiffrinson*) образац за изразито турбулентно струјање, за велике Re бројеве. Користећи везу (3.39), претходни образац може да се напише у облику [26]

$$\lambda = 0,1 (k_1 + k_2 e^{max})^{0,25}, \quad (3.49)$$

где су:

$$k_1 = \frac{1,46 \cdot \delta}{D_{ci}}, \quad k_2 = \frac{25 D_{ci} \pi v_1}{q}. \quad (3.50)$$

Диференцијална једначина за одређивање пада притиска услед трења при не-изотермном турбулентном струјању у хидраулички храпавим цевима,

$$-dp = \frac{\rho \lambda v^2}{2 D_{ci}} \left(\frac{v_c}{v_s} \right)^b dx,$$

где је $0,14 > b > 0,10$ (може се узети $b = 0,12$ као средња вредност), после замене (3.38) и (3.49) постаје:

$$-dp = \frac{0,8 \rho q^2}{\pi^2 D_{ci}^5} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{mb} (k_1 + k_2 e^{max})^{0,25} dx. \quad (3.51)$$

Брзина струјања елиминисана је помоћу једначине протока. Увођењем смене

$$k_1 + k_2 e^{max} = k_1 y^4, \quad dx = \frac{4 y^3 dy}{ma (y^4 - 1)},$$

долази се до решења једначине (3.51) у следећем облику:

$$\Delta p = \frac{0,8 \rho q^2}{\pi^2 D_{ci}^5} \left(\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m} \right)^{0,12 m} J. \quad (3.52)$$

у коме је

$$J = \frac{4 k_1^{0,25}}{ma} \int_{y_1}^{y_2} \frac{y^4 dy}{y^4 - 1},$$

$$y_1 = \left(\frac{c_0 + 1}{c_0} \right)^{0,25}, \quad y_2 = \left(\frac{c_0 + e^{mal}}{c_0} \right)^{0,25}, \quad c_0 = \frac{k_1}{k_2}.$$

Кад се обави интеграљење, добија се коначно:

$$J = \frac{4 k_2^{0,25}}{ma} \left\{ (c_0 + e^{mal})^{0,25} - (c_0 + 1)^{0,25} + \right. \\ \left. + \frac{c_0^{0,25}}{4} \ln \frac{(c_0 + e^{mal})^{0,25} - c_0^{0,25}}{(c_0 + e^{mal})^{0,25} + c_0^{0,25}} \cdot \frac{(c_0 + 1)^{0,25} + c_0^{0,25}}{(c_0 + 1)^{0,25} - c_0^{0,25}} - \right. \\ \left. - \frac{c_0^{0,25}}{2} \left[\arctg \left(\frac{c_0 + e^{mal}}{c_0} \right)^{0,25} - \arctg \left(\frac{c_0 + 1}{c_0} \right)^{0,25} \right] \right\}.$$

Није тешко показати да је

$$\lim_{k \rightarrow 0} J = k_2^{0,25} \frac{e^{0,25mal} - 1}{0,25 ma},$$

и да решење (3.52) заједно са (3.53) прелази тада у образац (3.43) јер и образац (3.48) у том случају одређује Блазијусов закон трења. Разуме се, потребно је у овом случају ставити 0,14 m у (3.52) уместо 0,12 m , јер је за струјање у хидраулички глатким цевима $b = \frac{1}{7} \approx 0,14$.

б) *Одређивање пада притиска при неизотермном струјању кад је $t_z \neq 0$.*

Разуме се, овде ће се посматрати случај кад је $t_a = \text{const.}$ дуж деонице цевовода. Нађено је решење диференцијалне једначине (3.36) и у овом случају [27], и то у коначном облику. То решење важи за ламинарно струјање и за турбулентно струјање у хидраулички глатким цевима, јер за та два режима струјања важи једначина (3.36). Решење се добија кад се најпре коришћењем везе (3.7) нађе однос температура:

$$\frac{t_1}{t_x} = \frac{t_a}{t_x} + \left(1 - \frac{t_a}{t_x} \right) e^{ax}. \quad (3.54)$$

Може се узети [23] да је у погонским условима за време транспорта течности у топлом стању

$$\frac{t_a}{t_x} = \frac{1}{2} \left(\frac{t_d}{t_1} + \frac{t_a}{t_2} \right) = \text{const.} = B,$$

па је

$$\frac{t_1}{t_x} = B + (1 - B) e^{ax}. \quad (3.55)$$

Даље се из закона промене вискозности са температуром добија вискозност транспортоване сировине на произвољној температури t_x :

$$\nu_x = \nu_1 \left(\frac{t_1}{t_x} \right)^m = \nu_1 [B + (1 - B) e^{ax}]^m. \quad (3.56)$$

Заменом (3.56) у (3.36) добија се

$$-dp = N [B + (1 - B) e^{ax}]^{mn} dx, \quad (3.57)$$

где је, због $t_a \neq 0$,

$$N = M \frac{\varrho v_1 q^{2-n}}{D_{ci}^{5-n}} \left[\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m (1-B)} \right]^{mb}, \quad (3.58)$$

са већ познатим вредностима за M , n , b зависно од режима струјања. За $t_a=0$ ($B=0$) израз у угластој загради (3.58) прелази у (3.38). Иначе, за $t_a>0$ ($B>0$) је:

$$\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m (1-B)} < \frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m},$$

односно, за $t_a<0$ ($B<0$)

$$\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m (1-B)} > \frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m}.$$

Решење диференцијалне једначине (3.57) налази се помоћу смене

$$B + (1-B)e^{ax} = e^y, \quad dx = \frac{e^y dy}{a(e^y - B)},$$

и оно гласи:

$$\Delta p = \frac{N}{a} \sum_{i=0}^s \frac{B^i}{mn-i} \left\{ [B + (1-B)e^{al}]^{mn-i} - 1 \right\}. \quad (3.59)$$

Ово решење се своди на израз (3.42) за $t_a=0$ ($B=0$), $M = \frac{128}{\pi}$, $n=1$, $b=\frac{1}{4}$,

односно на (3.43) за $t_a=0$ ($B=0$), $M=0,241$, $n=\frac{1}{4}$, $b=\frac{1}{7} \approx 0,14$.

Анализа решења (3.59) показује да је довољно узети само неколико чланова суме на десној страни јер је $|B|<1$. Практично треба сабрати чланове збира $mn>i$, јер чланови $mn<i$ веома брзо теже нули због $|B|<1$ и велике дужине цевовода. Члан који одговара вредности $mn=i$ привидно је неодређен и његова гранична вредност је, такође, једнака нули. Производ mn је по вредности мањи код *турбулентној* него код *ламинарној* струјања. Напомиње се да је m одређено законом промене вискозности транспортоване сировине са температуром.

За време транспорта загрејане течности при веома ниским температурама околине може се десити да је $|B|>1$. Ти случајеви се јављају кад су температуре транспортоване течности t_1 и t_2 на почетку и на крају цевовода мање од $|t_a|$. Да би образац (3.59) важио и у овом случају, потребно је закон промене вискозности транспортоване сировине са температуром прерачунати на облик

$$v = \frac{C_1}{T^{m_1}}$$

и однос температура као

$$\frac{T_a}{T_x} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_a}{T_1} + \frac{T_a}{T_2} \right) = B_1,$$

у коме је сад $0 < B_1 < 1$ јер су температуре изражене у Келвиновој скали. Дакле, приликом коришћења обрасца (3.59) у наведеном случају треба у њему B заменити са B_1 и m са m_1 . У изразу (3.58) остаје, међутим, m и B .

У наведеној литератури [23] даје се решење диференцијалне једначине

$$-dp = M \frac{\rho v^n q^{2-n}}{D_{ci}^{5-n}} \left(\frac{v_c}{v} \right)^{1/3} dx, \quad (3.60)$$

за случај $t_a \neq 0$ и кад се вискозност транспортоване сировине мења по закону

$$v = B_0 e^{b_0/T} = B_0 \exp \left(\frac{b_0}{T} \right), \quad (3.61)$$

у коме су B_0 и b_0 константе. Дакле, без обзира на режим струјања профил брзине коригован је услед неизотермности једним истим односом вискозности у близини зида цевовода и средње вредности у одговарајућем проточном пресеку. Користећи зависност (3.61), добија се да температури T_c у близини зида цеви и средњој температури T у истом проточном пресеку одговара однос вискозности:

$$\left(\frac{v_c}{v} \right)^{1/3} = \exp \left[\frac{b_0}{3} \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} \right) \right]. \quad (3.62)$$

Из топлотног биланса

$$-\dot{m} c_n dT = k D_m \pi (T - T_a) dx,$$

где је T_a (К) температура околине, а $\dot{m}$ (kg/s) масени проток транспортоване сировине, следи

$$dx = - \frac{dT}{a(T - T_a)}, \quad (3.63)$$

при чему је a одређено изразом (3.8). Заменом последња три израза у једначину (3.60) добија се њен следећи облик:

$$dp = \frac{M}{a l} \frac{\rho B_0^n q^{2-n} l}{D_{ci}^{5-n}} \exp \left[\frac{n b_0}{T} + \frac{b_0}{3} \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} \right) \right] \frac{dT}{T - T_a}. \quad (3.64)$$

Температура T_c се одавде елиминише посредством топлотног биланса

$$k D_m \pi l (T - T_a) \approx \alpha_i D_{ci} \pi l (T - T_c),$$

одакле је

$$T_c = T \left[1 - \frac{k}{\alpha_i} \left(1 - \frac{T_a}{T} \right) \right],$$

уз услов $D_m \approx D_{ci}$. У погонским условима [23] може да се узме

$$\frac{T_a}{T} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{T_a}{T_1} + \frac{T_a}{T_2} \right) = \frac{T_a}{2} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right),$$

па је

$$T_c = T \left\{ 1 - \frac{k}{\alpha_i} \left[1 - \frac{T_a}{2} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \right] \right\}.$$

Заменом ове вредности у (3.64) добија се крајњи облик диференцијалне једначине (3.60):

$$dp = \frac{M}{al} \frac{\varrho B_0^n q^{2-n} l}{D_{ci}^{5-n}} \exp\left(\frac{n_0 b_0}{T}\right) \frac{dT}{T - T_a},$$

у којој је

$$n_0 = n + \frac{1}{3} \frac{b'_0}{1 - b'_0}; \quad b'_0 = \frac{k}{\alpha_i} \left[1 - \frac{T_a}{2} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \right].$$

Решење једначине (3.65) гласи:

$$\Delta p = -N_0 \int_{T_1}^{T_2} \exp\left(\frac{n_0 b_0}{T}\right) \frac{dT}{T - T_a},$$

где је

$$N_0 = \frac{M}{al} \frac{\varrho B_0^n q^{2-n} l}{D_{ci}^{5-n}} = \frac{M}{al} \frac{\varrho v_1^n q^{2-n} l}{D_{ci}^{5-n}} \exp\left(-\frac{n b_0}{T_1}\right). \quad (3.68)$$

Увођењем смене

$$\frac{n_0 b_0}{T} = y, \quad dT = -\frac{n_0 b_0}{y^2} dy, \quad \frac{n_0 b_0}{T_a} = y_a,$$

решење (3.67) може да се напише као:

$$\Delta p = N_0 y_a \int_{y_1}^{y_2} \frac{e^y dy}{y(y_a - y)} = N_0 \int_{y_1}^{y_2} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y_a - y} \right) e^y dy.$$

Оно се, дакле, своди на следећа два интеграла:

$$\Delta p = N_0 \left\{ \int_{y_1}^{y_2} \frac{e^y dy}{y} + \int_{y_1}^{y_2} \frac{e^y dy}{y_a - y} \right\}. \quad (3.69)$$

Вредности ових интегралних експоненцијалних функција су:

$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{e^y dy}{y} = Ei(y_2) - Ei(y_1),$$

$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{e^y dy}{y_a - y} = -\exp(y_a) \left[Ei(y_2 - y_a) - Ei(y_1 - y_a) \right],$$

где су

$$y_1 = \frac{n_0 b_0}{T_1}, \quad y_2 = \frac{n_0 b_0}{T_2}.$$

Њиховом заменом, заједно са изразом за N_0 , у (3.69) добија се коначно:

$$\Delta p = M \frac{q v_1^n q^{2-n} l}{D_{ci}^{5-n}} \frac{\exp(y_1)}{al} \left\{ Ei(y_2) - Ei(y_1) - \exp(y_a) \left[Ei(y_2 - y_a) - Ei(y_1 - y_a) \right] \right\}, \quad (3.70)$$

И овде може да се препозна члан који одговара паду притиска који би се остварио кад би струјање било изотермно при температури T_1 која се појављује на почетку ценовода. Други део израза (3.70) коригује пад притиска због неизотермности и овај фактор је увек већи од јединице. Вредности интегралних експоненцијалних функција дате су у табели 3.13 за разне вредности аргумента $y = n_0 b_0 / T$, где T узима вредности T_1 , T_2 , T_a . Табела даје директно вредности функције $Ei(y)$ за $0,50 < y < 2$. За распон $2 < y < 10$ табела даје вредности функције $y e^{-y} Ei(y)$ из које се, затим, израчунава вредност функције $Ei(y)$. За $y > 10$ за израчунавање функције $Ei(y)$ може да се користи и асимптотски ред:

$$Ei(y) = \frac{e^y}{y} \left(1 + \frac{1!}{y} + \frac{2!}{y^2} + \frac{3!}{y^3} + \frac{4!}{y^4} + \dots \right),$$

при чему је последњи члан овог реда одређен првим целим бројем мањим од аргумента y .

Најзад, нађено је и решење диференцијалне једначине

$$-dp = \frac{q \lambda v^2}{2 D_{ci}} \left(\frac{v_c}{v_s} \right)^b dx,$$

за случај $t_a \neq 0$ и кад је струјање турбулентно у хидраулички храпавим цевима ($0,10 < b < 0,14$). Тада је [26]

$$\lambda = 0,1 \left(\frac{1,46 \delta}{D_{ci}} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25},$$

$$\left(\frac{v_c}{v_s} \right)^b = \left[\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m (1 - B)} \right]^{mb},$$

при чему се обично узима као средња вредност $b = 0,12$. Пошто за $t_a \neq 0$ важе обрасци (3.55) и (3.56), за коефицијент трења се добија зависност

$$\lambda = 0,1 \{ k_1 + k_2 [B + (1 - B) e^{ax}]^m \}^{0,25},$$

у којој су константе k_1 и k_2 одређене изразима (3.50). Кад се још и брзина елиминише помоћу протока из полазне диференцијалне једначине, добија се њен следећи облик:

$$-dp = \frac{0,8 q q^2}{\pi^2 D_{ci}^5} \left[\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m (1 - B)} \right]^{mb} \left\{ k_1 + k_2 \left[B + (1 - B) e^{ax} \right]^m \right\}^{0,25} dx.$$

Табела 3.13 ($\gamma = 0,57722$ Ојлерова константа)

y	$y^{-1} [Ei(y) - \ln y - \gamma]$	$-y^{-1} [Ei(-y) - \ln y - \gamma]$
0,00	1,00000	1,00000
0,01	1,00251	0,99751
0,02	1,00502	0,99502
0,03	1,00755	0,99255
0,04	1,01009	0,99009
0,05	1,01264	0,98764
0,06	1,01520	0,98520
0,07	1,01777	0,98277
0,08	1,02036	0,98035
0,09	1,02296	0,97794
0,10	1,02557	0,97555
0,11	1,02819	0,97316
0,12	1,03082	0,97078
0,13	1,03346	0,96842
0,14	1,03612	0,96606
0,15	1,03879	0,96372
0,16	1,04147	0,96138
0,17	1,04416	0,95906
0,18	1,04686	0,95674
0,19	1,04958	0,95444
0,20	1,05231	0,95214
0,21	1,05505	0,94986
0,22	1,05780	0,94758
0,23	1,06057	0,94532
0,24	1,06335	0,94306
0,25	1,06614	0,94082
0,26	1,06895	0,93858
0,27	1,07176	0,93635
0,28	1,07459	0,93414
0,29	1,07744	0,93193
0,30	1,08030	0,92973
0,31	1,08317	0,92754
0,32	1,08605	0,92536
0,33	1,08895	0,92319
0,34	1,09186	0,92103
0,35	1,09478	0,91888
0,36	1,09771	0,91674
0,37	1,10067	0,91461
0,38	1,10363	0,91248
0,39	1,10661	0,91037
0,40	1,10960	0,90826
0,41	1,11261	0,90617
0,42	1,11563	0,90408
0,43	1,11866	0,90200
0,44	1,12171	0,89993
0,45	1,12477	0,89787
0,46	1,12785	0,89581
0,47	1,13094	0,89377
0,48	1,13405	0,89173
0,49	1,13717	0,88970

Табела 3.13 (наставак)

y	$Ei(y)$	$-Ei(-y)$	y	$Ei(y)$	$-Ei(-y)$
0,50	0,45422	0,55977	1,00	1,89512	0,21938
0,51	0,48703	0,54782	1,01	1,92230	0,21574
0,52	0,51933	0,53622	1,02	1,94949	0,21217
0,53	0,55173	0,52495	1,03	1,97668	0,20867
0,54	0,58365	0,51400	1,04	2,00388	0,20524
0,55	0,61529	0,50336	1,05	2,03108	0,20187
0,56	0,64668	0,49304	1,06	2,05831	0,19857
0,57	0,67782	0,48296	1,07	2,08555	0,19534
0,58	0,70873	0,47317	1,08	2,11280	0,19216
0,59	0,73941	0,46365	1,09	2,14008	0,18905
0,60	0,76988	0,45438	1,10	2,16738	0,18599
0,61	0,80015	0,44535	1,11	2,19470	0,18299
0,62	0,83023	0,43656	1,12	2,22205	0,18005
0,63	0,86012	0,42800	1,13	2,24943	0,17717
0,64	0,88984	0,41965	1,14	2,27684	0,17433
0,65	0,91939	0,41152	1,15	2,30429	0,17156
0,66	0,94878	0,40359	1,16	2,33177	0,16883
0,67	0,97802	0,39585	1,17	2,35929	0,16615
0,68	1,00712	0,38831	1,18	2,38686	0,16352
0,69	1,03608	0,38095	1,19	2,41445	0,16094
0,70	1,06491	0,37377	1,20	2,44209	0,15841
0,71	1,09361	0,36675	1,21	2,46978	0,15592
0,72	1,12220	0,35992	1,22	2,49752	0,15348
0,73	1,15068	0,35324	1,23	2,52531	0,15108
0,74	1,17906	0,34671	1,24	2,55315	0,14873
0,75	1,20733	0,34034	1,25	2,58105	0,14641
0,76	1,23551	0,33412	1,26	2,60900	0,14414
0,77	1,26360	0,32803	1,27	2,63701	0,14191
0,78	1,29161	0,32209	1,28	2,66508	0,13972
0,79	1,31954	0,31628	1,29	2,69321	0,13757
0,80	1,34740	0,31060	1,30	2,72140	0,13545
0,81	1,37518	0,30504	1,31	2,74966	0,13337
0,82	1,40290	0,29961	1,32	2,77798	0,13133
0,83	1,43056	0,29430	1,33	2,80638	0,12933
0,84	1,45816	0,28910	1,34	2,83484	0,12736
0,85	1,48571	0,28402	1,35	2,86338	0,12542
0,86	1,51322	0,27905	1,36	2,89199	0,12351
0,87	1,54067	0,27418	1,37	2,92067	0,12164
0,88	1,56809	0,26941	1,38	2,94944	0,11980
0,89	1,59547	0,26475	1,39	2,97828	0,11799
0,90	1,62281	0,26018	1,40	3,00721	0,11621
0,91	1,65013	0,25571	1,41	3,03621	0,11447
0,92	1,67741	0,25134	1,42	3,06531	0,11276
0,93	1,70468	0,24705	1,43	3,09448	0,11107
0,94	1,73192	0,24285	1,44	3,12375	0,10941
0,95	1,75915	0,23874	1,45	3,15311	0,10778
0,96	1,78636	0,23471	1,46	3,18255	0,10617
0,97	1,81356	0,23076	1,47	3,21209	0,10459
0,98	1,84075	0,22689	1,48	3,24173	0,10304
0,99	1,86793	0,22310	1,49	3,27146	0,10152

Табела 3.13 (наставак)

y	$Ei(y)$	$-Ei(-y)$	y	$ye^{-y} Ei(y)$	$-ye^{-y} Ei(-y)$
1,50	3,30129	0,10002	2,0	1,34097	0,72266
1,51	3,33121	0,09854	2,1	1,37149	0,73079
1,52	3,36124	0,09709	2,2	1,39742	0,73843
1,53	3,39137	0,09567	2,3	1,41917	0,74562
1,54	3,42161	0,09426	2,4	1,43712	0,75240
1,55	3,45195	0,09288	2,5	1,45163	0,75881
1,56	3,48241	0,09152	2,6	1,46303	0,76488
1,57	3,51297	0,09018	2,7	1,47166	0,77064
1,58	3,54364	0,08887	2,8	1,47781	0,77610
1,59	3,57442	0,08758	2,9	1,48175	0,78130
1,60	3,60532	0,08631	3,0	1,48373	0,78625
1,61	3,63633	0,08506	3,1	1,48399	0,79097
1,62	3,66747	0,08383	3,2	1,48274	0,79548
1,63	3,69872	0,08261	3,3	1,48017	0,79979
1,64	3,73009	0,08142	3,4	1,47647	0,80392
1,65	3,76159	0,08025	3,5	1,47178	0,80787
1,66	3,79321	0,07909	3,6	1,46626	0,81166
1,67	3,82495	0,07796	3,7	1,46003	0,81529
1,68	3,85683	0,07684	3,8	1,45321	0,81879
1,69	3,88883	0,07574	3,9	1,44591	0,82215
1,70	3,92096	0,07465	4,0	1,43821	0,82538
1,71	3,95323	0,07359	4,1	1,43020	0,82850
1,72	3,98563	0,07254	4,2	1,42196	0,83150
1,73	4,01817	0,07151	4,3	1,41354	0,83439
1,74	4,05084	0,07049	4,4	1,40501	0,83719
1,75	4,08365	0,06949	4,5	1,39642	0,83989
1,76	4,11661	0,06850	4,6	1,38781	0,84249
1,77	4,14970	0,06753	4,7	1,37921	0,84502
1,78	4,18295	0,06658	4,8	1,37066	0,84746
1,79	4,21633	0,06564	4,9	1,36220	0,84982
1,80	4,24987	0,06471	5,0	1,35383	0,85211
1,81	4,28355	0,06380	5,1	1,34559	0,85433
1,82	4,31739	0,06290	5,2	1,33749	0,85648
1,83	4,35137	0,06202	5,3	1,32954	0,85857
1,84	4,38552	0,06115	5,4	1,32175	0,86059
1,85	4,41982	0,06029	5,5	1,31414	0,86356
1,86	4,45427	0,05945	5,6	1,30671	0,86647
1,87	4,48889	0,05862	5,7	1,29947	0,86933
1,88	4,52367	0,05780	5,8	1,29242	0,87214
1,89	4,55861	0,05700	5,9	1,28555	0,87498
1,90	4,59371	0,05620	6,0	1,27888	0,87781
1,91	4,62899	0,05542	6,1	1,27241	0,88062
1,92	4,66443	0,05465	6,2	1,26612	0,88340
1,93	4,70004	0,05389	6,3	1,26002	0,88616
1,94	4,73582	0,05315	6,4	1,25412	0,88891
1,95	4,77178	0,05241	6,5	1,24839	0,89164
1,96	4,80791	0,05169	6,6	1,24285	0,89435
1,97	4,84422	0,05098	6,7	1,23748	0,89704
1,98	4,88071	0,05027	6,8	1,23229	0,89971
1,99	4,91738	0,04958	6,9	1,22727	0,90236

Табела 3.13 (наставак)

y	$ye^{-y} Ei(y)$	$-ye^y Ei(-y)$	y^{-1}	$ye^{-y} Ei(y)$	$-ye^y Ei(-y)$
7,0	1,22241	0,88649	0,100	1,13147	0,91563
7,1	1,21771	0,88779	0,095	1,12250	0,91926
7,2	1,21317	0,88905	0,090	1,11389	0,92293
7,3	1,20877	0,89029	0,085	1,10565	0,92666
7,4	1,20453	0,89150	0,080	1,09774	0,93044
7,5	1,20042	0,89269	0,075	1,09014	0,93428
7,6	1,19645	0,89385	0,070	1,08283	0,93817
7,7	1,19262	0,89498	0,065	1,07578	0,94213
7,8	1,18890	0,89609	0,060	1,06898	0,94614
7,9	1,18532	0,89717	0,055	1,06236	0,95023
8,0	1,18185	0,89824	0,050	1,05595	0,95437
8,1	1,17849	0,89928	0,045	1,04973	0,95858
8,2	1,17525	0,90030	0,040	1,04366	0,96387
8,3	1,17211	0,90130	0,035	1,03775	0,96722
8,4	1,16907	0,90227	0,030	1,03199	0,97165
8,5	1,16613	0,90323	0,025	1,02635	0,97616
8,6	1,16328	0,90417	0,020	1,02085	0,98075
8,7	1,16052	0,90417	0,015	1,01547	0,98543
8,8	1,15785	0,90600	0,010	1,01021	0,99505
8,9	1,15527	0,90689	0,005	1,00506	0,99505
9,0	1,15276	0,90776			
9,1	1,15033	0,90861			
9,2	1,14797	0,90945			
9,3	1,14569	0,91027			
9,4	1,14347	0,91108			
9,5	1,14132	0,91187			
9,6	1,13924	0,91265			
9,7	1,13721	0,91342			
9,8	1,13534	0,91417			
9,9	1,13332	0,91491			

Решење ове диференцијалне једначине је:

$$\Delta p = \frac{0,8 \varrho q^2}{\pi^2 D_{ci}^5} \left[\frac{\alpha_i D_{ci}}{\alpha_i D_{ci} - k D_m (1 - B)} \right]^{mb} \cdot J, \quad (3.71)$$

где је

$$J = \int_0^l \{k_1 + k_2 [B + (1 - B) e^{ax}]^m\}^{0,25} dx.$$

Помоћу смене

$$B + (1 - B) e^{ax} = e^y; \quad dx = \frac{e^y dy}{a(e^y - B)},$$

овај интеграл своди се на следећи облик:

$$J = \frac{k_2^{0,25}}{a} \sum_{i=0}^s B^i \int_{y_1}^{y_2} \frac{(c_0 + e^{my})^{0,25}}{e^{iy}} dy, \quad (3.72)$$

где су

$$y_1 = 0, \quad y_2 = \ln[B + (1 - B)e^{at}], \quad c_0 = k_1/k_2.$$

Поновном смењом

$$c_0 + e^{my} = z^4, \quad dy = \frac{4z^3 dz}{m(z^4 - c_0)},$$

долази се до решења интеграла (3.72) у облику:

$$J = \frac{4k_2^{0,25}}{a} \sum_{i=0}^s \frac{B^i}{m-4i} \left\{ \frac{z_2}{(z_2^4 - c_0)^{i/m}} - \frac{z_1}{(z_1^4 - c_0)^{i/m}} + \right. \\ \left. + c_0 \int_{z_1}^{z_2} (z^4 - c_0)^{-\frac{m+i}{m}} dz \right\}, \quad (3.73)$$

где су

$$z_1 = (c_0 + 1)^{0,25}, \quad z_2 = \{c_0 + [B + (1 - B)e^{at}]^m\}^{0,25} \quad (3.74)$$

Преостали интеграл у изразу (3.73) може да се реши у затвореном облику само за $i=0$. То је први члан збира на десној страни тог изрази и он гласи:

$$J_0 = \frac{4k_2^{0,25}}{ma} \left\{ (z_2 - z_1) + \frac{c_0^{0,25}}{4} \ln \frac{z_1 + c_0^{0,25}}{z_1 - c_0^{0,25}} \frac{z_2 - c_0^{0,25}}{z_2 + c_0^{0,25}} - \right. \\ \left. - \frac{c_0^{0,25}}{2} \left[\arctg \left(\frac{z_2^4}{c_0} \right)^{0,25} - \arctg \left(\frac{z_1^4}{c_0} \right)^{0,25} \right] \right\}. \quad (3.75)$$

Очигледно је да образац (3.75) прелази у (3.53) за $t_a=0$ ($B=0$). За интеграле (3.73) који одговарају вредностима $i=1, 2, \dots, s$ може само да се напише приближан образац:

$$\sum_{i=1}^s J_i = \frac{4k_2^{0,25}}{a} \sum_{i=1}^s \frac{B^i}{m-4i} \left\{ \frac{z_2}{(z_2^4 - c_0)^{i/m}} - \frac{z_1}{(z_1^4 - c_0)^{i/m}} + \right. \\ \left. + c_0 \frac{z_2 - z_1}{6} \left[(z_1^4 - c_0)^{-\frac{m+i}{m}} + (z_m^4 - c_0)^{-\frac{m+i}{m}} + (z_2^4 - c_0)^{-\frac{m+i}{m}} \right] \right\}, \\ z_m = \frac{1}{2}(z_1 + z_2), \quad (3.76)$$

па је

$$J = J_0 + \sum_{i=1}^s J_i. \quad (3.77)$$

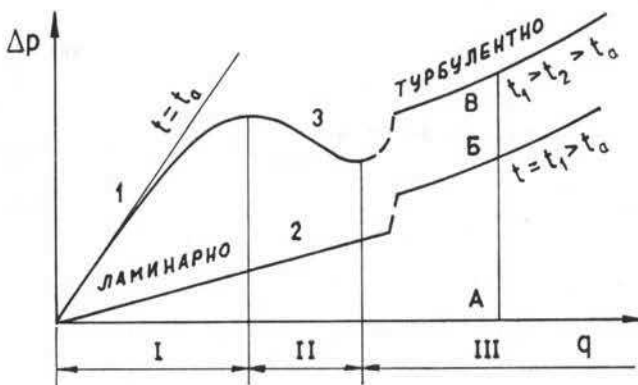
Анализа израза (3.77) показује да су J_0 и J_1 , вредност интеграла (3.76) за $i=1$, величине истог реда, да је J_2 , вредност интеграла (3.76) за $i=2$, око сто пута мањи од J_0 , итд. Наиме, ако се узме $J \approx J_0 + J_1$ као приближна, али довољно тачна, вредност израза (3.77) уместо $J = J_0 + J_1 + J_2 + J_3 + \dots$ грешка која се том приликом чини мања је од 2%. Према томе, као дефинитивна вредност интеграла J у изразу (3.77) за пад притиска услед трења при турбулентном неизотермном струјању загрејане течности у хидраулички храпавим цевима, за спољне прорачунске температуре $t_a \neq 0$, добија се израчунавањем израза:

$$J = J_0 + \frac{4 B k_2^{0,25}}{(m-4)a} \left\{ \frac{z_2}{(z_2^4 - c_0)^{1/m}} - \frac{z_1}{(z_1^4 - c_0)^{1/m}} + \right. \\ \left. + c_0 \frac{z_2 - z_1}{6} \left[(z_1^4 - c_0)^{-\frac{m+1}{m}} + (z_m^4 - c_0)^{-\frac{m+1}{m}} + (z_2^4 - c_0)^{-\frac{m+1}{m}} \right] \right\}. \quad (3.78)$$

Разуме се, вредност интеграла J_0 у овом изразу одређена је обрасцем (3.75), а величине z_1 и z_2 једначинама (3.74).

3.5.6. Карактеристика цевовода при неизотермном струјању

Карактеристика цевовода при изотермном струјању приказана је линијама 1 и 2 на слици 3.5. Линија 1 одговара изотермном струјању транспортоване сировине при температури околине, а линија 2 при температури једнакој температури на почетку цевовода, која је виша од температуре околине. Карактеристика цевовода при неизотермном струјању приказана је линијом 3 [8]. Вертикале које пролазе кроз максимум и минимум ове линије одређују три струјне области. У првој и трећој струјној области отпори у цевоводу расту са порастом протока, а у области II опадају када проток расте. При малим протоцима температура транспортоване сировине брзо се изједначи са температуром околине, нарочито кад је цевовод неизолован, и на даље



Слика 3.5

Карактеристика цевовода при неизотермном струјању

струји изотермно при $t=t_a$. Зато у области малих протока крива 3 тежи линији 1 и њих две се скоро поклапају. При већим протоцима температура транспортоване сировине спорије опада, нарочито код кратких и изолованих цевовода, тако да се и овом приликом остварује скоро изотермно струјање, али при температури $t=t_1 > t_a$. Када је реч о неизотермном струјању, тада линија 2 при одређеном протоку пресеца ординату криве 3 и одређује: део AB који одговара изотермном струјању при температури $t=t_1$ (то је вредност првог члана, на пример, у изразима 3.42 и 3.43), и укупни отпор AB који се остварује при неизотермном струјању на температурама $t_1 > t_2 > t_a$. Већи протоци транспортоване сировине остварују се при мањим вискозностима, односно при вишим температурама. Међутим, смањење вискозности порастом температуре остварује се само до извесне границе после које повећање температуре врло мало смањује вискозност. То је и разлог што се отпори у области II при неизотермном струјању на одређеној почетној температури смањују са порастом протока, јер смањена вискозност услед повишене температуре знатније утиче на отпоре него пораст протока. Област II треба избегавати као радну област пумпне станице, јер се може десити да због пада температуре вискозност превише порасте и отпори се повећају изнад оних које пумпна станица може да савлада. Радна област неизотермних струјања је област III у којој не може да дође до претходне појаве.

3.6. ДВОФАЗНО СТРУЈАЊЕ СИРОВЕ НАФТЕ И ГАСА

Природни гас је врло чест пратилац сирове нафте. Зато се на глави већег броја бушотина добија мешавина сирове нафте и гаса, која се транспортује сабирним цевоводима до сепаратора гаса. У литератури се струјање сирове нафте и гаса назива двофазним струјањем. Мешавина сирове нафте и гаса на глави бушотине има висок притисак и њега треба искористити као енергију за транспорт. Ако се сепарација гаса обавља у непосредној близини бушотине, на 200 до 300 m, као што се то данас обично чини, онда се овај притисак мора уништити пригушивањем пре уласка мешавине у сепараторе гаса. Транспорт мешавине сирове нафте и гаса са техничке стране не представља проблем. Дужине цевовода износе данас и по неколико стотина километара. У Мексиканском заливу је [28], на пример, на дубини 36—60 m положен цевовод пречника 750 mm и дужине 650 km, кроз који се транспортује мешавина сирове нафте и гаса. На нафтоносним пољима ови цевоводи су дугачки и до 20—30 km.

3.6.1. Хидродинамика двофазног тока

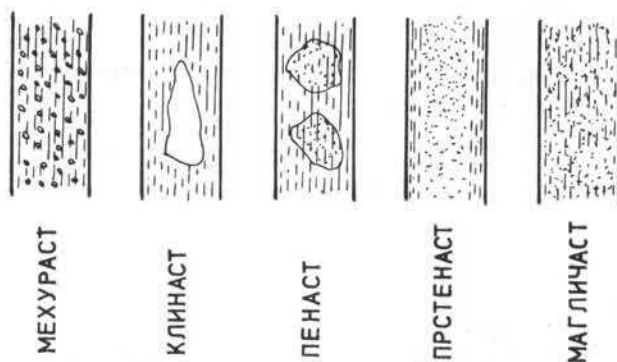
Хидродинамика двофазног тока сложенија је од хидродинамике једнофазног тока и недовољно је изучена. Сложеност првенствено долази због релативног кретања фаза у мешавини, које се мора узети у обзир приликом егзактнијег проучавања двофазног тока. Ако је струјање мешавине још и неизотермно, тада се низводно мењају и масени протоци фаза, што још више компликује математичко-физичку страну проблема. И раздвајање фаза код цевовода са нагибом ствара извесне тешкоће. То раздвајање фаза доводи до различите промене густине мешавине у деловима цевовода са успонем и са падом, тако да се појављује положајна енергија и између проточних пресека који леже на истој геодезијској висини. Нема ни поузданих метода за утврђи-

вање структуре струјне слике двофазног тока, која зависи од брзине мешавине, учешћа фаза у мешавини, физичких својстава фаза, нагиба цевовода итд. Од структуре струјне слике зависи величина и облик граничне површине између фаза, релативна брзина и губитак енергије за време струјања. Остварљиве су следеће струјне слике код двофазних токова: *мехураст*, *клинаст*, *раздвојен*, *таласаст*, *јастучаст*, *прстенаст* и *магличаст* ток у хоризонталним цевима (слика 3.6); *мехураст*, *клинаст*, *пенаст*, *прстенаст* и *магличаст* ток у вертикалним цевима (слика 3.7). Учешће гасне фазе у мешавини расте идући од мехурастог ка магличастом струјном току и у хоризонталним и у вертикалним цевима. Кретање мешавине сирове нафте и гаса одвија се најчешће у виду мехурастог, јастучастог и магличастог струјног тока. Због тога ће у даљем тексту бити речи само о ова три струјна тока. Мехураст ток јавља се при малом учешћу гаса у течности. Гас се тада обично налази у горњем делу хоризонталног и по читавој запремини вертикалног цевовода. Јастучаст ток јавља се код мешавине са знатнијим учешћем гасне фазе, при чему се мехурићи удружују и стварају чепове. То су, напимер, мање или веће запремине течне и гасне фазе које се крећу заједно у правцу струјног тока и једна у односу на другу изазивајући напонско стање и на граничним површинама између фаза. Магли-



Слика 3.6

Струјне слике двофазног тока у хоризонталним цевоводима



Слика 3.7

Струјне слике двофазног тока у вертикалним цевоводима

част струјни ток јавља се при веома великом учешћу гасне фазе у мешавини, или боље речено при незнатном учешћу течне фазе у гасној у виду распраше-

них сигних капљица. Овај последњи струјни ток више је везан за струјање природног гаса, који се добија из кондензатних лежишта и који се састоји од великог процента метана (80—95%) и кондензованог бензина и керозина. Структура струјне слике двофазног тока мења се изводно јер се због пада притиска услед трења мења и запремина и облик мехурића гаса. Осим тога, због пада притиска дуж ценовода издваја се све већа количина гаса из сирове нафте, па се мењају и масени протоци фаза дуж струјног тока. Испитивања су показала да на формирање струјне слике највише утиче брзина мешавине, запремински однос фаза у мешавини и нагиб ценовода. Запремински однос фаза дефинисан је као

$$\beta = \frac{q_g}{q_t + q_g} = \frac{v_{og} A}{v_{ot} A + v_{og} A} = \frac{v_{og}}{v_{ot} + v_{og}}$$

Ту су, дакле, v_{ot} и v_{og} привидне брзине течности и гаса, које се добијају кад се одговарајући протоци фаза поделе укупним попречним пресеком ценовода. Како је запремински проток мешавине

$$q_m = q_t + q_g = v_m A,$$

то из ова два обрасна излази да је средња привидна брзина мешавине

$$v_m = v_{ot} + v_{og}.$$

Стварно учешће фаза у мешавини дефинисано је као однос проточних пресека које фазе заузимају у укупном попречном пресеку ценовода и укупног попречног пресека ценовода:

$$\varphi = \frac{A_g}{A}, \quad 1 - \varphi = \frac{A_t}{A}.$$

Кад се запремински протоци фаза напишу у облику

$$q_t = v_{ot} A = v_t A_t = v_t (1 - \varphi) A,$$

$$q_g = v_{og} A = v_g A_g = v_g \varphi A,$$

где су v_t и v_g стварне средње брзине течне и гасне фазе, долази се коришћењем наведених израза до веза између запреминоског и стварног учешћа фаза у мешавини и одговарајућих брзина:

$$v_t = v_m \frac{1 - \beta}{1 - \varphi}, \quad v_g = v_m \frac{\beta}{\varphi}.$$

Одавде је

$$\frac{v_t}{v_g} = \frac{\varphi}{\beta} \frac{1 - \beta}{1 - \varphi}. \quad (3.79)$$

Види се да је $\varphi \neq \beta$ јер је $v_t \neq v_g$. Кад не би било релативног кретања између фаза, тј. кад би било $v_t = v_g$, било би $\varphi = \beta$. Коришћењем израза за масени и запремински проток,

$$\dot{m}_m = \dot{m}_t + \dot{m}_g, \quad q_m = q_t + q_g,$$

као и везе између њих, долази се до израза за густину мешавине

$$\rho_m = (1 - \beta) \rho + \beta \rho_g.$$

или

$$\varrho_m = \frac{v_t}{v_m} (1 - \varphi) \varrho_t + \frac{v_g}{v_m} \varphi \varrho_g,$$

где су ϱ_t и ϱ_g густине течне и гасне фазе.

За устаљено хидраулично струјање двофазног тока динамичка једначина гласи:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{4}{D} \tau + \varrho_m v_m \frac{dv_m}{dx} \pm \varrho_m g_x; \quad (3.80)$$

где је τ тангентни напон и g_x пројекција спољашње силе на правац кретања који се овом приликом поклапа са x -осом. Обично се инерцијске силе занемарују у односу на силе трења, па ако је још струјни ток хоризонталан, што је и најчешћи случај кад је реч о транспорту мешавине сирове нафте и природног гаса, тада је

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{4}{D} \tau. \quad (3.81)$$

За мехураст, јастучаст и магличаст струјни ток узима се:

$$\tau = \frac{\lambda_m}{8} [(1 - \beta) \varrho_t + \beta \varrho_g] v_m^2,$$

или

$$\tau = \frac{\lambda_m}{8} [(1 - \varphi) \varrho_t v_t^2 + \varphi \varrho_g v_g^2].$$

Према томе, динамичка једначина за хоризонталне струјне токове може да се напише као

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\lambda_m}{2D} [(1 - \beta) \varrho_t + \beta \varrho_g] v_m^2, \quad (3.82)$$

или

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\lambda_m}{2D} [(1 - \varphi) \varrho_t v_t^2 + \varphi \varrho_g v_g^2]. \quad (3.83)$$

За прву једначину се каже да је написана у виду привидног динамичког напона, јер је v_m привидна брзина мешавине, а за другу да је написана у виду стварног динамичког напора јер v_t и v_g означавају стварне средње брзине фаза, које се добијају кад се протоци фаза поделе са проточним пресеком који та фаза заузима у укупном попречном пресеку цевовода.

Коефицијент трења λ_m мешавине сирове нафте и гаса зависи од Рејнолдсовог (*Reynolds*) и Фраудовог (*Froude*) броја, релативне храпавости цевовода, односа фаза у мешавини, њихових физичких својстава итд. У литератури се коефицијент трења мешавине најчешће приказује у облику функције

$$\lambda_m = \lambda \left(Re, \frac{\delta}{D} \right) \psi \left(Fr_m, \beta, \frac{\mu_t}{\mu_g}, \frac{\varrho_t}{\varrho_g}, \dots \right),$$

где ψ , у ствари, показује одступање коефицијента трења мешавине од коефицијента трења λ једнофазног тока који би струјао протоком мешавине. Зато се Re број у изразу $\lambda(Re, \delta/D)$ рачуна у односу на брзину v_m мешавине, пречник ценовода и вискозност мешавине. Тиме је коефицијент трења λ одређен.

Испитивања су показала да код јастучастог струјног тока коефицијент ψ износи [21]:

$$\psi = 1 + \frac{0,25 k_z}{k_\sigma} \frac{\beta (\varrho_t - \varrho_g)}{(1 - \beta) \varrho_t + \beta \varrho_g} Fr_m^{-0,5}, \quad (3.84)$$

за хоризонталне и за ценоводе са успонем, и

$$\psi = 1 - \frac{0,25}{k_\sigma} \frac{\beta (\varrho_t - \varrho_g)}{(1 - \beta) \varrho_t + \beta \varrho_g} Fr_m^{-0,5}, \quad (3.85)$$

за ценоводе са падом. У овим обрасцима је k_z коефицијент засићења једне фазе другом и k_σ коефицијент који узима у обзир величину и број мехурића гаса у мешавини. Ова два коефицијента израчунавају се по следећим образацама:

$$k_z = (1 + k_r)^{0,5}, \quad k_\sigma = 1 + 2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{pD}{\sigma} \right)^{0,5},$$

где је k_r коефицијент растворљивости гаса у течном фази, σ површински напон течне фазе, p притисак на коме се мешавина налази и D унутрашњи пречник ценовода. Разуме се, и у Фраудовом броју Fr_m учествује брзина мешавине и то означава индекс „ m “.

3.6.2. Одређивање пада притиска при струјању двофазног тока

Постоји низ познатих метода за одређивање пада притиска при струјању двофазног тока. Међутим, све те методе се могу сврстати у једну од следеће две групе: или у групу метода које користе једначине облика (3.82) односно (3.83) и одговарајуће зависности за коефицијент трења λ_m мешавине изражен посредством коефицијента ψ , или у групу метода које користе аналогију са једнофазним током и баве се одређивањем односа

$$\Phi_t = \frac{\Delta p_m}{\Delta p_t}, \quad \Phi_g = \frac{\Delta p_m}{\Delta p_g},$$

који, у ствари, показују за колико су губици енергије услед трења при струјању мешавине већи од губитака енергије услед трења при струјању једнофазног флуида протоком мешавине. Кад је реч о првој групи метода, онда треба напоменути да се тада, на пример, једначина (3.82), која после интегрирања има облик

$$\Delta p_m = \frac{\lambda_m l}{2 D} [(1 - \beta) \varrho_t + \beta \varrho_g] v_m^2,$$

за случај нестишљивог струјања обеју фаза, примењује посебно за хоризонталне а посебно за нагнуте делове ценовода. Укупни пад притиска се добија сабирањем падова притиска за хоризонталне и за нагнуте делове ценовода,

Као представник друге групе метода може да се узме метода Локарт-Мартинелија (*Lockhart-Martinelly*) [29]. Она је употребљива за следеће струјне услове;

— струјање мешавине мора да буде изотермно и без трансформације фаза, тј. масени протоци фаза не смеју да се мењају дуж струјног тока,

— претпоставља се да је пад притиска између два проточна пресека ценовода једнак за обе фазе и да он истовремено представља пад притиска мешавине, тј. да је

$$\Delta p_t = \Delta p_g = \Delta p_m,$$

— и да егзистира један од следећа четири режима струјања фаза: или обе фазе струје ламинарно, или течна фаза струји ламинарно а гасна турбулентно, или течна фаза турбулентно а гасна ламинарно, или обе фазе струје турбулентно.

По аналогiji са падом притиска за време струјања једнофазног тока,

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho v^2 = 2f \frac{\rho v^2 L}{D},$$

где је $f = \lambda/4$ Фанингов (*Fanning*) коефицијент трења, за двофазни ток може да се напише:

$$\left(\frac{\Delta p}{L} \right)_m = 2f_t \frac{\rho_t v_t^2}{D_t} = 2f_g \frac{\rho_g v_g^2}{D_g}, \quad (3.86)$$

при чему је искоришћена претпоставка о једнакости падова притиска фаза и мешавине. Овде су v_t и v_g стварне средње брзине фаза, а D_t и D_g хидраулични пречници проточних пресека одговарајућих фаза. Увођењем израза за проточне пресеке фаза,

$$A_t = a_t \frac{D_t^2 \pi}{4}, \quad A_g = a_g \frac{D_g^2 \pi}{4}, \quad (3.87)$$

где су a_t и a_g коефицијенти који објављају „преиварање“ проточних пресека појединих фаза у кружне проточне пресеке оног пречника који је једнак хидрауличном пречнику посматране фазе, стварне средње брзине могу да се напишу као:

$$v_t = \frac{\dot{m}_t}{\rho_t A_t} = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_t}{a_t \rho_t D_t^2}, \quad (3.88)$$

$$v_g = \frac{\dot{m}_g}{\rho_g A_g} = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_g}{a_g \rho_g D_g^2}.$$

Овде су $\dot{m}_t$ и $\dot{m}_g$ масени протоци фаза. Одговарајући Рејнолдсови бројеви гласе:

$$Re_t = \frac{v_t D_t}{\nu_t} = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_t}{a_t D_t \mu_t},$$

$$Re_g = \frac{v_g D_g}{\nu_g} = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_g}{a_g D_g \mu_g} \quad (3.89)$$

где су μ_t и μ_g динамичке вискозности течне и гасне фазе.

Под претпоставком да се Фанингов коефицијент трења може изразити као $f=C/Re^n$ следеју његове вредности за поједине фазе:

$$f_t = \frac{C_t}{Re_t^n} = C_t \left(\frac{\pi}{4} \right)^n \frac{a_t^n D_t^n \mu_t^n}{\dot{m}_t^n}, \quad (3.90)$$

$$f_g = \frac{C_g}{Re_g^m} = C_g \left(\frac{\pi}{4} \right)^m \frac{a_g^m D_g^m \mu_g^m}{\dot{m}_g^m}.$$

Заменом (3.90) и (3.88) у (3.86) добија се

$$\left(\frac{\Delta p}{L} \right)_m = \frac{2 C_t \dot{m}_t^{2-n} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-n} \mu_t^n}{\rho_t a_t^{2-n} D_t^{2-n}}, \quad (3.91)$$

или

$$\left(\frac{\Delta p}{L} \right)_m = \frac{2 C_g \dot{m}_g^{2-m} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-m} \mu_g^m}{\rho_g a_g^{2-m} D_g^{2-m}}. \quad (3.92)$$

Кад се десна страна израза (3.91) помножи и подели са D_t^{2-n} , а десна страна израза (3.92) са D_g^{2-m} , тада се они могу написати у облику:

$$\left(\frac{\Delta p}{L} \right)_m = \frac{2 C_t \dot{m}_t^{2-n} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-n} \mu_t^n}{\rho_t D_t^{5-n}} a_t^{n-2} \left(\frac{D}{D_t} \right)^{2-n}, \quad (3.93)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{L} \right)_m = \frac{2 C_g \dot{m}_g^{2-m} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-m} \mu_g^m}{\rho_g D_g^{5-m}} a_g^{m-2} \left(\frac{D}{D_g} \right)^{5-m}. \quad (3.94)$$

Први чиниоци у овим изразима представљају део губитака који би настали кад би кроз цевовод струјала само течна фаза протоком $\dot{m}_t$, или само гасна фаза протоком $\dot{m}_g$. Ови губици ће се обележити на следећи начин:

$$\left(\frac{\Delta p}{L} \right)_t = \frac{2 C_t \dot{m}_t^{2-n} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-n} \mu_t^n}{\rho_t D_t^{5-n}}, \quad (3.95)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{L} \right)_g = \frac{2 C_g \dot{m}_g^{2-m} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-m} \mu_g^m}{\rho_g D_g^{5-m}}. \quad (3.96)$$

Ако се остатак у једначинама (3.93) и (3.94) обележи са

$$\phi_t^2 = a_t^{n-2} \left(\frac{D}{D_t} \right)^{5-n}, \quad \phi_g^2 = a_g^{m-2} \left(\frac{D}{D_g} \right)^{5-m}, \quad (3.97)$$

онда се једначине (3.93) и (3.94) могу написати као:

$$\left(\frac{\Delta p}{L}\right)_m = \left(\frac{\Delta p}{L}\right)_t \phi_t^2, \quad (3.98)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{L}\right)_m = \left(\frac{\Delta p}{L}\right)_g \phi_g^2. \quad (3.99)$$

Из последњих једначина се изједначењем десних страна добија однос

$$\frac{(\Delta p/L)_t}{(\Delta p/L)_g} = \frac{\phi_g^2}{\phi_t^2} = X^2,$$

одакле је

$$X = \frac{\phi_g}{\phi_t} = \sqrt{\frac{(\Delta p/L)_t}{(\Delta p/L)_g}}. \quad (3.100)$$

Најзад, кад се изрази (3.87) поделе са попречним пресеком цевовода, добиће се стварна учешћа појединих фаза у мешавини:

$$\frac{A_t}{A} = 1 - \varphi = a_t \left(\frac{D_t}{D}\right)^2, \quad (3.101)$$

$$\frac{A_g}{A} = \varphi = a_g \left(\frac{D_g}{D}\right)^2.$$

Аутори ове методе дали су дијаграм 3.8 за одређивање величина ϕ_t , ϕ_g , φ , у зависности од параметра X и режима струјања фаза. Према њима је струјање фаза ламинарно кад је $Re < 1000$, прелазно ако је $1000 < Re < 2000$ и турбулентно за $Re > 2000$. За ламинарно струјање је $C_t = 16$ и $n = 1$, односно $C_g = 16$ и $m = 1$. За турбулентно струјање се узима $C_t = 0,046$ и $n = 0,2$, односно $C_g = 0,046$ и $m = 0,2$. Прелазна област се по правилу избегава. Ради прегледности за време рада направљена је и табела 3.14 у којој су дати односи свих величина у зависности од режима струјања.

Пример: Кроз хоризонтални цевовод пречника 100 mm и дужине 10 km транспортује се мешавина сирове нафте и природног гаса ($q_t = 250 \text{ m}^3/24 \text{ h}$, $\rho_t = 900 \text{ kg/m}^3$, $\mu_t = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$, $q_{og} = 6000 \text{ m}^3/24 \text{ h}$, $\rho_{og} = 0,7 \text{ kg/m}^3$, $\mu_g = 9,91 \cdot 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$). Притисак мешавине на почетку цевовода износи 24,2 бага. Израчунати пад притиска услед трења за време транспорта ове мешавине.

Најпре се налази густина гаса на радном притиску:

$$\rho_g = \rho_{go} \frac{p}{p_o} = 0,7 \frac{2,42}{1,01325} = 16,7 \text{ kg/m}^3.$$

Масени протоци износе

$$\dot{m}_t = \rho_t q_t = 900 \cdot 0,00289 = 2,6 \text{ kg/s},$$

$$\dot{m}_g = \rho_g q_{og} = 0,7 \cdot 0,0694 = 0,0486 \text{ kg/s}.$$

Погрешно је сада одређивати вредности Рејнолдсових бројева појединих фаза у односу на укупни пресек цевовода:

$$Re_t(D) = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_t}{D \mu_t}, \quad Re_g(D) = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_g}{D \mu_g},$$

Табела 3.14

Параметар	Режим $l-l$	Режим $l-t$	Режим $t-l$	Режим $t-t$
$X^2 = \frac{(\Delta p/L)_t}{(\Delta p/L)_g}$	$\frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_g} \frac{\rho_g}{\rho_t} \frac{\mu_t}{\mu_g}$	$167 \frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_g} \frac{\rho_g}{\rho_t} \frac{\mu_g}{\mu_g^{0,2}} D^{0,8}$	$\frac{1}{167} \frac{\dot{m}_t^{1,8}}{\dot{m}_g} \frac{\rho_g}{\rho_t} \frac{\mu_t^{0,2}}{\mu_g} D^{-0,8}$	$\left(\frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_g}\right)^{1,8} \frac{\rho_g}{\rho_t} \left(\frac{\mu_t}{\mu_g}\right)^{0,2}$
$\Phi_t^2 = \frac{(\Delta p/L)_m}{(\Delta p/L)_t}$	Φ_{gll}^2/X_{ll}^2	Φ_{glt}^2/X_{lt}^2	Φ_{gtl}^2/X_{tl}^2	Φ_{gtt}^2/X_{tt}^2
$\Phi_g^2 = \frac{(\Delta p/L)_m}{(\Delta p/L)_g}$	Φ_{tll}^2/X_{ll}^2	Φ_{tlt}^2/X_{lt}^2	Φ_{ttl}^2/X_{tl}^2	Φ_{ttt}^2/X_{tt}^2
$a_t = (1-\varphi) \left(\frac{D}{D_t}\right)^2$	$(1-\varphi)^2 \Phi_{tll}^2$	$(1-\varphi)^2 \Phi_{tlt}^2$	$(1-\varphi)^4 \Phi_{ttl}^{3,33}$	$(1-\varphi)^4 \Phi_{ttt}^{3,33}$
$a_g = \varphi \left(\frac{D}{D_g}\right)^2$	$\varphi^2 \Phi_{gll}^2$	$\varphi^4 \Phi_{glt}^{3,33}$	$\varphi^2 \Phi_{gtl}^2$	$\varphi^4 \Phi_{gtt}^{3,33}$
$\left(\frac{D}{D_t}\right)^2 = \frac{a_t}{1-\varphi}$	$(1-\varphi) \Phi_{tll}^2$	$(1-\varphi) \Phi_{tlt}^2$	$(1-\varphi)^3 \Phi_{ttl}^{3,33}$	$(1-\varphi)^3 \Phi_{ttt}^{3,33}$
$\left(\frac{D}{D_g}\right)^2 = \frac{a_g}{\varphi}$	$\varphi \Phi_{gll}^2$	$\varphi^3 \Phi_{glt}^{3,33}$	$\varphi \Phi_{gtl}^2$	$\varphi^3 \Phi_{gtt}^{3,33}$

и према њима констатовати режиме струјања фаза, као што се то обично чини у пракси приликом примене Локарт-Мартинелијеве методе. Режим струјања мора да се претпостави и да се после израчунатих величина провери, јер се стварни Рејнолдсови бројеви не могу одредити, који су једино меродавни за режиме струјања. Ако се претпостављени режим струјања потврди, прорачун се наставља, а ако се не потврди, тада се прорачун мора поновити са нађеним режимом струјања као првом апроксимацијом. Ова примедба биће читаоцу потпуно јасна ако се само подсети на облик коефицијента трења, изразе Re бројева у њима и критеријуме за режиме струјања. Овом приликом ће се претпоставити *шурбулентно-шурбулентни* режим струјања фаза, па су $C_t = C_g = 0,046$ и $n = m = 0,2$. Према табели 3.14 је:

$$X^2 = \left(\frac{\dot{m}_t}{\dot{m}_g}\right)^{1,8} \frac{\rho_g}{\rho_t} \left(\frac{\mu_t}{\mu_g}\right)^{0,2} = \left(\frac{2,6}{0,0486}\right)^{1,8} \frac{16,7}{900} \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{9,81 \cdot 10^{-6}}\right)^{0,2} = 79,5.$$

Вредности $X = 8,92$ и *шурбулентно-шурбулентном* режиму струјања одговарају:

$$\phi_t = 1,8, \quad 1 - \varphi = 0,54,$$

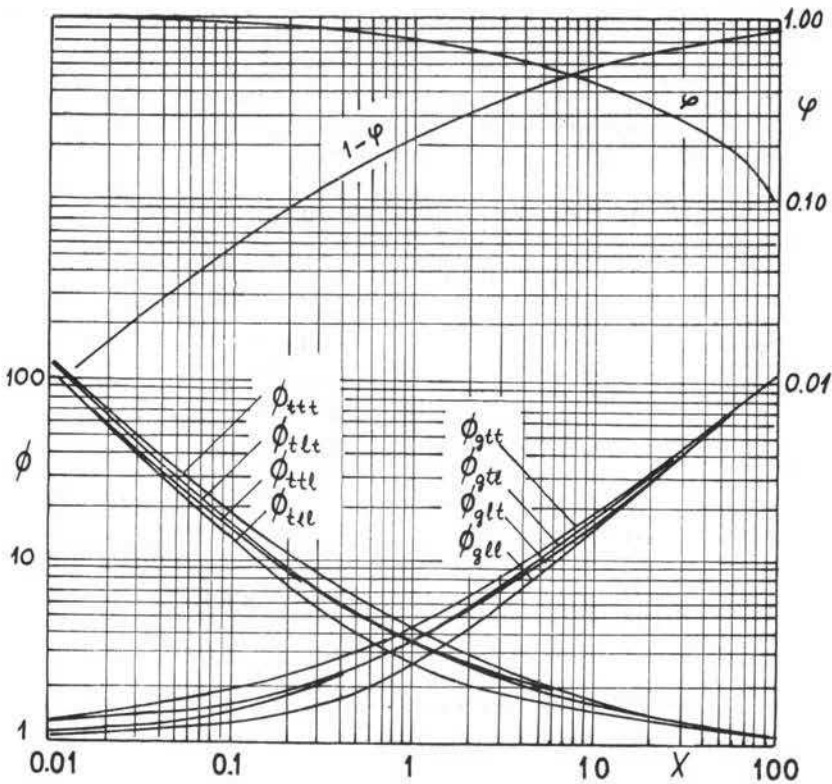
$$\phi_g = 16, \quad \varphi = 0,46.$$

Даље су

$$\left(\frac{D}{D_t}\right)^2 = (1-\varphi)^3 \phi_t^{3,33} = 1,115; \quad D_t = \frac{D}{\sqrt{1,115}} = 94,7 \text{ mm},$$

$$\left(\frac{D}{D_g}\right)^2 = \varphi^3 \phi_g^{3,33} = 995,4; \quad D_g = \frac{D}{\sqrt{995,4}} = 3,17 \text{ mm},$$

$$a_t = (1-\varphi) \left(\frac{D}{D_t}\right)^2 = 0,602; \quad a_g = \varphi \left(\frac{D}{D_g}\right)^2 = 457,9.$$



Слика 3.8

Зависност коефицијената ϕ_t и ϕ_g од параметра X

Вредности Рејнолдсових бројева су:

$$Re_t = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_t}{a_t D_t \mu_t} = \frac{4}{\pi} \frac{2,6}{0,602 \cdot 0,0947 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 14517,$$

$$Re_g = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{m}_g}{a_g D_g \mu_g} = \frac{4}{\pi} \frac{0,0486}{457,9 \cdot 0,00317 \cdot 9,81 \cdot 10^{-6}} = 4345,6.$$

Дакле, режим струјања фаза је потврђен и рачун може да се настави са нађеним вредностима израчунатих параметара. Сада се одређује:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta p}{L}\right)_t &= \frac{2 C_t \dot{m}_t^{2-n} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{2-n} \mu_t^n}{\rho_t D^{5-n}} = \\ &= \frac{2 \cdot 0,046 \cdot 0,0486^{1,8} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{1,8} (4 \cdot 10^{-3})^{0,2}}{900 \cdot 0,100^{4,8}} = 18,1 \text{ Pa/m}, \\ \left(\frac{\Delta p}{L}\right)_g &= \frac{2 C_g \dot{m}_g^{2-m} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{2-m} \mu_g^m}{\rho_g D^{5-m}} = \\ &= \frac{2 \cdot 0,046 \cdot 0,0486^{1,8} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{1,8} (9,81 \cdot 10^{-6})^{0,2}}{16,7 \cdot 0,100^{4,8}} = 0,228 \text{ Pa/m}. \end{aligned}$$

Ради контроле може да се израчуна вредност параметра

$$X^2 = \frac{(\Delta p/L)_t}{(\Delta p/L)_g} = \frac{18,10}{0,228} = 79,4, \quad X = 8,92,$$

и да се констатује да је досадашњи рачун исправан. Према томе, јединични пад притиска при струјању мешавине сирове нафте и гаса је:

$$\left(\frac{\Delta p}{L}\right)_m = \left(\frac{\Delta p}{L}\right)_t \phi_t^2 = 18,1 \cdot 1,8^2 = 58,6 \text{ Pa/m},$$

или

$$\left(\frac{\Delta p}{L}\right)_m = \left(\frac{\Delta p}{L}\right)_g \phi_g^2 = 0,228 \cdot 16^2 = 58,4 \text{ Pa/m}.$$

Ове две вредности морају да буду једнаке, јер под тим условима и важи Локарт-Мартинелијева метода. Разлике могу да наступе само због приближног рачунања. Укупни пад притиска, дакле, износи:

$$\Delta p_m = 58,5 \cdot 10000 = 5,85 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 5,85 \text{ bara}.$$

Исправно би било кад би се овај рачун сада поновио са вредношћу густине гаса на средњем притиску од 21,3 bara, јер је притисак гаса на крају цевовода мањи и он износи: $p_2 = p_1 - \Delta p_m = 18,3 \text{ bara}$. Густина гаса на средњем притиску је 14,7 kg/m³. Препушта се читаоцу да тај рачун обави и увери се да је добијена разлика између нових и израчунатих вредности пада притиска мешавине незнатна.

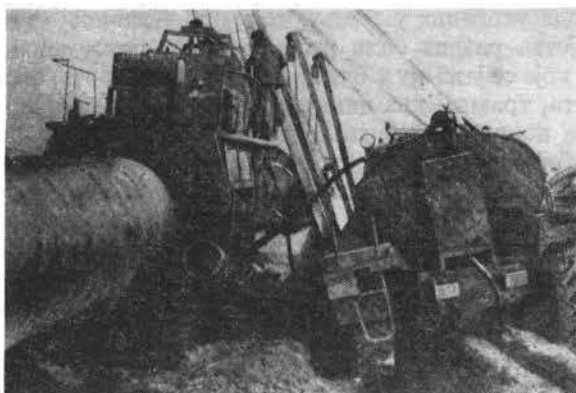
3.7. ЗАШТИТА НАФТОВОДА ОД КОРОЗИЈЕ

Познато је да цевоводи врло брзо оксидирају. Оксидација почиње одмах после израде цеви, продужава се за време њиховог ускладиштења, транспорта и развожења дуж трасе нафтовода и траје све до потпуног уништења. Кад би се један незаштићен цевовод положио у земљу, његов век не би био дужи од 2—3 године. Нафтови су веома скупи објекти и били би још скупљи кад их не би заштићивали од корозије. Овде ће првенствено бити речи о заштити цевовода од корозије, јер они најбрже страдају у поређењу са осталим елементима нафтовода, с обзиром да се цевоводи уклапају у земљу — веома агресивну средину.

Код цевовода укопаних у земљу, корозија углавном настаје услед електрохемијског дејства разних соли растворених у подземним водама тла, и лутајућих струја које се јављају у близини насељених места, електрифицираних железничких пруга, трамвајских линија и великих индустријских центара. Корозија почиње на површини цевовода, временом продире у његову дубину и на тај начин слаби механичку чврстоћу цевовода. Нарочито брзо кородирају челични цевоводи положени у близини извора једносмерне струје. Опасније су јаче струје, тј. оне лутајуће струје које потичу од електрифицираних железничких пруга и трамвајских линија. До најјачих оштећења цевовода долази у близини анода и то на местима где је изолација већ оштећена. Наиме, примећено је да су оштећења јача код цевовода са начетом изолацијом него код неизолованих цевовода.

Заштита цевовода од корозије, кад су у питању нафтови, најчешће се изводи на тај начин што се његова површина непосредно после чишћења изолује од агресивне средине. Може се увођењем инхибитора смањити агресивност средине и тиме успорити електрохемијско дејство итд. Изолациони материјали морају да буду инертни и у односу на материјал од кога је цевовод направљен и у односу на средину у којој је исти положен. Они морају имати велику адхезију према очишћеној површини цевовода, не смеју бити порозни, морају да пружају велики електрични отпор и да имају потребну механичку чврстоћу, не смеју брзо старити и морају да буду термички постојани и непропустљиви у односу на воду. Избор врсте изолационог материјала зависи од категорије нафтовода, начина његове експлоатације, састава и својстава тла у који је цевовод укопан, од удаљености и јачине извора једносмерне струје итд. Као мерило корозивне активности тла служи електрични отпор који зависи од његове влажности и састава соли растворених у подземним водама, рН фактора и температуре тла. Све те захтеве најбоље испуњавају изолације израђене на бази битумена и пластичних материја. Изолације на бази битумена израђују се у облику армираних трака дебљине 4 mm па навише и ширине 10—100 cm. Као арматура употребљава се стаклена импрегнирана тканина која се уроњава у врућу битуменску масу загрејану на 180—200°C и на тај начин постиже потребна дебљина траке по целој њеној површини. Пре стављања траке очишћена површина цевовода се премазује битулитом који је растворен у лако испарљивој течности. Премаз се осуши за 4—5 сати после чега се одмах ставља трака. Трака се за време намотавања загрева и на тај начин због отопљеног слоја дебљине 0,5—1 mm одмах приања за површину цевовода. Битуменске траке не пуцају на ниским температурама, нити се топе на температурама испод 80°C. Оне су нарочито отпорне кад је битумен обогаћен одговарајућим смолама. Намотавају се на цевовод помоћу машина конструисаних за ту сврху

(слика 3.9 [30]), при спољњим температурама од $15\text{--}20^{\circ}\text{C}$. Електрични отпор им је такав да се не појављује пробијање траке дебљине 1 mm ни при напону од 5 kV . Не одвајају се од ценовода ни под дејством киселина, база и раствора разних соли. Битуменска изолација може да се ставља на ценовод и у виду слоја премаза који се прави од добро загрејаног битумена и уситњене гуме у односу $97 : 3$. Овако припремљена маса превози се посебним ауто-цистернама до градилишта и у топлој стању механизовано наноси на очишћен и припремљен ценовод. Одмах после наношења масе на ценовод исти се сбавија траксом од бризола помоћу одговарајућих машина. Бризолна трака је израђена од мешавине битумена, уситњене гуме и азбеста.



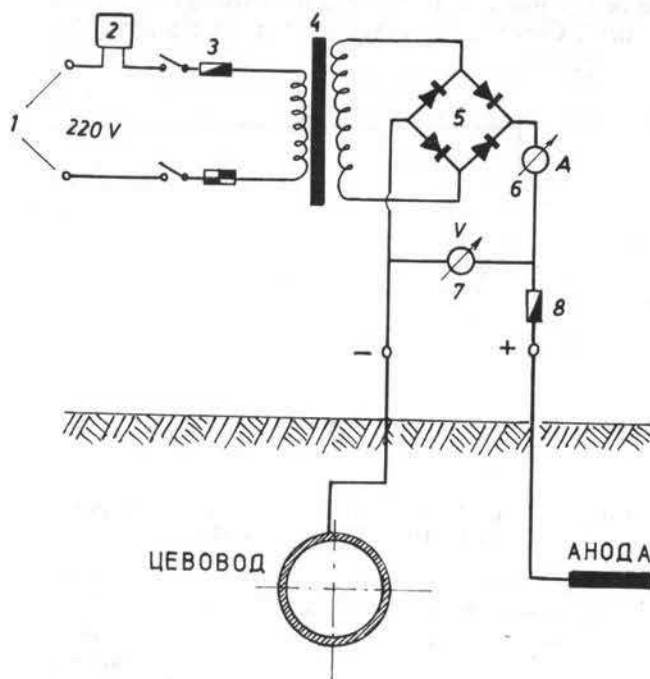
Слика 3.9 [30]

Машинско стављање траке на ценовод

За прављење изолационих трака од пластичних материја највише се користи поливинилхлорид и полиетилен. Поливинилхлорид се наноси на ценовод у облику лепљиве траке дебљине $0,4\text{ mm}$ и ширине $10\text{--}100\text{ cm}$. Полиетиленске траке имају боља антикорозивна својства. Пре стављања ових синтетичких трака на очишћен и припремљен ценовод, његова површина се премазује подлогом која се прави од туткала и бензина у односу $1 : 1$ до $1 : 3$ зависно од врсте туткала и бензина. Синтетичке траке имају предност над битуменским тракама. Оне имају велику механичку чврстоћу и хемијску стабилност, висока диелектрична хидроизолациона својства и мање су осетљиве на оштећења приликом транспорта. Осим тога, време стављања тих трака на ценовод је око $4,5$ пута краће од времена утрошеног на намотавање битуменских трака.

У читавом поступку изоловања ценовода од корозије, веома важну улогу има припрема и чишћење ценовода и место стављања изолације. Приликом изградње нафтовода користи се механичко, хемијско и термичко чишћење ценовода. Механичко чишћење се обавља ручно или машински и састоји се у томе да се помоћу челичних четака скида све са површине на коју се ставља изолација. После чишћења ценовод треба да има сјајно-метално-сиву боју. Хемијско чишћење ценовода састоји се у деоксидацији његове површине коришћењем јако инхибираних минералних киселина. Термичко чишћење ценовода своди се на спаљивање у ацетиленском пламену оних површина на које се ставља изолација. Овај поступак је спор и прилично скуп. Користи се само кад се нечистоћа са ценовода не може на други начин одстранити.

Без обзира да ли се ради о битуменској или синтетичкој траци, или о некој другој врсти изолације она се ставља на цевовод или у фабрици или на градилишту после заваривања цеви и полагања цевовода у земљу. Бољи квалитет изолације цевовода остварује се у фабрици јер се радови обављају под повољнијим временским и осталим условима са квалификованијом радном снагом итд. Због тога се често прибегава и слабијим врстама изолације када се оне стављају на градилишту ако је време њихове израде краће. На пример, једна од таквих изолација добија се обавијањем цевовода јутом, платном или неком другом тканином, при чему се између њихових слојева ставља битумен у виду премаза обичном четком. Утврђено је да изолације постављене на градилишту пропадају већ после 4—5 година за разлику од оних које се наносе на цевовод у фабрици и које трају у просеку 15—20 година. Разуме се, места спајања цеви у цевовод изолују се на градилишту и када се изолација цеви обавља у фабрици и на градилишту. Најзад, да напоменемо да стављање изолације у виду трака или у виду слојева наношењем одговарајућих изолационих материјала спада у пасивну заштиту цевовода од корозије. Активна заштита се постиже изградњом катодне и дренажне заштите дуж цевовода.

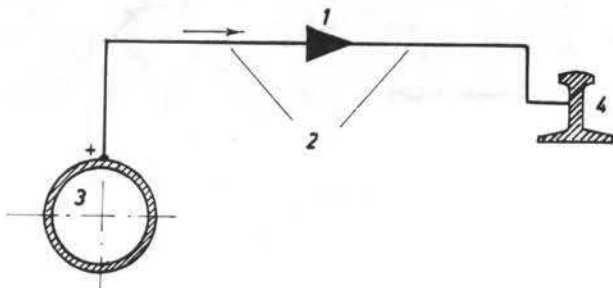


Слика 3.10 [31]
Катодна заштита цевовода

Катодна заштита цевовода укопаних у земљу остварује се на тај начин што се негативни пол извора једносмерне струје повезује са цевоводом, а позитивни пол са анодним уземљењем (слика 3.10). Када је извор струје укључен, струјно коло се затвара кроз електролит тла и на местима на којима је изолација оштећена одиграва се процес редукције услед катодне полари-

зације. Слика 3.10 приказује комплетну шему катодне заштите. Бројеви означавају следеће: 1 — извор наизменичне струје, 2 — електрично бројило, 3 — осигурач примарног намотаја трансформатора, 4 — трансформатор, 5 — исправљач наизменичне струје, 6 — амперметар 7 — волт-метар и 8 — осигурач секундарног намотаја трансформатора. Дуж трасе магистралних нафтовода поставља се на одређеном размаку више катодних заштита. Број места и размак између њих утврђује се приликом одређивања оптималне трасе нафтовода. Рад уређаја катодне заштите је променљив, јер се фактори који изазивају корозију стално мењају (влажност земље, промена концентрације и састава соли, промена отпора цевовод—земља итд.). У последње време се рад уређаја катодне заштите цевовода регулише аутоматски помоћу одговарајућих елемената аутоматског регулисања и управљања. Побољшање рада уређаја катодне заштите цевовода постиже се сталном доградњом нових уређаја дуж његове трасе.

Дренажна заштита поставља се ради уклањања лутајућих струја које настају у близини извора једносмерне струје. На слици 3.11 приказана је класична шема електродренажне заштите цевовода од лутајућих струја. Дренажни уређај 1 повезује се каблом 2 за цевовод 3 и извор лутајућих струја 4 (трамвајске шине, на пример). Стрелица показује смер кретања лутајућих струја „ухваћених“ на цевоводу.



Слика 3.11 [31]

Електродренажна заштита цевовода

3.8. ОДРЕЂИВАЊЕ ТОПЛОТЕ ЗА ЗАГРЕВАЊЕ СИРОВЕ НАФТЕ И ЊЕНИХ ТЕЖИХ ФРАКЦИЈА

Тешке сирове нафте и њихове фракције морају да се загревају у току транспорта јер су веома вискозне на температурама околине. Загревање се обавља у резервоарима који се праве од челичног лима или армираног бетона. Попречни пресек им је кружни или правоугаони. Резервоари се у нафтној индустрији деле на сабирне, транзитне и прихватне. Сабирни се граде на нафтоносним пољима и служе за сабирање сирове нафте из бушотина и прихватање пречишћене и припремљене за транспорт сирове нафте до отпремних станица. Транзитни резервоари се граде у кругу отпремних и помоћних пумпних станица дуж трасе нафтовода, а прихватни на пристаништима, у рафинеријама и на местима предвиђеним за чување резерви итд. Запремине појединих врста резервоара достижу и 30000 m³. Ако су цилиндричног облика, висина им ретко прелази 10 m, а пречник иде и до 70 m па и више. Граде се као надземни, делимично укопани и потпуно укопани у земљу. Резервоари се не пуне до врха

због топлотног ширења течности која се у њима чува. То значи да се увек изнад површине течности налази мешавина ваздуха и њене паре. Кад притисак ове мешавине порасте изнад атмосферског, тада се један део те мешавине губи кроз вентиле и незаптивене отворе на горњој основи резервоара. Да би се смањило испаравање ускладиштене течности, на њеној површини стављају се пловни предмети (понтони), чиме се, у ствари, смањује површина испаравања течности.

Неки од резервоара снабдевени су уређајима за загревање ускладиштене сировине како би се и веома вискозне течности могле транспортовати цевима. Потребна топлота за загревање може да се прикаже као збир

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

где је

$$Q_1 = \dot{m} \left[c_n (t_1 - t_2) + \frac{\beta_p r_p}{100} \right]$$

количина топлоте која се троши на загревање транспортоване сировине од температуре коју она има на улазу у резервоар до температуре коју сировина има на излазу из резервоара (овде је стављено t_1 и t_2 јер се замишља транзитни резервоар), и

$$Q_2 = k_R A_R (t_m - t_a)$$

изгубљена топлота кроз резервоар за време загревања транспортоване сировине. У овим обрасцима су нове величине: β_p (%) — учешће парафина у сировој нафти, r_p (J/kg) — његова латентна топлота топљења, k_R (J/m²sK) — пондерисана вредност коефицијента пролаза топлоте кроз резервоар,

$$t_m = \frac{1}{3} (2 t_1 + t_2)$$

средња температура загревања транспортоване сировине и t_a (°C) — температура околине. Да подсетимо још, $\dot{m}$ (kg/s) је масени проток, а c_n (J/kgK) специфична топлота транспортоване сировине. Пондерисана вредност коефицијента пролаза топлоте кроз резервоар зависи од врсте и положаја резервоара. На пример, за делимично укупан резервоар приказан на слици 3.12 је:

$$k_R A_R = k_v A_v + k_z A_z + k_m A_m,$$

где k_v , k_z , k_m означавају коефицијенте пролаза топлоте кроз одговарајуће површине: A_v —површина резервоара која је изнутра оквашена течносту, а споља ваздухом. A_z —површина резервоара која је изнутра оквашена течносту, а споља у додиру са земљом и A_m —површина резервоара која је изнутра у додиру са мешавином ваздуха и паре течности, а споља са ваздухом.

Коефицијент k_v (J/m²sK) пролаза топлоте кроз површину A_v (m²) израчунава се коришћењем везе:

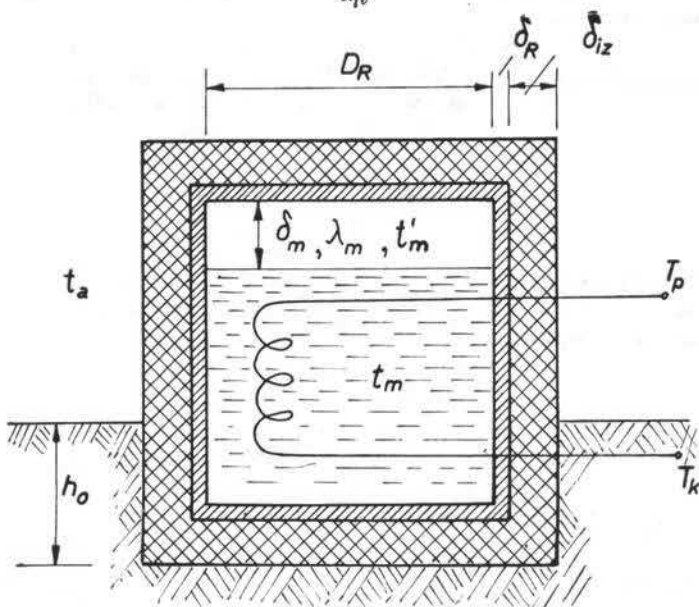
$$\frac{1}{k_v} = \frac{1}{\alpha_{iv}} + \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{av}},$$

где је α_{iv} (J/m²sK)—коефицијент прелаза топлоте са загрејане сировине на површину A_v и α_{av} (J/m²sK)—коефицијент прелаза топлоте са површине A_v на околни ваздух. Вредност коефицијента α_{iv} добија се из обрасца:

$$\alpha_{iv} = 0,87 \sqrt[3]{\frac{t_m - t_R}{\nu_m}}$$

у коме је $t_R(^{\circ}\text{C})$ средња температура зида резервоара, а v_m коефицијент кинематичке вискозности сировине на температури t_m . Температура t_R усваја се у току прорачуна ($t_R < t_m$) па се после израчунатог коефицијента k_v проверава по обрасцу:

$$t_R = t_m - \frac{k_v}{\alpha_{iv}} (t_m - t_a).$$



Слика 3.12

Резервоар за загревање транспортоване сировине

Други члан у изразу за k_v означава укупни термички отпор зида и изолације који се односе на површину A_v . Овај термички отпор одређује се из:

$$\sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} = \frac{\delta_R}{\lambda_R} + \frac{\delta_{iz}}{\lambda_{iz}},$$

где су $\delta_R(\text{m})$ и $\delta_{iz}(\text{m})$ дебелина зида резервоара и изолације, а $\lambda_R=(40\text{—}60)\text{ J/msK}$ и $\lambda_{iz}=(0,05\text{—}0,25)\text{ J/msK}$ одговарајући коефицијенти провођења топлоте кроз резервоар и изолацију. За резервоаре од армираног бетона је $\lambda_R=1,55\text{ J/msK}$.

Вредност коефицијента α_{av} зависи од брзине ветрова који дувају у пределу где се налази резервоар. Овај коефицијент се израчунава по обрасцу:

$$\alpha_{av} = 6,2 + 4,2 v_0 \quad \text{за} \quad v_0 \leq 5 \text{ m/s},$$

$$\alpha_{av} = 7,2 v_0^{0,78} \quad \text{за} \quad v_0 > 5 \text{ m/s},$$

где је $v_0(\text{m/s})$ просечна брзина ветрова који дувају у пределу на коме се налази резервоар. Ако резервоар није изолован, онда се дебелина његовог зида може занемарити у односу на пречник D_R резервоара и коефицијент k_v одредити из:

$$\frac{1}{k_v} \approx \frac{1}{\alpha_{iv}} + \frac{1}{\alpha_{av} + \alpha'_{av}},$$

где је α'_{av} (J/m²sK) коефицијент прелаза топлоте зрачењем и према Стефан-Болцмановом (Stefan-Boltzmann) закону износи:

$$\alpha'_{av} = \frac{5,75 \varepsilon}{T_R - T_a} \left[\left(\frac{T_R}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a}{100} \right)^4 \right].$$

За коефицијент зрачења може да се узме $\varepsilon=0,25$, што одговара челичном лиму премазаном заштитном алуминијевом бронзом или сивим цинк оксидом.

Коефицијент k_z (J/m²sK) пролаза топлоте кроз површину A_z одређен је једначином

$$\frac{1}{k_z} = \frac{1}{\alpha_{iz}} + \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{az}},$$

у којој се коефицијент α_{iz} (J/m²sK) прелаза топлоте са загрејане течности на површину A_z рачуна по обрасцу:

$$\alpha_{iz} = 0,79 \sqrt[4]{\frac{t_m - t_R}{v_m}}.$$

Други члан у једначини за k_z има облик:

$$\sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} = \frac{\delta_R}{\lambda_R} + \frac{\delta_{iz}}{\lambda_{iz}} + \frac{\delta_z}{\lambda_z}$$

у коме δ_z (m) означава „дебљину“ земље кроз коју се губи онај део топлоте који је прошао кроз површину A_z , и λ_z (J/msK) коефицијент провођења топлоте земље. Ове две величине израчунавају се из једначине:

$$\delta_z = 0,25 D_R + h_0,$$

$$\lambda_z = 0,30 + \frac{99,5}{t_R - t_a} (0,97^{t_a} - 0,97^{t_R}),$$

где је D_R (m) унутрашњи пречник резервоара и h_0 (m) дубина његовог уклањања у земљу. Коефицијент прелаза топлоте са земље на околни ваздух рачуна се по обрасцу

$$\alpha_{az} = 6,2 + 4,2 v_0$$

без обзира на брзину v_0 (m/s) ветрова који дувају у пределу где се резервоар налази.

Коефицијент k_m (J/m²sK) пролаза топлоте кроз површину A_m (m²) одређен је релацијом:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{\alpha_{im}} + \frac{1}{\alpha'_{im}} + \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{am}}$$

у којој су:

$$\alpha_{im} = 3,25 \sqrt[4]{t_m - t'_m}$$

коефицијент прелаза топлоте са загрејане сировине на мешавину ваздуха и њене паре изнад нивоа,

$$\alpha'_{im} = 8,7 \text{ J/m}^2 \text{ sK}$$

коэффициент прелаза топлоте са мешавине ваздух — пара на горњу основу резервоара, и

$$\frac{\delta_i}{\lambda_i} = \frac{\delta_m}{\lambda_m} + \frac{\delta_R}{\lambda_R} + \frac{\delta_{iz}}{\lambda_{iz}}$$

укупни термички отпор у том правцу. У последњем изразу δ_m (m) означава висину дела резервоара испуњеног мешавином ваздух — пара и $\lambda_m = 2,9 \text{ J/msK}$ коэффициент провођења топлоте мешавине ваздух—пара.

Најзад, коэффициент $\alpha_{am} (\text{J/m}^2\text{sK})$ прелаза топлоте са површине A_m на околину је:

$$\alpha_{am} = \alpha_{av}.$$

Температура t'_m мешавине ваздух—пара транспортоване сировине у изразу за α_{im} претпоставља се ($t'_m < t_m$) па се после израчунавања коэффицијента k_m проверава посредством једначине:

$$t'_m = t_m - \frac{k_m}{\alpha_{im}} (t_m - t_a).$$

Ако се у резервоарима као размењивачи топлоте користе змијасте цеви и водена пара као грејни флуид, тада се укупна количина топлоте може изразити као:

$$Q = k_{zc} A_{zc} (T_{zc} - T_m),$$

где је $k_{zc} (\text{J/m}^2\text{sK})$ коэффициент пролаза топлоте кроз површину $A_{zc} (\text{m}^2)$ омотача змијасте цеви,

$$T_{zc} = \frac{1}{2} (T_p + T_k)$$

средња температура цеви, у којој T_p (K) означава температуру паре на улазу у змијасту цев и T_k (K) температуру повратне паре или кондензата на излазу змијасте цеви. Због мале дебљине зида змијасте цеви може се узети

$$\frac{1}{k_{zc}} \approx \frac{1}{\alpha_{ic}} + \frac{1}{\alpha_{ac}},$$

где је $\alpha_{ic} (\text{J/m}^2\text{sK})$ коэффициент прелаза топлоте са паре на унутрашњост змијасте цеви и $\alpha_{ac} (\text{J/m}^2\text{sK})$ коэффициент прелаза топлоте са спољне стране змијасте цеви на грејану течност. Због изразито турбулентног струјања паре у змијастим цевима је $\alpha_{ic} \gg \alpha_{ac}$ па се може узети $k_{zc} \approx \alpha_{ac}$, односно

$$k_{zc} \approx 1,90 \sqrt{\frac{T_{zc} - T_m}{d \gamma_m}}.$$

Пречник d (m) змијастих цеви код ове врсте резервоара износи 2—4 сола. После израчунавања коэффицијента k_{zc} налази се површина A_{zc} , и, затим, њена дужина из једначине: $A_{zc} = \pi d l_{zc}$, јер се пречник d усваја у поменутим границама.

Количина водене паре као грејног флуида налази се из обрасца:

$$\dot{m}_p = \frac{Q}{i_p - i_k},$$

где су $i_p (\text{J/kg})$ и $i_k (\text{J/kg})$ енталпије паре и кондензата.

ГАСОВОДИ

4.1. ВРСТЕ И ПРОИЗВОДЊА ГАСА

Гасови се обично деле на природне и вештачке. Природни гасови добијају се на један од следећа три начина:

— из бушотина гасних лежишта; гас се састоји, углавном, од метана (82—98%) и мањег дела тежих угљоводоника,

— из бушотина кондензатних лежишта; гас се, такође, састоји од метана (80—95%) и кондензата бензина и керозина, и

— из бушотина лежишта сирове нафте; гас се јавља у виду мешавине метана (30—70%), пропана и бутана.

У вештачке гасове убрајају се гасови који се добијају гасификацијом чврстих горива и гасови који настају као успутни производ одређених технолошких процеса. Гасификација чврстих горива је интересантна и за нашу земљу јер ми, претежно, располажемо лигнитима и мрким угљем. Кад се томе дода да је калорична вредност тог угља релативно ниска и да имају велики проценат пепела, тада се може сагледати оправданост њихове гасификације и са гледишта транспортних трошкова.

Главни потрошачи природног и вештачког гаса су индустријске котларнице, градске топлане, металуршка и цементна индустрија, домаћинства итд.

Гасови се налазе у гасовитом или течном стању. Метан, етан и етилен су у гасовитом стању на обичним температурама (20—30 °C) и на атмосферском притиску. Пропан, пропилен, бутан и бутилен у виду паре на обичним температурама и атмосферском притиску, односно у течном стању на повишеним притисцима. Угљоводоници од изопентана па надаље налазе се у течном стању и спадају у групу бензинских фракција.

Према неким изворима, светске геолошке резерве природног гаса износе су 1966. године $860 \cdot 10^{12} \text{ m}_n^3$. Од тога је било економично за производњу $540 \cdot 10^{12} \text{ m}_n^3$, индустријске резерве око $400 \cdot 10^{12} \text{ m}_n^3$, а произведено је свега $0,6 \cdot 10^{12} \text{ m}_n^3$. Највеће резерве природног гаса налазе се у СССР-у и цене се на око 60 трилиона m_n^3 . Ова земља се по производњи природног гаса налази на другом месту у свету. Ради упоређења, наводе се геолошке резерве природног гаса у СР Немачкој ($25 \cdot 10^9 \text{ m}_n^3$), Италији ($130 \cdot 10^9 \text{ m}_n^3$) и Југославији

($41,7 \cdot 10^9 \text{ m}_n^3$). Производња природног гаса стално расте. Она је 1960. године износила $460 \cdot 10^9 \text{ m}_n^3$ да би 1970. године достигла $1000 \cdot 10^9 \text{ m}_n^3$. Табела 4.1 приказује производњу природног гаса у милијардама m_n^3 у СССР-у и Југославији.

Табела 4.1

Година	1955.	1960.	1965.	1970.	1975.
СССР	10	26	129	200	289
СФРЈ	0,02	0,065	0,33	0,977	1,44

4.2. КЛАСИФИКАЦИЈА И ЕЛЕМЕНТИ ГАСОВОДА

Гасоводи се деле на магистралне, сабирне и разводне. Сабирни гасоводи граде се на гасним пољима и служе за транспорт гаса од бушотина до сабирних станица у којима се врши обрада и припрема гаса за транспорт до потрошачких центара. Ови гасоводи су мањег пречника и дужине и премештају се чим се издашност бушотине смањи до оне вредности при којој експлоатација гаса није више економична.

Под магистралним гасоводима подразумевају се цевоводи кроз које се транспортује припремљени гас од сабирних станица или гасогенератора, ако је у питању вештачки гас, до великих потрошачких центара. Зависно од вредности радног притиска гаса, магистрални гасоводи деле се на:

— гасоводе високог притиска (радни притисак гаса у њима је изнад 2,5 МПа),

— гасоводе средњег притиска (радни притисак гаса у њима је од 1,2 до 2,5 МПа), и

— гасоводе ниског притиска (радни притисак гаса у њима је до 1,2 МПа).

Дужина магистралних гасовода креће се од десетак километара па до неколико хиљада километара. Пречник им је од 150 до 1420 mm и више. Годишњи капацитет им је обично од десет до тридесет милијарди m_n^3 .

Разводни гасоводи служе за дистрибуцију гаса директним потрошачима. То су, у ствари, сложене мреже цевовода са изразито неустаљеним режимом рада јер је потрошња гаса од стране потрошача веома неравномерна. И разводни гасоводи се у односу на радни притисак деле на:

— гасоводе високог притиска (са радним притиском гаса од 3—6 bara),

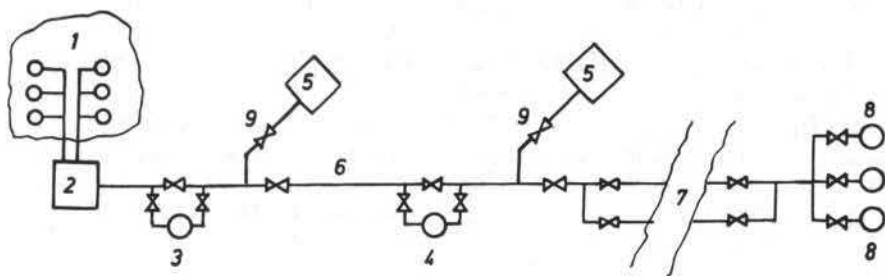
— гасоводе средњег притиска (са радним притиском гаса од 0,05—6 bara),

— гасоводе ниског притиска (са радним притиском гаса до 0,05 bara).

У разводне гасоводе високог притиска спадају и цевоводи за транспорт гаса од магистралних гасовода до прве станице за редукацију притиска. У овим гасоводима притисак обично износи од 6—12 bara.

Елементи једног комплетног магистралног гасовода приказани су на слици 4.1. Бројеви означавају следеће: 1 — гасно поље са сабирним цевоводима, 2 — сабирну станицу, 3 — главну компресорску станицу, 4 — помоћну

компресорску станицу, 5 — станицу за дистрибуцију гаса, 6 — цевовод са арматуром, 7 — прелаз преко реке, 8 — резервоаре за гас и 9 — одводне цевоводе. Дуж трасе магистралног гасовода постављају се на сваких 20—25 km станице за одржавање и ремонт објеката који се налазе у саставу гасовода. Ради заштите од корозије и гасоводи се премазују средствима која зависе од геолошког састава терена у које је цевовод положен. Све оно што је речено о заштити од корозије у одељку о нафтоводима важи и за цевоводе кроз које се транспортује природни или вештачки гас.



Слика 4.1 [8]
Магистрални гасовод

4.3. ИЗГРАДЊА ГАСОВОДА

Природни гас се први пут транспортовао цевоводом у Кини пре хиљаду година. Цевовод је био изграђен од бамбусове трске. Први метални цевовод (од олова) за транспорт гаса изграђен је у Северној Америци 1825. године. Тек 1891. године положен је први магистрални гасовод од челичних цеви, пречника 200 mm и дужине 195 km, кроз који се транспортовао природни гас са гасних поља у Индијани до потрошача у Чикагу. У СССР-у је први гасовод изграђен 1880. године и служио је за транспорт природног гаса у Бакуу после његовог издвајања из сирове нафте. Гас је коришћен за ложење котловских постројења. У периоду од 1928—1935. године изграђена су у Северној Америци још два магистрална гасовода: један од Панхендла до Чикага, дужине 1570 km, и други од Панхендла до Детроита, дужине 1375 km. Непосредно после ова два гасовода изграђен је и трећи од Тенесија до Западне Вирџиније, дужине 2000 km. Према неким изворима, данас САД располажу са око 1000000 km магистралних и разводних гасовода.

У СССР-у [8] је први магистрални гасовод у данашњем смислу речи изграђен 1940—1941. године, пречника 300 mm и дужине 69 km (гасовод Дашава—Љвов). Затим је 1946. године изграђен гасовод Бугуруслан—Кујбишев, пречника 350 mm и дужине 160 km, и 1947. године гасовод Саратов—Москва, пречника 320 mm и дужине 843 km. Којом је брзином расла изградња магистралних гасовода у СССР-у може да се оцени и по томе што је њихова дужина у овој земљи већ 1960. године износила око 21000 km, са годишњим капацитетом од 26 милијарди m_n^3 гаса, односно 1970. године 67000 km и годишњим капацитетом 170 милијарди m_n^3 гаса. Према неким изворима, у СССР-у је до 1975. године изграђено око 110000 km магистралних гасовода. Крајем 1974. године пуштен је у погон диновски гасовод Сибир—Москва (Медвежје—Пунга—

Казан—Горки—Москва) дужине 3000 km са годишњим капацитетом од 15 милијарди m_n^3 гаса. Рачуна се да је укупна дужина магистралних гасовода у СССР-у била око 145000 km 1980. године. Наведимо још и то да се укупна дужина магистралних гасовода у свету данас цени на 1200000 km.

У последње време граде се три веома велика и важна магистрална гасовода. Један граде земље СЕВ-а и његова дужина треба да буде око 10000 km, пречника 1420 mm. Пружа се од Оренбурга па до сваке земље СЕВ-а. Поред тога грана се према СР Немачкој, Аустрији и Италији. Њиме треба да се испоручи за 20 година око 120 милијарди m_n^3 гаса само СР Немачкој. Други гасовод повезује Средњи исток и Западну Европу. Већ је готова деоница дужине 1900 km од Кангана у Ирану до Искедеруна на обалама Средоземног мора у Турској. Укупна дужина овог гасовода биће 4400 km, а годишњи капацитет 20 милијарди m_n^3 гаса. Пречник му је 1020 mm. Трећи гасовод повезује Алжир и Италију. Дужина овог гасовода је 2600 km (600 km на територији Алжира, 300 km на територији Туниса, 180 km испод Средоземног мора, 1515 km на територији Италије). За његову изградњу биће утрошено преко милион тона челичних цеви. У Сицилијанском канали биће положен на дубини од 500 m, а у Месинском заливу на дубини од 350 m.

У Југославији се изградњом гасовода, као и са експлоатацијом гаса уопште, почело релативно касно. До сада је изграђено око 1000 km магистралних гасовода и преко 600 km сабирних гасовода. Ево података само за неке од њих. Гасовод Јања Лиша—Загреб—Сисак дуг је 125 km и пречник му је 150 mm; гасовод Мокрин—Кикинда—Панчево—Смедерево дуг је 208,6 km а пречник му износи 250 mm и 300 mm; гасовод Обилић—Скопље дужине 85 km кроз који се транспортује гас добијен гасификацијом угља у Обилићу. Сада се у источном делу наше земље гради око 1700 km магистралних гасовода. Главна магистрала пружа се од Хоргоша па преко Новог Сада, Београда и Ниша све до Обилића, где ће се спојити са постојећим гасоводом Обилић—Скопље. Уз пут ће се од ове магистрале одвајати гасоводи за Сомбор, Лозницу—Зворник—Сарајево, Краљево и Неготин. До данас су завршене све деонице кроз Војводину до Батајнице и гасовод Батајница—Лозница—Зворник—Сарајево, која је дуга око 300 km и пуштена у погон крајем 1979. године.

4.4. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН ГАСОВОДА ПРИ ИЗОТЕРМНОМ СТРУЈАЊУ

Свака подела гасовода за време хидрауличног прорачуна може се сматрати условном. Може се поћи од поделе на гасоводе са устаљеним и неустаљеним струјањем гаса у њима, од величине радног притиска гаса (гасоводи високог, средњег и ниског притиска), или, на пример, од величине протока гаса (гасоводи са константним протоком гаса и гасоводи са успутном потрошњом гаса). Овде је та подела направљена у односу на температуру гаса за време струјања: на гасоводе са изотермним и неизотермним струјањем гаса. Биће проучавана само устаљена струјања гаса. Изотермно струјање гаса може да се оствари у условима када је количина топлоте коју гас прима од околине за време струјања довољна да надокнади пад његове температуре услед експанзије, Џул-Томсоновог (*Joule-Thomson*) ефекта, ако се јавља, и због промене геодезијске висине проточних пресека цевовода. Успон цевовода у смеру струјања гаса смањује његову температуру. Хидрауличне једначине које опи-

сују *услађено шурбулентно изотермно струјање* гаса при константном протеку кроз цевовод са нагибом гласе:

$$-\frac{dp}{\varrho} = v dv + \frac{\lambda v^2}{2D} + g dH. \quad (4.1)$$

$$\dot{m} = \varrho v A, \quad p = Z(p) \varrho RT.$$

У овим једначинама је p — притисак гаса, ϱ — његова глстина, v — брзина струјања, λ — коефицијент трења, D — унутрашњи пречник цевовода, dH — геодезијска висина између посматраних проточних пресека цевовода ($dH > 0$ одговара успону, $dH < 0$ паду гасовода), A — проточни пресек цевовода, $\dot{m}$ — масени проток гаса и Z — коефицијент стишљивости који овом приликом зависи само од притиска јер је температура гаса константна. Прва једначина система (4.1) представља динамичку једначину, у којој члан на левој страни означава потенцијални рад који се троши на убрзавање гаса дуж цевовода, на савлађивање трења за време струјања и геодезијске висине између посматраних проточних пресека цевовода.

4.4.1. Гасоводи високог и средњег притиска са константним протоком гаса

У ове гасоводе првенствено спадају магистрални гасоводи у којима је радни притисак гаса изнад 1,2 МПа, сабирни цевододи на гасним пољима код којих је притисак гаса на глави бушотине изразито велик и разводни гасоводи у којима је радни притисак гаса изнад три бага. Приликом хидрауличног прорачуна гасовода високог и средњег притиска нема разлике, осим што се код гасовода средњег притиска занемарује експанзија гаса дуж цевовода. Разуме се, вредности струјних параметара код једних и других гасовода осетно се разликују.

Најпростији случај хидрауличног прорачуна гасовода средњег притиска јавља се код хоризонталних струјних токова. Тада се из друге и треће једначине система (4.1) налазе изрази

$$\frac{dp}{\varrho} = ZRT \frac{dp}{p}, \quad v = \frac{\dot{m}}{A} \frac{ZRT}{p},$$

чијом се заменом у прву једначину система (4.1), која у овом случају има само други члан на десној страни, добија њен следећи облик:

$$-p dp = \lambda ZRT \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \frac{dx}{2D}.$$

Рачунајући са средњом вредношћу коефицијента стишљивости, решење ове диференцијалне једначине гласи:

$$p_1^2 - p_2^2 = 2 \lambda Z_m RT \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \frac{l}{2D}, \quad (4.2)$$

Јер је $\lambda = \text{const.}$ при изотермном струјању гаса због $Re = \text{const.}$ Средња вредност коефицијента стишљивости рачуна се по обрасцу

$$Z_m = \frac{1}{2} (Z_1 + Z_2).$$

Кад се искористе везе

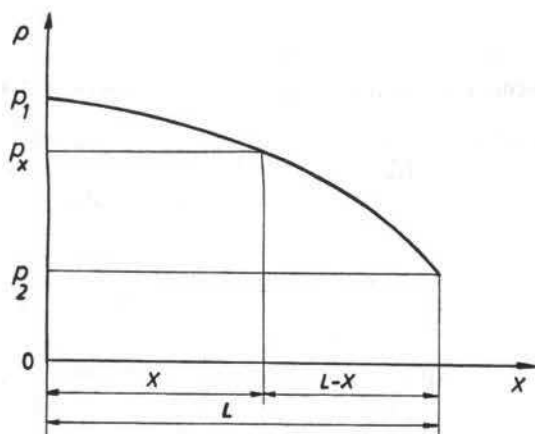
$$\frac{\dot{m}}{A} = \varrho_1 v_1 = \varrho_2 v_2, \quad RT = \frac{p_1}{Z_1 \varrho_1} = \frac{p_2}{Z_2 \varrho_2},$$

добиају се из решења (4.2) његови следећи облици

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_1} = \lambda \frac{l}{D} \frac{1}{2} \varrho_1 v_1^2 \frac{Z_m}{Z_1}, \quad (4.3)$$

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_2} = \lambda \frac{l}{D} \frac{1}{2} \varrho_2 v_2^2 \frac{Z_m}{Z_2}. \quad (4.4)$$

Образац (4.3) користи се за одређивање притиска p_2 на крају цевовода кад је стање гаса на почетку цевовода познато, а образац (4.4) за одређивање притиска p_1 на почетку цевовода кад је стање гаса на његовом крају познато.



Слика 4.2
Промена притиска дуж гасовода

Из њих се види да је промена притиска дуж цевовода за време стишљивог струјања неравномерна. Наиме, пад притиска по јединици дужине цевовода расте низводно (слика 4.2). На почетку цевовода притисак гаса је највећи, његова густина такође, па му је брзина најмања. Низводно притисак опада, густина такође, а брзина струјања расте. Често се за време хидрауличног прорачуна цевовода користи средња вредност притиска:

$$p_m = \frac{1}{L} \int_0^L p_x dx.$$

На основу једначине (4.2) може се написати:

$$\frac{p_1^2 - p_x^2}{x} = \frac{p_x^2 - p_2^2}{L - x},$$

одакле је

$$p_x = \sqrt{p_1^2 - (p_1^2 - p_2^2) \frac{x}{L}}.$$

Заменом ове вредности у израз за p_m добија се после интегралења да је

$$p_m = \frac{2}{3} \frac{p_1^3 - p_2^3}{p_1^2 - p_2^2} = \frac{2}{3} \left(p_1 + \frac{p_2^2}{p_1 + p_2} \right).$$

Када су притисци p_1 и p_2 одређени, тада је и капацитет гасовода познат. Стављајући $\dot{m} = q_n q_n$ у једначину (4.2), из ње се добија вредност протока при условима који одговарају нормалној атмосфери:

$$q_n (m_n^3/s) = \frac{\pi}{4 q_n} \sqrt{\frac{D^5 (p_1^2 - p_2^2)}{\lambda l Z_m RT}}. \quad (4.5)$$

Гасоводи спадају у веома скупе објекте и њихово пројектовање своди се, у ствари, на одређивање вредности скупа параметара везаних за транспорт гаса у конкретном случају, који треба да обезбеде оптимални транспорт у односу на унапред дефинисан критеријум оптималности. За време једне такве рачунице капацитет гасовода изражава се у виду запреминског протока при нормалним условима или условима који одговарају нормалној атмосфери $T_n = 288 \text{ K}$, $p_0 = 101325 \text{ Pa}$. Тада се и коефицијент трења даје у зависности од одговарајућих величина. На пример, често се за његово израчунавање користи образац

$$\lambda = \frac{0,1206}{Re^{0,1505}} = 0,1206 \left(\frac{D \pi \mu_n}{4 q_n q_n} \right)^{0,1505}.$$

Када се ова вредност за λ замени у израз (4.5), добија се

$$q_n (m_n^3/s) = \frac{2,47 D^{2,622}}{q_n \mu_n^{0,0814}} \left(\frac{p_1^2 - p_2^2}{Z_m RT l} \right)^{0,541}. \quad (4.6)$$

Код магистралних гасовода дужина l деонице или дужина укупног цевовода изражава се у километрима, а капацитет транспорта рачуна се за 1 дан = 24 часа, тако да израз (4.6) тада постаје:

$$q'_n (m_n^3/24 h) = k'_n D^{2,622} \left(\frac{p_1^2 - p_2^2}{Z_m l} \right)^{0,541}, \quad (4.7)$$

где је

$$k'_n = \frac{5080}{q_n \mu_n^{0,0814} (RT)^{0,541}}.$$

Ако би се узела у обзир и експанзија гаса дуж хоризонталног цевовода, диференцијална једначина би тада гласила;

$$-p dp - ZRT \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \left(\lambda \frac{dx}{2D} - \frac{dp}{p} \right),$$

а њено решење је

$$p_1^2 - p_2^2 = Z_m RT \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \left(\lambda \frac{l}{D} + 2 \ln \frac{p_1}{p_2} \right). \quad (4.8)$$

Решење (4.8) треба увек примењивати кад су у питању гасоводи високог притиска.

Кад су у питању коси гасоводи, проблем се може решити само ако се узме да је промена геодезијске висине њихових проточних пресека равномерна, тј.

$$dH = \frac{H_2 - H_1}{l} dx = \frac{\Delta H}{l} dx.$$

Тада се из последње две једначине система (4.1) елиминисањем густине ρ добија притисак

$$p = \frac{\dot{m}}{A} Z_m RT \frac{1}{v},$$

одакле је

$$dp = - \frac{\dot{m}}{A} Z_m RT \frac{dv}{v^2},$$

при чему је ради коректности у извођењу већ на самом почетку узета у једначини стања средња вредност коефицијента стишљивости уместо стварне вредности, чија је промена дуж ценовода непозната. Кад се сад последњи израз напише у облику

$$-\frac{dp}{\rho} = \frac{\dot{m}}{A} Z_m RT \frac{vA}{\dot{m}} \frac{dv}{v^2} = \frac{Z_m RT}{2} \frac{d(v^2)}{v^2},$$

и затим, заједно са изразом за dH замени у прву једначину система (4.1), добија се после раздвајања променљивих њен следећи облик:

$$-\frac{Z_m RT d(v^2)}{v^2 \left(2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v^2 \right)} + \frac{d(v^2)}{2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v^2} + dx = 0.$$

Решење ове диференцијалне једначине гласи:

$$\frac{Z_m RT}{2g \frac{\Delta H}{l}} \ln \frac{\left(2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v_2^2 \right) v_1^2}{\left(2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v_1^2 \right) v_2^2} + \frac{D}{\lambda} \ln \frac{2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v_2^2}{2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v_1^2} + l = 0. \quad (4.9)$$

Један од облика решења (4.9) који се наводи у литератури [46] је:

$$\frac{e^{-bc}}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2} = \frac{\lambda l}{Z_m RT D} \frac{1 - e^{-bc}}{b}, \quad (4.10)$$

где су:

$$b = \frac{2g \Delta H}{Z_m RT},$$

$$c = 1 + \frac{D}{\lambda l} \ln \frac{2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v_2^2}{2g \frac{\Delta H}{l} + \frac{\lambda}{D} v_1^2}. \quad (4.11)$$

Кад се брзине v_1 и v_2 замене вредностима

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{\dot{m}}{\rho_1 A} = \frac{\dot{m}}{A} \frac{Z_m RT}{p_1}, \\ v_2 &= \frac{\dot{m}}{\rho_2 A} = \frac{\dot{m}}{A} \frac{Z_m RT}{p_2}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

решење (4.10) постаје:

$$p_1^2 e^{-bc} - p_2^2 = \lambda \frac{l}{D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 Z_m RT \frac{1 - e^{-bc}}{b}. \quad (4.13)$$

Код хоризонталних гасовода је $\Delta H=0$ па је

$$\begin{aligned} b &= 0, \quad \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-bc}}{b} = c, \\ c &= 1 + \frac{2D}{\lambda l} \ln \frac{v_2}{v_1} = 1 + \frac{2D}{\lambda l} \ln \frac{p_1}{p_2}, \end{aligned}$$

и решење (4.13) може да се напише као

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \frac{l}{D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 c Z_m RT. \quad (4.14)$$

Ово решење је идентично са раније добијеним решењем (4.8). Лако се може приметити да занемаривању експанзије гаса дуж ценовода одговара вредност $c=1$.

Често се у току хидрауличног прорачуна косих гасовода занемарује промена геодезијске висине њихових проточних пресека и на тај начин, у ствари, коси гасоводи замењују хоризонталним. То може да доведе до велике грешке, нарочито кад су у питању гасоводи са нижим притисцима. Да бисмо то и показали, посматраћемо, на пример, једначине (4.13) и (4.14) за $c=1$, које, дакле, важе за косе и хоризонталне гасоводе. Упоређење ће се обавити при истим вредностима свих осталих параметара. Кад се поделе леве и десне стране наведених једначина, добија се

$$\frac{p_{1k}^2 e^{-b} - p_{2k}^2}{p_{1h}^2 - p_{2h}^2} = \frac{1 - e^{-b}}{b},$$

где се притисци p_{1k} и p_{2k} односе на коси, а p_{1h} и p_{2h} на хоризонтални гасовод. Једнакост осталих параметара у оба случаја подразумева $p_{2k}=p_{2h}$. Узмимо сада, на пример, да је $\Delta H=250$ m и метан за који је $T=288$ K, $Z_m=0,95$ и $R=518,3$ J/kgK. Тим вредностима одговара $b=0,0346$. Нека је даље реч о косом гасоводу за који смо израчунали, на пример, $p_{1k}=11$ бара и $p_{2k}=10$ бара, у том случају би се из претходне једначине за хоризонтални гасовод добило:

$$p_{1h}^2 = p_{2h}^2 + \frac{(p_{1k}^2 e^{-b} - p_{2k}^2) b}{1 - e^{-b}} = 117,2$$

одакле је $p_{1h}=10,83$ бага. Дакле, апсолутна грешка, кад би коси гасовод заменили у прорачуну хоризонталним, била би $11-10,83=0,17$ бага. Релативна грешка у односу на пад притиска у косом гасоводу износила би:

$$\frac{p_{1k}-p_{2h}}{p_{1k}-p_{1k}} 100 = \frac{11-10,83}{11-10,00} 100 = 17\%.$$

При већим висинским разликама грешка је још већа.

4.4.2. Гасоводи високог и средњег притиска са успутном потрошњом гаса

На такав случај се у пракси наилази код цевовода за дистрибуцију гаса потрошачима. Хидраулични прорачун тих гасовода зависи првенствено од тога да ли је потрошња гаса равномерна или није. Ако је потрошња гаса равномерна, тада је вредност масеног протока на произвољном растојању x (m) од почетка цевовода

$$\dot{m} = \dot{m}_1 - (\dot{m}_1 - \dot{m}_2) \frac{x}{l} = \dot{m}_1 - \Delta \dot{m} \frac{x}{l},$$

где је $\dot{m}_1$ његова вредност на почетку, а $\dot{m}_2$ на крају цевовода. Прва једначина система (4.1) за случај хоризонталног цевовода и кад се експанзија гаса у смеру струјања може занемарити, има следећи облик:

$$-p dp = \frac{8 \lambda ZRT}{D^5 \pi^2} \left(\dot{m}_1 - \Delta \dot{m} \frac{x}{l} \right)^2 dx.$$

Решење те диференцијалне једначине је

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{16 \lambda \dot{m}_1^2 Z_m RTl}{D^5 \pi^2} \left[1 - \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_1} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_1} \right)^2 \right]. \quad (4.15)$$

Очигледно је да се ово решење своди на решење (4.14) за $c=1$, кад се у (4.15) стави $\dot{m}_1=\dot{m}_2=\dot{m}$. Иначе, решење (4.15) користи се за израчунавање притиска p_1 на почетку гасовода кад су потрошња гаса дуж цевовода и његов проток на улазу у цевовод познати.

Може да се пође и од једначине за проток гаса

$$\dot{m} = \dot{m}_2 + (\dot{m}_1 - \dot{m}_2) \frac{l-x}{l} = \dot{m}_2 + \Delta \dot{m} \frac{l-x}{l},$$

и да се добије диференцијална једначина

$$-p dp = \frac{8 \lambda ZRT}{D^5 \pi^2} \left(\dot{m}_2 + \Delta \dot{m} \frac{l-x}{l} \right)^2 dx$$

чије је решење

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{16 \lambda \dot{m}_2^2 Z_m RTl}{D^5 \pi^2} \left[1 + \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_2} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_2} \right)^2 \right]. \quad (4.16)$$

То решење користи се за израчунавање притиска p_1 на почетку гасовода кад су потрошња гаса дуж цевовода и транзитни проток гаса на крају посматране деонице цевовода познати.

Код хоризонталних гасовода је $\Delta H=0$, па други члан у последњем изразу отпада. Међутим, код ове врсте цевовода обично су локални отпори знатни и не могу да се занемаре. Решење (4.18) у том случају треба да се користи у облику:

$$\Delta p = \left(\lambda \frac{l}{D} + \Sigma \zeta \right) \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g \Delta H, \quad (4.19)$$

где $\Sigma \zeta$ означава збир коефицијената свих локалних отпора дуж посматране трасе цевовода. Није на одмет напоменути да густину ρ у последњим изразима треба рачунати на средњем притиску. Кад нису позната оба притиска, онда се густина гаса као прво приближење може одредити на оном притиску који је познат. После израчунавања притиска који је био непознат рачун поновити са густином одређеној на средњем притиску. Понекад се изразима (4.18) и (4.19) дају и други облици. На пример, из (4.18) се елиминисањем брзине v посредством протока добија

$$\Delta p = \frac{8 \lambda \rho q^2 l}{D^5 \pi^2} + \rho g \Delta H. \quad (4.20)$$

Коефицијент трења у изразима за Δp израчунава се према вредностима Re броја и релативне храпавости цевовода. Код гасовода ниског притиска узима се да је апсолутна храпавост цевовода у просеку $\delta=1 \text{ mm}$.

4.4.4. Гасоводи ниског притиска са успутном потрошњом гаса

Код ових гасовода може да се рачуна са запреминским протоком гаса због његове приближно константне густине. На пример, ако је потрошња гаса равномерна, тада је

$$q = q_2 + (q_1 - q_2) \frac{l-x}{l} = q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l},$$

где су q_1 и q_2 запремински протоци гаса на почетку и на крају гасовода. Брзина гаса при константном пречнику цевовода износи

$$v = \frac{q}{A} = \frac{4}{D^2 \pi} \left(q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l} \right),$$

а одговарајући Рејнолдсов (*Reynolds*) број је

$$Re = \frac{4}{D \pi \nu} \left(q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l} \right).$$

Кад се претходни израз за брзину убаци у диференцијалну једначину за пад притиска услед трења,

$$-dp = \frac{\lambda \rho v^2}{2 D} dx,$$

која важи за хоризонталне цевоводе, добија се њен следећи облик:

$$\Delta p = \frac{8 \rho}{D^5 \pi^2} \int_0^l \lambda \left[q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l} \right]^2 dx. \quad (4.21)$$

Пошто при успутној потрошњи гаса у гасоводима ниског притиска, због смањивања протока дуж цевовода, могу да наступе оба режима струјања у једном истом цевоводу, то је корисно обавити интегрирање ове диференцијалне једначине за одговарајуће зависности коефицијента трења:

а) за *ламинарно* струјање ($Re < 2300$) коефицијент трења је

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{16 D \pi \nu}{q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l}},$$

па се из једначине (4.21) после интегрирања добија вредност пада притиска услед трења:

$$\Delta p = \frac{128 q \nu l}{D^4 \pi} \left(q_2 + \frac{1}{2} \Delta q \right). \quad (4.22)$$

б) за *турбулентно* струјање у хидраулички глатким цевима ($4000 < Re < 100000$), када се коефицијент трења израчунава из Блазијусовог обрасца,

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} = 0,298 \left(\frac{D \nu}{q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l}} \right)^{0,25},$$

пад притиска услед трења према диференцијалној једначини (4.21) износи

$$\Delta p = \frac{0,0876 q \nu^{0,25} l}{D^{4,75} \Delta q} \left[(q_2 + \Delta q)^{2,75} - q_2^{2,75} \right]. \quad (4.24)$$

в) за *турбулентно* струјање када коефицијент трења зависи и од Re броја и од релативне храпавости δ/D , и када се одређује по обрасцу Алтшула,

$$\lambda = 0,1 \left(\frac{1,46 \delta}{D} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25} = 0,1 \left(\frac{1,46 \delta}{D} + \frac{25 D \pi \nu}{q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l}} \right)^{0,25},$$

који важи за

$$\frac{59,5}{(2 \delta/D)^{1,143}} < Re < \frac{665 - 765 \log(2 \delta/D)}{2 \delta/D}.$$

Пад притиска услед трења добија се интегрирањем диференцијалне једначине (4.21), која у овом случају гласи:

$$\Delta p = \frac{0,8 q}{D^5 \pi^2} \int_0^l \left(\frac{1,46 \delta}{D} + \frac{25 D \pi \nu}{q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l}} \right)^{0,25} \left(q_2 + \Delta q \frac{l-x}{l} \right)^2 dx. \quad (4.25)$$

За њено интегрирање се користи нумерички поступак.

г) најзад, кад је струјање *изразито турбулентно*, тј. кад је

$$Re > \frac{665 - 765 \log(2 \delta/D)}{2 \delta/D},$$

коэффициент трења не зависи више од Re броја већ само од релативне храпавости цевовода, Узме ли се Шифринсонов (*Shifrinson*) образац за коэффициент трења, тада ће према једначини (4.21) пад притиска износити:

$$\Delta p = \frac{0,888 \rho \delta^{0,25} l}{3 D^{5,25} \pi^2 \Delta q} [(q_2 + \Delta q)^3 - q_1^3]. \quad (4.26)$$

Разуме се, овим губицима услед трења треба додати губитке услед локалних отпора ако они не могу да се занемаре у односу на губитке услед трења. Исто тако, мора да се узме у обзир и промена притиска услед нагиба цевовода ако постоји. Вредност овог члана је $\pm \rho g H$, при чему се позитиван знак узима код цевовода са успоном, а негативан код цевовода са падом у смеру струјања.

4.5. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН ГАСОВОДА ПРИ НЕИЗОТЕРМНОМ СТРУЈАЊУ

Неизотермно струјање гаса јавља се кад је његова температура знатно виша или нижа од температуре околине, или кад добијена топлота од околине није довољна да одржи константност његове температуре која се смањује услед експанзије гаса, промене геодезијске висине проточних пресека цевовода и појаве Џул-Томсоновог ефекта. Температура гаса у магистралним гасоводима приближно је константна јер је утицај Џул-Томсоновог ефекта незнатан, а добијена топлота од околине скоро је довољна да надокнади пад његове температуре услед експанзије и промене геодезијске висине проточних пресека цевовода. Код градских гасовода који служе за дистрибуцију гаса потрошачима, у којима долази до наглих падова притиска због великих пригушења, температура гаса не мора да буде константна и обично долази до њеног смањења у смеру струјања. Посебно кад су у питању струјања загрејаног или охлађеног гаса струјање је изразито неизотермно и промена температуре гаса низводно има велики утицај на пад притиска услед трења. На овом месту треба дати напомену да је неизотермно струјање гаса уопште недовољно проучено и да се овом приликом износе искључиво сопствени резултати постигнути у овој области.

4.5.1. Промена температуре гаса дуж цевовода

За гас у току струјања важи следећа једначина [46]:

$$\delta Q^* + \delta Q^{**} = dI - V dp$$

где су:

$$\delta Q^* = kD \pi (T_a - T) dx$$

топлота коју гас прима од околине температуре T_a за време струјања на дужини dx цевовода, δQ^{**} топлота створена трењем,

$$dI = \dot{m} c_p dT - \dot{m} c_p C_i dp$$

енталпија гаса у којој је C_i Џул-Томсонова (*Joule-Thomson*) константа, и

$$-V dp = \delta L^* + \dot{m} v dv + g \dot{m} dH + \delta L^{**}$$

рад који се троши на промену притиска гаса. У последњем изразу је δL^* рад спољашњих сила утрошен на промену притиска (који се по правилу занемарује) и $\delta L^{**} = \delta Q^{**}$ рад сила трења. Убацавањем претходних израза у полазну једначину, добија се после сређивања диференцијална једначина облика:

$$kD \pi (T_a - T) dx = \dot{m} c_p dT - \dot{m} c_p C_i \cdot dp + \dot{m} v dv + g \dot{m} dH.$$

Ова диференцијална једначина може да се интегралли само кад се занемари трећи члан на њеној десној страни (који одговара паду температуре због експанзије гаса) и кад се узме да је промена притиска и геодезијске висине проточних пресека цевовода равномерна. Другим речима, ставља се

$$-dp = \frac{p_1 - p_2}{l} dx = \frac{\Delta p}{l} dx,$$

$$dH = \frac{H_2 - H_1}{l} dx = \frac{\Delta H}{l} dx.$$

После коришћења ових израза и занемаривања промене температуре гаса због експанзије, претходна диференцијална једначина може да се напише у облику:

$$\frac{dT}{dx} = a(T_a - T) - C_i \frac{\Delta p}{l} - \frac{g \Delta H}{c_p l},$$

где је

$$a = \frac{kD \pi}{\dot{m} c_p}.$$

Решење ове диференцијалне једначине је

$$T = T_a - (T_a - T_1) e^{-ax} - \left(C_i \Delta p + \frac{g \Delta H}{c_p} \right) \frac{1 - e^{-ax}}{a}. \quad (4.27)$$

За $x=l$ добија се температура гаса на крају цевовода:

$$T_2 = T_a - (T_a - T_1) e^{-al} - \left(C_i \Delta p + \frac{g \Delta H}{c_p} \right) \frac{1 - e^{-al}}{a}. \quad (4.28)$$

Најзад, средња температура гаса дуж цевовода износи:

$$T_m = \frac{1}{l} \int_0^l T dx = T_a - (T_a - T_1) \frac{1 - e^{-al}}{al} - \left(\frac{C_i \Delta p}{al} + \frac{g \Delta H}{c_p al} \right) \left(1 - \frac{1 - e^{-al}}{al} \right). \quad (4.29)$$

Код хоризонталних гасовода је $\Delta H=0$ па се изрази за израчунавање одговарајућих температура знатно упрошћују. Иначе, из тих образаца се види да успон цевовода и појава Џул-Томсоновог ефекта снижавају температуру гаса. Треба додати да и експанзија гаса дуж цевовода, која је овсм приликом занемарена, такође снижава његову температуру. Зато струјање гаса не може да буде изотермно када су присутни сви ови ефекти, јер количина топлоте коју гас прима од околине за време струјања није довољна да одржи $T=\text{const}$.

Разуме се, ово важи када се гас пре струјања налази на температури околине. Када је температура гаса виша или нижа од температуре околине, тј. када се ради о загрејаном или охлађеном гасу, тада је струјање изразито неизотермно јер се цевоводи у овим случајевима врло ретко топлотно изолују.

4.5.2. Одређивање пада притиска при неизотермном струјању и сталном протоку

Одређивање пада притиска при неизотермном струјању гаса веома је сложено, јер и густина гаса и коефицијент трења зависе од притиска и температуре који се мењају дуж цевовода. Чак и при малим променама температуре гаса дуж струјног тока, кад се може узети да је коефицијент трења приближно константан, и кад се утицај експанзије гаса и промене геодезијске висине проточних пресека цевовода могу занемарити, интеграљење одговарајућих диференцијалних једначина није лако. Замена израза (4.27) у овом случају у једначину стања доводи до следећег израза за густину гаса:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{ZR}{p} \left[T_a - (T_a - T_1) e^{-ax} - \frac{C_i \Delta p}{al} (1 - e^{-ax}) \right]$$

Диференцијална једначина за одређивање пада притиска тада гласи:

$$-dp = \frac{\lambda}{2D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \frac{ZR}{p} \left[T_a - (T_a - T_1) e^{-ax} - \frac{C_i \Delta p}{al} (1 - e^{-ax}) \right] dx.$$

Њено решење је

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \frac{l}{D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 Z_m R \left[T_a - (T_a - T_1) \frac{1 - e^{-al}}{al} - \frac{C_i \Delta p}{al} \left(1 - \frac{1 - e^{-al}}{al} \right) \right]. \quad (4.30)$$

Кад у гасоводу нема великих пригушења, тада последњи члан у средњој загради на десној страни овога решења може да се занемари и да се притисак на почетку или на крају цевовода израчунава из нешто простијег израза:

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \frac{l}{D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 Z_m R \left[T_a - (T_a - T_1) \frac{1 - e^{-al}}{al} \right] \quad (4.31)$$

Изрази у средњим заградама на десној страни једначина (4.30) и (4.31) представљају, у ствари, средњу температуру гаса за време струјања, и то у једначини (4.30) када се пригушење гаса мора узети у обзир и у једначини (4.31) када се пригушење гаса може занемарити.

Напомиње се, такође, да једначине (4.30) и (4.31) важе када температура гаса расте низводно (случај загревања гаса за време струјања). Одговарајуће једначине када температура гаса опада низводно (случај хлађења гаса за време струјања) имају облик:

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 Z_m R \left[T_a + (T_1 - T_a) \frac{1 - e^{-al}}{al} - \frac{C_i \Delta p}{al} \left(1 - \frac{1 - e^{-al}}{al} \right) \right] \quad (4.32)$$

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 Z_m R \left[T_a + (T_1 - T_a) \frac{1 - e^{-al}}{al} \right]. \quad (4.33)$$

При већим променама температуре дуж струјног тока не може да се замени ни промена коефицијента трења због промене вискозности гаса и тада диференцијална једначина за одређивање пада притиска услед трења гласи [48]:

$$-dp = \frac{\lambda}{2D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \left(\frac{\mu_c}{\mu} \right)^b \frac{dx}{\varrho} = \frac{\lambda}{2D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \left(\frac{\mu_c}{\mu} \right)^b \frac{ZRT}{p} dx, \quad (4.34)$$

где се на основу топлотног биланса може ставити

$$\frac{\mu_c}{\mu} \approx \left(\frac{\alpha_i D_{ci} \pm k D_m}{\alpha_i D_{ci}} \right)^m,$$

за случај да се вискозност гаса мења са температуром по закону

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^m.$$

Овде је μ_0 (Ns/m²) динамичка вискозност гаса на температури $T_0 = 273$ К. Знак „+“ у изразу μ_c/μ долази кад се гас загрева, а знак „—“ кад се гас хлади за време струјања. Интегрирање једначине (4.34) обавиће се прво за ламинарно струјање и за струјање са Блазијусовим законом трења (турбулентно струјање у хидраулички глатким цевима) и, затим, за турбулентно струјање и Алтшулову зависност за коефицијент трења.

Кад је струјање ламинарно или турбулентно у хидраулички глатким цевима, коефицијент трења може да се напише у облику:

$$\lambda = K/Re^n.$$

где су константе K , n као и b дате у табели 4.2.

Табела 4.2

Режим струјања	K	n	b
$Re < 2320$	64	1	0,25
$4000 < Re < 10^5$	0,3164	0,25	0,14

Пошто је у овом случају

$$Re = \frac{v D \varrho}{\mu} = \frac{\dot{m} D}{A} \frac{T_0^m}{\mu_0} \frac{1}{T^m},$$

то се коефицијент трења може приказати у виду зависности

$$\lambda = \frac{K}{D^n} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^{-n} \frac{\mu_0^n}{T_0^{mn}} T^{mn}.$$

Заменом овог израза и односа μ_c/μ у диференцијалну једначину (4.34) добија се после сређивања њен следећи облик:

$$-p dp = \frac{K}{2} \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-n} \frac{\mu_0^n \dot{m}^{2-n} R}{T_0^{mn} D^{5-n}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci} \pm k D_m}{\alpha_i D_{ci}} \right)^{mb} Z T^{mn+1} dx.$$

Решење ове диференцијалне једначине је

$$p_1^2 - p_2^2 = K \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-n} \frac{\mu_0^n \dot{m}^{2-n} R}{T_0^{mn} D^{5-n}} \left(\frac{\alpha_l D_{cl} \pm k D_m}{\alpha_l D_{cl}} \right)^{mb} Z_m \cdot J, \quad (4.35)$$

где је

$$J = \int_0^l T^{mn+1} dx. \quad (4.36)$$

Решење интеграла (4.36) зависи од смера размене топлоте између гаса и околине за време струјања.

а) Случај загревања гаса за време струјања

У овом случају је $T < T_a$ и температура гаса мења се дуж струјног тока по закону:

$$T = (T_a - C_N) - [(T_a - T_1) - C_N] e^{-ax},$$

где је ради скраћеног писања обележено

$$C_N = \frac{1}{al} \left(C_i \Delta p + \frac{g \Delta H}{c_p} \right).$$

Приметимо да је $C_N = 0$ код хоризонталних цевовода ($\Delta H = 0$) и кад се Цул-Томсонов ефекат за време струјања може занемарити ($C_i = 0$).

Дакле, за случај загревања гаса за време струјања потребно је наћи решење интеграла

$$J = \int_0^l T^{mn+1} dx = \int_0^l (A_T - B_T e^{-ax})^{mn+1} dx,$$

у коме су:

$$A_T = (T_a - C_N), \quad B_T = (T_a - T_1) - C_N.$$

Сменом

$$A_T - B_T e^{-ax} = A_T y, \quad dx = \frac{dy}{a(1-y)},$$

претходни интеграл своди се на следећи израз:

$$\begin{aligned} J &= \frac{A_T^{mn+1}}{a} \int_{y_1}^{y_2} y^{mn+1} (1-y)^{-1} dy = \\ &= \frac{A_T^{mn+1}}{a} \left\{ \int_{y_1}^{y_2} y^{mn+1} (1-y)^{-1} dy - \int_0^{y_1} y^{mn+1} (1-y)^{-1} dy \right\}, \end{aligned} \quad (4.37)$$

где су

$$y_1 = 1 - \frac{B_T}{A_T}, \quad y_2 = 1 - \frac{B_T}{A_T} e^{-al}. \quad (4.38)$$

Решење интеграла (4.37) може да се нађе у облику непотпуних Бета функција које се изражавају помоћу хипергеометријских редова:

$$B_r(r, s) = \int_0^1 y^{r-1} (1-y)^{s-1} dy = \frac{\tau^r}{r} F(r; 1-s; r+1; \tau).$$

Упоређење $B_r(r, s)$ функције са интегралом (4.37) открива да је

$$r = mn + 2, \quad s = 0.$$

Како је у нашем случају

$$F(r; 1-s; r+1; \tau) = F(mn+2; 1; mn+3; \tau) = (mn+2) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\tau^i}{mn+i+2},$$

то је дефинитивно

$$J = \frac{A_T^{mn+1}}{a} \left\{ y_2^{mn+2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_2^i}{mn+i+2} - y_1^{mn+2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_1^i}{mn+i+2} \right\}.$$

Дакле, решење (4.35) дефинитивно гласи:

$$p_1^2 - p_2^2 = K \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-n} \frac{\mu_0^n m^{2-n} Z_m R l}{T_0^{mn} D^{5-n}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci} + k D_m}{\alpha_i D_{ci}} \right)^{mb} \cdot \frac{A_T^{mn+1}}{al} \left\{ y_2^{mn+2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_2^i}{mn+i+2} - y_1^{mn+2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_1^i}{mn+i+2} \right\}. \quad (4.39)$$

Разуме се, у решењу (4.39) потребно је претходно израчунати вредности за y_1 и y_2 коришћењем израза (4.38) и вредности за A_T и B_T које учествују у границама интеграла.

Конвергенција реда у решењу (4.39) је све боља што су вредности за y_1 и y_2 мање, тј. што је неизотермност за време струјања израженија. Конвергенција је слабија кад $y_1 \rightarrow 1$ и $y_2 \rightarrow 1$. Међутим, овај случај припада изотермним струјањима за које важе друге зависности. Приметимо још да је

$$y_1 = T_1/T_a, \quad y_2 = T_2/T_a,$$

код хоризонталних цевовода ($\Delta H=0$) и када се Џул-Томсонов ефекат може занемарити ($C_t=0$).

б) Случај хлађења гаса за време сструјања

У овом случају је $T > T_a$ и температура гаса мења се дуж струјног тока по закону:

$$T = (T_a - C_N) + [(T_1 - T_a) + C_N] e^{-ax}.$$

Интеграл (4.36) који треба решити сад изгледа овако:

$$J = \int_0^l (A_T + B_T' e^{-ax})^{mn+1} dx,$$

у коме су:

$$A_T = (T_a - C_N), \quad B'_T = (T_1 - T_a) + C_N.$$

Сменом

$$A_T + B'_T e^{-ax} = A_T y, \quad dx = \frac{dy}{a(1-y)},$$

претходни интеграл своди се на следећи облик:

$$\begin{aligned} J &= \frac{A_T^{mn+1}}{a} \int_{y_1}^{y_2} y^{mn+1} (1-y)^{-1} dy = \\ &= \frac{A_T^{mn+1}}{a} \left\{ \int_{y_1}^{\infty} y^{mn+1} (1-y)^{-1} dy - \int_{y_2}^{\infty} y^{mn+1} (1-y)^{-1} dy \right\}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Овде су

$$y_1 = 1 + \frac{B'_T}{A_T}, \quad y_2 = 1 + \frac{B'_T}{A_T} e^{-al}.$$

Упоређењем овог интеграла са интегралом

$$J = \int_y^{\infty} y^{r-1} (1+cy)^{-s} dy = \frac{y^{r-s}}{c^s (s-r)} F\left(s; s-r; s-r+1; -\frac{1}{cy}\right),$$

долази се до ових једнакости:

$$r = mn + 2, \quad s = 1, \quad c = -1.$$

Пошто је

$$F\left(1; -mn-1; -mn; \frac{1}{y}\right) = -(mn+1) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{-i}}{i-mn-1},$$

то је вредност интеграла (4.40)

$$J = \frac{A_T^{mn+1}}{a} \left\{ y_2^{mn+1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_2^{-i}}{i-mn-1} - y_1^{mn+1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_1^{-i}}{i-mn-1} \right\}.$$

Према томе, решење (4.35) за случај хлађења гаса за време струјања гласи:

$$\begin{aligned} p_1^2 - p_2^2 &= K \left(\frac{4}{\pi} \right)^{2-n} \frac{\mu_0^n \dot{m}^{2-n} Z_m R l}{T_0^{mn} D^{5-n}} \left(\frac{\alpha_i D_{ci} - k D_m}{\alpha_i D_{ci}} \right)^{mb} \cdot \\ &\cdot \frac{A_T^{mn+1}}{al} \left\{ y_2^{mn+1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_2^{-i}}{i-mn-1} - y_1^{mn+1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_1^{-i}}{i-mn-1} \right\} \end{aligned} \quad (4.41)$$

И овом приликом је

$$y_1 = T_1/T_a, \quad y_2 = T_2/T_a,$$

за хоризонталан цевовод ($\Delta H=0$) и кад се Цул-Томсонов ефекат може занемарити ($C_i=0$).

У раду [48] изложен је поступак интеграљења диференцијелне једначице (4.34),

$$-dp = \frac{\lambda}{2D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \left(\frac{\mu_c}{\mu} \right)^b \frac{ZRT}{p} dx,$$

и за случај *шурбулентној* струјања ($b \approx 0,12$). Алтшулове зависности за коефицијент трења

$$\lambda = 0,1 \left(\frac{1,46 \delta}{D} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25},$$

и следећег закона промене вискозности гаса са температуром:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^m.$$

Како је у овом случају

$$\frac{100}{Re} = \frac{100 \mu}{v D \rho} = \frac{25 \pi D \mu_0}{\dot{m} T_0^m} T^m,$$

то се коефицијент трења може написати у облику

$$\lambda = 0,1 (k_1 + k_2 T^m)^{0,25},$$

где су константе

$$k_1 = \frac{1,46 \delta}{D}, \quad k_2 = \frac{25 \pi D \mu_0}{\dot{m} T_0^m}.$$

Заменом ове вредности за λ и раније нађеног односа μ_c/μ , полазна диференцијална једначина постаје:

$$-p dp = \frac{0,1}{2D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \left(\frac{\alpha_i D_{ci} \pm k D_m}{\alpha_i D_{ci}} \right)^{0,12 m} ZRT (k_1 + k_2 T^m)^{0,25} dx,$$

у којој се знак „+“ узима кад се гас загрева за време струјања, а знак „—“ кад се гас хлади за време струјања.

Овде ће се посматрати само случај кад је $T > T_a$ који одговара хлађењу гаса дуж струјног тока за време струјања. Тада се његова температура низводно мења на овај начин;

$$T = A_T + B_T' e^{-ax},$$

где су

$$A_T = T_a - C_N, \quad B_T' = (T_1 - T_a) + C_N.$$

Остале ознаке су познате из ранијег текста. Заменом израза за температуру у претходну диференцијалну једначину, добија се после интегрирања:

$$p_1^2 - p_2^2 = 0,1 \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \frac{\dot{m}^2 Z_m R}{D^5} \left(\frac{\alpha_i D_{ci} - k D_m}{\alpha_i D_{ci}} \right)^{0,12 m} J, \quad (4.42)$$

где је

$$\begin{aligned}
 J &= \int_0^l (A_T + B_T' e^{-ax}) [k_1 + k_2 (A_T + B_T' e^{-ax})^m]^{0,25} dx = \\
 &= A_T J_1 + B_T' J_2, \\
 J_1 &= \int_0^l [k_1 + k_2 (A_T + B_T' e^{-ax})^m]^{0,25} dx, \\
 J_2 &= \int_0^l e^{-ax} [k_1 + k_2 (A_T + B_T' e^{-ax})^m]^{0,25} dx.
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

Увођењем смене

$$A_T + B_T' e^{-ax} = e^y, \quad dx = -\frac{e^y dy}{a(e^y - A_T)},$$

интеграл J_1 се своди на облик интеграла (3.72) који је већ решен приликом проучавања неизотермног струјања загрејане течности. Водећи рачуна о садашњим ознакама биће:

$$J_1 = -\frac{k_2^{0,25}}{a} \sum_{i=0}^s A_T^i \int_{y_1}^{y_2} \frac{(c_0 + e^{my})^{0,25}}{e^{iy}} dy.$$

Овде су;

$$c_0 = k_1/k_2, \quad y_1 = \ln(A_T + B_T'), \quad y_2 = \ln(A_T + B_T' e^{al}).$$

Према томе, решење интеграла J_1 гласи:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{4 k_2^{0,25}}{ma} \left\{ (z_1 - z_2) - \frac{c_0^{0,25}}{4} \ln \frac{z_1 + c_0^{0,25}}{z_1 - c_0^{0,25}} \frac{z_2 - c_0^{0,25}}{z_2 + c_0^{0,25}} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{c_0^{0,25}}{2} \left[\arctg \left(\frac{z_2^4}{c_0} \right)^{0,25} - \arctg \left(\frac{z_1^4}{c_0} \right)^{0,25} \right] \right\} - \\
 &\quad - \frac{4 k_2^{0,25}}{a} \sum_{i=1}^s \frac{A_T^i}{m-4i} \left\{ \frac{z_2}{(z_2^4 - c_0)^{i/m}} - \frac{z_1}{(z_1^4 - c_0)^{i/m}} + \right. \\
 &\quad \left. + c_0 \frac{z_2 - z_1}{6} [(z_1^4 - c_0)^{-(m+i)/m} + (z_m^4 - c_0)^{-(m+i)/m} + (z_2^4 - c_0)^{-(m+i)/m}] \right\},
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

где су:

$$z_1 = [c_0 + (A_T + B_T')^m]^{0,25}, \quad z_2 = [c_0 + (A_T + B_T' e^{-al})^m]^{0,25}, \quad z_m = \frac{1}{2} (z_1 + z_2).$$

Приметимо да је у последњем сабирку решења (4.44) довољно узети само први члан назначене суме, чиме се рачун умногосте упростије уз постизање захтеване тачности.

За решавање интеграла J_2 уводи се смена

$$A_T + B_T' e^{-ax} = y^{\frac{1}{m}}, \quad e^{-ax} dx = -\frac{1}{maB_T'} y^{\frac{1}{m}-1} dy,$$

после које тај интеграл постаје:

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{k_1^{0,25}}{maB_T'} \int_{y_2}^{y_1} y^{\frac{1}{m}-1} \left(1 + \frac{y}{c_0}\right)^{0,25} dy = \\ &= \frac{k_1^{0,25}}{maB_T'} \int_{y_2}^{\infty} y^{\frac{1}{m}-1} \left(1 + \frac{y}{c_0}\right)^{0,25} dy - \\ &- \frac{k_1^{0,25}}{maB_T'} \int_{y_1}^{\infty} y^{\frac{1}{m}-1} \left(1 + \frac{y}{c_0}\right)^{0,25} dy, \end{aligned}$$

где су;

$$y_1 = (A_T + B_T')^m, \quad y_2 = (A_T + B_T' e^{-al})^m.$$

Упоредба интеграла J_2 са интегралом

$$\int_u^{\infty} y^{r-1} (1+cy)^{-s} dy = \frac{u^{r-s}}{c^s (s-r)} F\left(s; s-r; s-r+1; -\frac{1}{cu}\right),$$

долази се до следећих вредности:

$$r = \frac{1}{m}, \quad s = -0,25, \quad c = \frac{1}{c_0}.$$

Према томе, решење интеграла J_2 је:

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{k_1^{0,25}}{maB_T'} \left\{ \frac{(A_T + B_T' e^{-al})^{1+0,25m}}{c_0^{0,25} \left(-0,25 - \frac{1}{m}\right)} F_2[\dots] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(A_T + B_T')^{1+0,25m}}{c_0^{0,25} \left(-0,25 - \frac{1}{m}\right)} F_1[\dots] \right\}, \end{aligned} \quad (4.45)$$

или

$$J_2 = \frac{k_2^{0,25}}{maB_T'} \left\{ \frac{(A_T + B_T')^{1+0,25m}}{0,25 + \frac{1}{m}} F_1 - \frac{(A_T + B_T' e^{-al})^{1+0,25m}}{0,25 + \frac{1}{m}} F_2 \right\},$$

где су;

$$F_1 \left[-0,25; \left(-0,25 - \frac{1}{m} \right); \left(0,75 - \frac{1}{m} \right); \frac{c_0}{(A_T + B_T')^m} \right] = \quad (4.46)$$

$$= 1 - \left(0,25 + \frac{1}{m} \right) \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{c_0^i}{(A_T + B_T')^{mi}} \frac{\prod_{j=1}^i [4(j-1) - 1]}{4^i \left(i - 0,25 - \frac{1}{m} \right) i!},$$

$$F_2 \left[-0,25; \left(-0,25 - \frac{1}{m} \right); \left(0,75 - \frac{1}{m} \right); -\frac{c_0}{(A_T + B_T' e^{-al})^m} \right] = \quad (4.47)$$

$$= 1 - \left(0,25 + \frac{1}{m} \right) \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{c_0^i}{(A_T + B_T' e^{-al})^{mi}} \frac{\prod_{j=1}^i [4(j-1) - 1]}{4^i \left(i - 0,25 - \frac{1}{m} \right) i!}.$$

За хоризонталне цевоводе и кад се Цул-Томсонов ефекат мсже занемарити, помоћне величине износе:

$$A_T + B_T' = T_1, \quad A_T + B_T' e^{-al} = T_2,$$

$$z_1 = (c_0 + T_1^m)^{0,25}, \quad z_2 = (c_0 + T_2^m)^{0,25},$$

па се и изрази за J_1 и J_2 упрошћују и постају:

$$\begin{aligned} J_1 = & \frac{4 k_2^{0,25}}{ma} \left\{ (c_0 + T_1^m)^{0,25} - (c_0 + T_2^m)^{0,25} - \right. \\ & - \frac{c_0^{0,25}}{4} \ln \frac{(c_0 + T_1^m)^{0,25} + c_0^{0,25}}{(c_0 + T_1^m)^{0,25} - c_0^{0,25}} \frac{(c_0 + T_2^m)^{0,25} - c_0^{0,25}}{(c_0 + T_2^m)^{0,25} + c_0^{0,25}} + \\ & + \frac{c_0^{0,25}}{2} \left[\arctg \left(\frac{c_0 + T_2^m}{c_0} \right)^{0,25} - \arctg \left(\frac{c_0 + T_1^m}{c_0} \right)^{0,25} \right] \left. \right\} - \\ & - \frac{4 k_2^{0,25}}{a} \sum_{i=1}^s \frac{T_a^i}{m-4i} \left\{ \frac{(c_0 + T_2^m)^{0,25}}{T_2^i} - \frac{(c_0 + T_1^m)^{0,25}}{T_1^i} + \right. \\ & + c_0 \frac{(c_0 + T_2^m)^{0,25} - (c_0 + T_1^m)^{0,25}}{6} \left[\frac{1}{T_1^{m+1}} + \frac{1}{C^{m+i}} + \frac{1}{T_2^{m+i}} \right] \left. \right\}, \quad (4.48) \\ C = & \left\{ \left[\frac{(c_0 + T_1^m)^{0,25} + (c_0 + T_2^m)^{0,25}}{2} \right]^4 - c_0 \right\}^{\frac{1}{m}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_2 = & \frac{k_2^{0,25}}{ma(T_1 - T_a)} \left\{ \frac{T_1^{1+0,25m} - T_2^{1+0,25m}}{0,25 + \frac{1}{m}} + \right. \\
 & + T_2^{1+0,25m} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{c_0^i}{T_2^{mi}} \frac{\prod_{j=1}^i [4(j-1) - 1]}{4^i \left(i - 0,25 - \frac{1}{m}\right) i!} - \\
 & \left. - T_1^{1+0,25m} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{c_0^i}{T_1^{mi}} \frac{\prod_{j=1}^i [4(j-1) - 1]}{4^i \left(i - 0,25 - \frac{1}{m}\right) i!} \right\}. \quad (4.49)
 \end{aligned}$$

Разуме се, кад се израчунају интеграли J_1 и J_2 тада је према (4.34) одређена и вредност интеграла J који учествује у решењу (4.42).

4.5.3. Одређивање пада притиска при неизотермном струјању и променљивом протоку гаса

У овом случају може се поставити веза између протока на почетку гасовода, транзитног протока и укупно потрошене количине гаса дуж цевовода. Гасовод се тада може посматрати као низ редно спојених цевовода константне или различитог пречника и дужине појединих деоница, за које се према једначини (4.31) и за случај хлађења гаса за време струјања, на пример, могу написати следеће једначине:

$$\begin{aligned}
 p_1^2 - p_2^2 &= \frac{16 R}{\pi^2} \lambda_1 \frac{l_1}{D_1^5} \dot{m}_1^2 Z_{m_1} \left[T_a + (T_1 - T_a) \frac{1 - e^{-a_1 l_1}}{a_1 l_1} \right], \\
 p_2^2 - p_3^2 &= \frac{16 R}{\pi^2} \lambda_2 \frac{l_2}{D_2^5} \dot{m}_2^2 Z_{m_2} \left[T_a + (T_2 - T_a) \frac{1 - e^{-a_2 l_2}}{a_2 l_2} \right], \\
 p_3^2 - p_4^2 &= \frac{16 R}{\pi^2} \lambda_3 \frac{l_3}{D_3^5} \dot{m}_3^2 Z_{m_3} \left[T_a + (T_3 - T_a) \frac{1 - e^{-a_3 l_3}}{a_3 l_3} \right], \\
 &\dots\dots\dots \\
 p_{n-1}^2 - p_n^2 &= \frac{16 R}{\pi^2} \lambda_{n-1} \frac{l_{n-1}}{D_{n-1}^5} \dot{m}_{n-1}^2 Z_{m_{n-1}} \left[T_a + (T_{n-1} - T_a) \frac{1 - e^{-a_{n-1} l_{n-1}}}{a_{n-1} l_{n-1}} \right].
 \end{aligned}$$

Њиховим сабирањем добија се образац:

$$p_1^2 - p_n^2 = \frac{16 R}{\pi^2} \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i \frac{l_i}{D_i^5} \dot{m}_i^2 Z_{m_i} \left[T_a + (T_i - T_a) \frac{1 - e^{-a_i l_i}}{a_i l_i} \right], \quad (4.50)$$

који служи за одређивање притиска p_n на месту n -тог потрошача када су остали параметри транспорта гаса познати.

За случај загревања гаса дуж струјног тока биће:

$$p_1^2 - p_n^2 = \frac{16 R}{\pi^2} \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i \frac{l_i}{D_i^5} \dot{m}_i^2 Z_{m_i} \left[T_a - (T_a - T_i) \frac{1 - e^{-a_i l_i}}{a_i l_i} \right]. \quad (4.51)$$

Напомиње се да обрасци (4.50) и (4.51) важе за хоризонталне цевоводе у којима се експанзија гаса и Џул-Томсонов ефекат могу занемарити.

Није сувишно напоменути да се у вези са променом вискозности са температуром гас понаша супротно од течности. То значи да ће, на пример, хлађење гаса за време струјања смањити губитке услед трења у односу на губитке који би настали кад би гас струјао изотермно са температуром коју он има на почетку цевовода. Дакле, кад се гас хлади за време струјања, биће Δp (изо $\dot{t}$ ермно) $> \Delta p$ (неизо $\dot{t}$ ермно), односно, кад се загрева за време струјања, биће Δp (изо $\dot{t}$ ермно) $< \Delta p$ (неизо $\dot{t}$ ермно).

4.5.4. Адијабатско струјање гаса

Адијабатско струјање неког флуида уопште може да се оствари само кад се потпуно спречи размена топлоте између флуида и околине за време струјања. Без обзира што се у техничкој пракси истинско адијабатско струјање ретко остварује, ипак се струјање гасова често посматра као да је адијабатско. На пример, истицање гасова кроз разне отворе и млазнике из судова под високим притиском, пригушење у вентилима, блендама и осталим елементима за редукцију притиска, рачуна се увек као адијабатско. Пад притиска одређује се интеграљењем диференцијалне једначине

$$-dp = \rho v dv + dp_\lambda + dp_\zeta,$$

у којој су са dp_λ и dp_ζ означени губици струјне енергије услед трења и услед локалних отпора између посматраних проточних пресека цевовода. Кад су у питању само локални отпори, тада се они узимају у следећем облику;

$$\Delta p_\zeta = \int_1^2 dp_\zeta = \zeta \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2,$$

где је ζ коефицијент одговарајућег локалног отпора. Према томе, кад се претходна диференцијална једначина напише као

$$-dp = \frac{\dot{m}}{A} dv + dp_\zeta,$$

и, затим, обави интеграљење добија се њено решење у облику

$$p_1 - p_2 = \frac{\dot{m}}{A} (v_2 - v_1) + \zeta \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2. \quad (4.52)$$

Коришћењем једначине протока

$$\dot{m} = \rho_1 v_1 A = \rho_2 v_2 A,$$

и једначине стања

$$p_1 = \rho_1 RT_1, \quad p_2 = \rho_2 RT_2,$$

решење (4.52) може да се напише као

$$\zeta \frac{1}{2} \frac{p_1}{RT_1} v_1^2 = p_1 \left(1 + \frac{v_1^2}{RT_1} \right) - p_2 \left(1 + \frac{v_2^2}{RT_2} \right),$$

односно

$$\zeta \frac{\kappa}{2} p_1 \frac{v_1^2}{a_1^2} = p_1 \left(1 + \kappa \frac{v_1^2}{a_1^2} \right) + p_2 \left(1 + \kappa \frac{v_2^2}{a_2^2} \right),$$

где величине

$$a_1^2 = \kappa R T_1, \quad a_2^2 = \kappa R T_2,$$

означавају брзине звука у посматраним проточним пресецима. После коришћења израза за Махов (*Mach*) број дефинитивно се добија однос притисака иза и испред локалног отпора:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \kappa \left(1 - \frac{1}{2} \zeta \right) M_1^2}{1 + \kappa M_2^2}. \quad (4.53)$$

Одавде може да се израчуна пад притиска услед локалног отпора у односу на вредност притиска испред локалног отпора:

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{\kappa M_2^2 - \kappa \left(1 - \frac{1}{2} \zeta \right) M_1^2}{1 + \kappa M_2^2}. \quad (4.54)$$

Са друге стране, за адијабатско струјање важи једначина

$$c_p T_t = c_p T + \frac{1}{2} v^2, \quad c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R, \quad (4.55)$$

где су T_t (K) и T (K) тотална и струјна температура гаса. Дакле, биће:

$$T_t = T \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{v^2}{2 R T} \right),$$

или, кад се уведе у рачун Махов број,

$$T_t = T \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right). \quad (4.56)$$

Из ове једначине израчунава се струјна температура гаса у оном проточном пресеку цевовода у коме је познат Махов број, јер је тотална температура гаса позната и константна је дуж струјног тока.

Коришћењем једначине адијабате може да се дође до везе између тоталног и струјног притиска у одговарајућем проточном пресеку цевовода. Та веза гласи:

$$p_t = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}. \quad (4.57)$$

Затим, из једначине протока написане у облику

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho v = \frac{p v}{R T} = \text{const.}$$

следи

$$\frac{p_1 v_1}{RT_1} = \frac{p_2 v_2}{RT_2},$$

одакле је

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1 T_2}{v_2 T_1} = \frac{M_1 a_1 T_2}{M_2 a_2 T_1} = \frac{M_1 \sqrt{\kappa RT_1}}{M_2 \sqrt{\kappa RT_2}} \frac{T_2}{T_1} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

Најзад, пошто је $T_t = \text{const.}$, то једначина (4.56) даје

$$T_1 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_1^2 \right) = T_2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_2^2 \right), \quad (4.58)$$

па претходни израз за однос притиска постаје

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_2^2}}. \quad (4.59)$$

Изједначењем израза (4.53) и (4.59) налази се још једна важна веза између Махових бројева и она гласи:

$$\frac{1 + \kappa \left(1 - \frac{1}{2} \zeta \right) M_1^2}{1 + \kappa M_2^2} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_2^2}}. \quad (4.60)$$

Из те везе се најчешће израчунава Махов број M_1 испред локалног отпора, јер је обично Махов број иза локалног отпора одређен неким захтевом. После тога се из (4.53) налази пад притиска и из (4.58) пад температуре услед локалног отпора. Често се на основу изведених једначина срачунавају табеле за разне гасове и у њима дају вредности свих величина при $M_2 = 1$. У том случају остале величине у овом пресеку добијају у индексу звездицу. На пример, за ваздух ($\kappa = 1,4$; $M = 1$) је:

Табела 4.3

ζ	M_1	p_1/p_2	p_{t1}/p_1	p_{t1} (bar)
0,9	0,617	1,71	0,773	2,17
1,0	0,529	2,01	0,825	2,38
2,0	0,447	2,40	0,872	2,70
4,0	0,370	2,92	0,910	3,15
6,0	0,320	3,38	0,931	3,56
8,0	0,291	3,74	0,943	3,87
10,0	0,270	4,03	0,951	4,15

Обрасци (4.54), (4.58) и (4.59) сад постају:

$$\frac{p_{t_1}}{p_{t*}} = \frac{1}{M_1} \left(\frac{1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2}{\frac{\kappa+1}{2}} \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}}, \quad (4.61)$$

$$\frac{T_1}{T_*} = \frac{\frac{\kappa+1}{2}}{1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2}, \quad (4.62)$$

$$\frac{p_1}{p_*} = \frac{1}{M_1} \sqrt{\frac{\frac{\kappa+1}{2}}{1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2}}, \quad (4.63)$$

Осим тога се из једначине за проток гаса налази

$$\frac{v_1}{v_*} = \frac{\varrho_*}{\varrho_1} = M_1 \sqrt{\frac{\frac{\kappa+1}{2}}{1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2}}. \quad (4.64)$$

Кад су у питању отпори услед трења, диференцијална једначина за одређивање пада притиска гласи:

$$-\frac{dp}{\varrho} = v dv + \frac{\lambda v^2}{2D} dx. \quad (4.65)$$

Њено интегрирање захтева трансформацију члана на левој страни, тј. мора најпре да се нађе вредност

$$d\left(\frac{p}{\varrho}\right) = \frac{\varrho dp - p d\varrho}{\varrho^2} = \frac{dp}{\varrho} - \frac{p}{\varrho} \frac{d\varrho}{\varrho},$$

одакле је

$$\frac{dp}{\varrho} = d\left(\frac{p}{\varrho}\right) + \frac{p}{\varrho} \frac{d\varrho}{\varrho} = R dT - RT \frac{dv}{v},$$

јер је из једначине континуитета $\varrho dv + v d\varrho = 0$. Са друге стране је

$$c_p dT + v dv = 0,$$

односно:

$$\frac{\kappa}{\kappa-1} R dT + v dv = 0.$$

Одавде су:

$$R dT = -\frac{\kappa-1}{\kappa} v dv, \quad RT = RT_1 - \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{1}{2} (v^2 - v_1^2).$$

Заменом ових вредности у израз за dp/ρ добија се

$$-\frac{dp}{\rho} = \frac{\kappa-1}{\kappa} v dv + \left(RT_1 - \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{v^2 - v_1^2}{2} \right) \frac{dv}{v}.$$

Према томе, диференцијална једначина (4.65) сад постаје:

$$\lambda \frac{dx}{D} = 2 \left(RT_1 + \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{v_1^2}{2} \right) \frac{dv}{v^3} - \frac{\kappa+1}{\kappa} \frac{dv}{v}. \quad (4.66)$$

У литератури о гасовима познато је решење ове диференцијалне једначине за $\lambda = \text{const}$. Међутим, мора се напоменути да ова претпоставка о константности коефицијента трења при одијабатском струјању, као што ће се допније видети, није увек испуњена. Ево како гласи решење наведене диференцијалне једначине за $\lambda = \text{const}$:

$$\lambda \frac{l}{D} = \left(\frac{RT_1}{v_1^2} + \frac{\kappa-1}{2\kappa} \right) \left(1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} \right) + \frac{\kappa+1}{2\kappa} \ln \frac{v_1^2}{v_2^2},$$

Оно се посредством израза за Махов број може написати као

$$\lambda \frac{l}{D} = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{1}{M_1^2} - \frac{1}{M_2^2} \right) + \frac{\kappa+1}{2\kappa} \ln \frac{M_1^2 \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_2^2 \right)}{M_2^2 \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2 \right)}. \quad (4.67)$$

Ако се са l_* обележи дужина цеви на чијем би се крају постигла брзина струјања бројно једнака брзини звука ($M_2=1$), тада би према једначини (4.67) било:

$$\lambda \frac{l_*}{D} = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{1}{M_1^2} - 1 \right) + \frac{\kappa+1}{2\kappa} \ln \frac{\frac{\kappa+1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2}. \quad (4.68)$$

Једначине (4.61) до (4.64) и једначина (4.68) користе се за решавање проблема у техничкој пракси кад је у питању адијабатско струјање гаса без обзира што се прве четири једначине односе на струјање са локалним отпорима, а последња на струјање са трењем. Наиме, увек је могућно одредити еквивалентну дужину цеви, која одговара неком конкретном локалном отпору. Исто тако, могућно је одредити и коефицијент локалног отпора који би одговарао некој дужини цеви. Због тога су на основу наведених једначина направљене Фано (*Fanno*) табеле које дају вредности односа одговарајућих физичких величина и Махов број на почетку цеви или испред локалног отпора за случај да се на крају цеви или иза локалног отпора постиже брзина гаса бројно једнака брзини звука. За двоатомне гасове и ваздух ($\kappa=1,4$), са једне стране, и за остале гасове и прегрејану водену пару ($\kappa=1,3$), са друге стране, ови односи дати су у табелама 4.4 и 4.5. У њима је изостављен индекс 1 (индекс 2 је замењен звездом због $M_2=M_*=1$), јер се табеле могу користити и онда кад се на крају цеви или иза локалног отпора не постиже брзина флуида бројно једнака брзини звука. Наиме, вредности за M , T , p , ρ , v увек се односе на проточни пресек који се налази испред оног проточног пресека у коме је брзина

гаса достигла брзину звука у условима који владају у том пресеку. Према томе, кад је $M_2 = M_* = 1$ табеле се користе директно. Довољно је познавати било коју величину у пресеку који се налази испред пресека у коме је постигнута брзина звука и прочитати из одговарајуће врсте у табели вредности осталих величина за тај проточни пресек.

Кад је, међутим, $M_2 \neq 1$ табеле се користе посредно. Пре него што се пређе на објашњење коришћења табела и за случајеве кад је $M_2 \neq 1$, подсетиће се на једно веома важно својство адијабатског струјања, које се јавља као последица промене унутрашње енергије и које омогућава наведену чињеницу. Потребно је претходно диференцијалну једначину (4.65) трансформисати на један други облик. Наиме, ова диференцијална једначина после множења са ρ и дељења са p постаје:

$$-\frac{dp}{p} = \frac{\rho}{p} \left(v dv + \frac{\lambda v^2}{2D} dx \right).$$

Заменом $\rho/p = \kappa/a^2$ добија се даље

$$-\frac{dp}{p} = \kappa \left(\frac{v}{a} \right)^2 \frac{dv}{v} + \kappa \left(\frac{v}{a} \right)^2 \frac{\lambda}{2D} dx,$$

односно, после елиминисања односа $v/a = M$,

$$-\frac{dp}{p} = \kappa M^2 \frac{dv}{v} + \lambda \frac{\kappa}{2} M^2 \frac{dx}{D}. \quad (4.69)$$

Сад се из једначине континуитета

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho v = \frac{pv}{RT} = \text{const.}$$

налази вредност

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} - \frac{dv}{v},$$

и њеном заменом у (4.69) добија после сређивања:

$$\frac{dT}{T} = (1 - \kappa M^2) \frac{dv}{v} - \frac{\lambda \kappa M^2}{2D} dx. \quad (4.70)$$

Одавде се још мора елиминисати однос dv/v . У ту сврху користи се веза

$$v = Ma = M \sqrt{\kappa RT},$$

одакле је

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T}.$$

Заменом вредности dv/v у (4.70) добија се после сређивања:

$$\frac{dT}{T} = \frac{2(1 - \kappa M^2)}{1 + \kappa M^2} \frac{dM}{M} - \frac{\lambda \kappa M^2}{D(1 + \kappa M^2)} dx. \quad (4.71)$$

Најзад, из познате везе

$$T_t = T \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right) = \text{const}$$

следи

$$\frac{dT}{T} = -(\kappa - 1) \frac{M dM}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2},$$

па једначина (4.71) добија дефинитиван облик:

$$\frac{\lambda}{D} dx = \frac{2}{\kappa} \frac{1 - M^2}{M^3 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)} dM. \quad (4.72)$$

Лева страна диференцијалне једначине (4.72) увек је позитивна као и именилац на њеној десној страни. Да би и десна страна била позитивна, мора да буде

$$(1 - M^2) dM > 0.$$

За дозвучно струјање ($M < 1$) овај ће услов бити испуњен кад је $dM > 0$. То значи да се дозвучно адијабатско струјање убрзава. За надзвучно струјање ($M > 1$) мора да буде $dM < 0$, тј. надзвучно адијабатско струјање се успорава. И једно и друго струјање тежи да оствари брзину звука. Дакле, топлота створена унутрашњим трењем убрзава дозвучно, а успорава надзвучно адијабатско струјање. Убрзавање дозвучног и успоравање надзвучног адијабатског струјања не одиграва се истом брзином. На пример, када је у питању ваздух ($\kappa = 1,4$) тада је потребна дужина цеви $l_* = 230 D$ да би се дозвучно адијабатско струјање од $M = 0,4$ убрзало до брзине звука, односно $l_* = 18 D$ да би се надзвучно адијабатско струјање ваздуха од $M = 1,6$ успорило до брзине звука. У оба случаја рачунато је са коефицијентом трења $\lambda = 0,01$.

Да се вратимо, дакле, на случај адијабатског струјања и коришћења Фано табела и кад је $M_2 \neq 1$. Ако је $M_2 < 1$ најпре мора да се констатује да је и $M_1 < 1$ јер је $M_1 < M_2$. Ако је, пак, $M_2 > 1$ тада је и $M_1 > 1$ јер је $M_1 > M_2$. Без обзира да ли је $M_2 < 1$ или $M_2 > 1$ из табеле се за вредност M_2 прочитају односи: T_2/T_* , p_2/p_* , ..., $\lambda (l_*/D)$. Пошто је сад могућно наћи вредност израза

$$\lambda \frac{l_{1-*}}{D} = \lambda \frac{l_{1-2}}{D} + \lambda \frac{l_{2-*}}{D},$$

то се према њој могу наћи и остале вредности односа: M_1 , T_1/T_* , p_1/p_* , ..., Овде треба обратити пажњу на то да се вредности последњих односа налазе у врсти изнад оне врсте коју означава $M=1$ у табели ако је $M_2 < 1$, односно у врсти испод оне која одговара врсти $M=1$ ако је $M_2 > 1$. И сад, на пример, ако је познато стање гаса на почетку цеви или испред локалног отпора, тада се његово стање на крају цеви или иза локалног отпора налази посредством веза:

$$T_2 = \frac{T_2/T_*}{T_1/T_*} T_1, \quad p_2 = \frac{p_2/p_*}{p_1/p_*} p_1, \dots$$

Табела 4.4 ($\kappa=1,4$)

M	$\frac{T}{T_*}$	$\frac{p}{p_*}$	$\frac{p_t}{p_{t*}}$	$\frac{v}{v_*}$	$\lambda \frac{l_*}{D}$
0,02	1,200	57,77	28,94	0,022	1777,74
0,04	1,200	57,38	14,48	0,044	440,18
0,06	1,199	18,25	9,67	0,066	192,96
0,08	1,199	13,68	7,26	0,088	106,68
0,10	1,198	10,94	5,82	0,109	66,90
0,12	1,197	9,12	4,86	0,131	45,39
0,14	1,195	7,81	4,18	0,153	32,39
0,16	1,194	6,83	3,67	0,175	24,18
0,18	1,192	6,07	3,28	0,197	18,53
0,20	1,191	5,46	2,96	0,218	14,53
0,22	1,189	4,96	2,71	0,240	11,59
0,24	1,186	4,54	2,50	0,261	10,81
0,26	1,184	4,19	2,32	0,283	7,69
0,28	1,182	3,88	2,17	0,304	6,35
0,30	1,179	3,62	2,04	0,326	5,30
0,32	1,176	3,39	1,92	0,347	4,44
0,34	1,173	3,19	1,82	0,368	3,76
0,36	1,170	3,00	1,74	0,389	3,18
0,38	1,166	2,84	1,66	0,410	2,70
0,40	1,163	2,70	1,59	0,431	2,31
0,42	1,159	2,56	1,53	0,453	1,97
0,44	1,155	2,44	1,47	0,473	1,69
0,46	1,151	2,33	1,42	0,494	1,45
0,48	1,147	2,23	1,38	0,514	1,24
0,50	1,143	2,14	1,34	0,535	1,07
0,52	1,138	2,05	1,30	0,555	0,92
0,54	1,134	1,97	1,27	0,575	0,78
0,56	1,129	1,90	1,24	0,595	0,67
0,58	1,124	1,83	1,21	0,615	0,58
0,60	1,119	1,76	1,19	0,635	0,49
0,62	1,114	1,70	1,17	0,654	0,42
0,64	1,109	1,65	1,15	0,674	0,35
0,66	1,104	1,59	1,13	0,693	0,29
0,68	1,098	1,54	1,11	0,713	0,25
0,70	1,093	1,49	1,09	0,732	0,21
0,72	1,087	1,45	1,08	0,751	0,17
0,74	1,082	1,41	1,07	0,770	0,14
0,76	1,076	1,36	1,06	0,788	0,11
0,78	1,070	1,33	1,05	0,807	0,09
0,80	1,064	1,29	1,04	0,825	0,07
0,82	1,058	1,25	1,03	0,843	0,06
0,84	1,052	1,22	1,02	0,861	0,05
0,86	1,045	1,19	1,02	0,879	0,03
0,88	1,039	1,16	1,01	0,897	0,02
0,90	1,033	1,13	1,01	0,914	0,01
0,92	1,026	1,10	1,01	0,932	0,0089
0,94	1,020	1,07	1,00	0,949	0,0047
0,96	1,013	1,05	1,00	0,966	0,0021
0,98	1,007	1,02	1,00	0,983	0,0003
1,00	1,000	1,00	1,00	1,000	0,0000

Табела 4.4 (наставкак)

M	$\frac{T}{T_*}$	$\frac{P}{P_*}$	$\frac{Pr}{Pr_*}$	$\frac{v}{v_*}$	$\lambda \frac{l_*}{D}$
1,02	0,993	0,98	1,00	1,016	0,0005
1,04	0,986	0,96	1,00	1,033	0,0017
1,06	0,980	0,93	1,00	1,049	0,0038
1,08	0,973	0,91	1,01	1,065	0,0056
1,10	0,966	0,89	1,01	1,081	0,0099
1,12	0,959	0,87	1,01	1,097	0,02
1,14	0,952	0,86	1,02	1,113	0,02
1,16	0,946	0,84	1,02	1,128	0,02
1,18	0,939	0,82	1,02	1,143	0,03
1,20	0,932	0,80	1,03	1,158	0,03
1,22	0,925	0,79	1,04	1,173	0,04
1,24	0,918	0,77	1,04	1,188	0,05
1,26	0,911	0,76	1,05	1,203	0,06
1,28	0,904	0,74	1,06	1,217	0,06
1,30	0,897	0,73	1,07	1,231	0,07
1,32	0,890	0,71	1,08	1,245	0,07
1,34	0,883	0,70	1,08	1,259	0,07
1,36	0,876	0,69	1,09	1,273	0,08
1,38	0,869	0,68	1,10	1,286	0,09
1,40	0,862	0,66	1,11	1,300	0,10
1,42	0,855	0,65	1,13	1,313	0,11
1,44	0,848	0,64	1,14	1,326	0,11
1,46	0,841	0,63	1,15	1,339	0,12
1,48	0,834	0,62	1,16	1,352	0,13
1,50	0,828	0,61	1,18	1,365	0,13
1,52	0,821	0,60	1,19	1,377	0,14
1,54	0,814	0,59	1,20	1,389	0,15
1,56	0,807	0,58	1,22	1,402	0,16
1,58	0,800	0,57	1,23	1,414	0,16
1,60	0,794	0,56	1,25	1,425	0,18
1,62	0,787	0,55	1,27	1,437	0,18
1,64	0,780	0,54	1,28	1,449	0,18
1,66	0,774	0,53	1,30	1,460	0,19
1,68	0,767	0,52	1,32	1,471	0,20
1,70	0,760	0,51	1,34	1,483	0,20
1,72	0,754	0,50	1,36	1,494	0,22
1,74	0,747	0,50	1,38	1,504	0,22
1,76	0,741	0,49	1,40	1,515	0,23
1,78	0,735	0,48	1,42	1,526	0,23
1,80	0,728	0,47	1,44	1,536	0,24
1,82	0,722	0,47	1,46	1,546	0,25
1,84	0,716	0,46	1,48	1,556	0,25
1,86	0,709	0,45	1,51	1,566	0,26
1,88	0,703	0,45	1,53	1,576	0,27
1,90	0,697	0,44	1,56	1,586	0,28
1,92	0,691	0,43	1,58	1,596	0,28
1,94	0,685	0,43	1,61	1,605	0,28
1,96	0,679	0,42	1,63	1,615	0,29
1,98	0,673	0,41	1,66	1,624	0,30
2,00	0,667	0,41	1,69	1,633	0,31

Табела 4.4 (наставак)

M	$\frac{T}{T_*}$	$\frac{p}{p_*}$	$\frac{p_t}{p_{t*}}$	$\frac{v}{v_*}$	$\lambda \frac{L_*}{D}$
2,04	0,655	0,40	1,75	1,651	0,32
2,08	0,643	0,38	1,81	1,668	0,33
2,12	0,632	0,37	1,87	1,685	0,33
2,16	0,621	0,36	1,94	1,702	0,35
2,20	0,610	0,35	2,00	1,718	0,37
2,24	0,599	0,34	2,08	1,734	0,37
2,28	0,588	0,34	2,15	1,749	0,38
2,32	0,578	0,33	2,23	1,764	0,39
2,36	0,568	0,32	2,32	1,778	0,40
2,40	0,558	0,31	2,40	1,792	0,41
2,44	0,548	0,30	2,49	1,806	0,41
2,48	0,538	0,30	2,59	1,819	0,42
2,52	0,529	0,29	0,69	1,832	0,43
2,56	0,519	0,28	2,79	1,845	0,44
2,60	0,510	0,27	2,90	1,857	0,45
2,64	0,501	0,27	3,01	1,869	0,46
2,68	0,492	0,26	3,12	1,881	0,47
2,72	0,484	0,26	3,24	1,892	0,47
2,76	0,476	0,25	3,37	1,903	0,48
2,80	0,467	0,24	3,50	1,914	0,49
2,84	0,459	0,24	3,64	1,925	0,49
2,88	0,451	0,23	3,78	1,935	0,50
2,92	0,444	0,23	3,92	1,945	0,51
2,96	0,436	0,22	4,08	1,954	0,52
3,00	0,428	0,22	4,23	1,964	0,53

Кад је, међутим, познато стање гаса на крају цеви или иза локалног отпора, тада се његово стање на почетку цеви или испред локалног отпора налази коришћењем веза:

$$T_1 = \frac{T_1/T_*}{T_2/T_*} T_2, \quad p_1 = \frac{p_1/p_*}{p_2/p_*} p_2, \dots$$

Видели смо да је решење (4.67) диференцијалне једначине (4.66) добијено уз претпоставку да је коефицијент трења константан дуж цеви. Коришћењем овог решења срачунате су Фано табеле које су овде и наведене. Затим смо диференцијалну једначину (4.66) трансформисали на облик (4.72). Решење те диференцијалне једначине, уз претпоставку о константности коефицијента трења, познато је у литератури и оно гласи:

$$\lambda \frac{L}{D} = \frac{2}{\kappa} [F(M_2) - F(M_1)], \quad (4.73)$$

где је

$$F(M) = \frac{\kappa + 1}{4} \ln \frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2}{M^2} - \frac{1}{2 M^2}. \quad (4.74)$$

Табела 4.5 ($\kappa=1,3$)

M	$\frac{T}{T_*}$	$\frac{p}{p_*}$	$\frac{p_t}{p_{t*}}$	$\frac{v}{v_*}$	$\lambda \frac{l_*}{D}$
0,05	1,149	21,44	11,72	0,054	301,740
0,10	1,148	10,72	5,88	0,107	72,200
0,15	1,146	7,14	3,95	0,161	30,180
0,20	1,143	5,35	2,99	0,214	15,730
0,25	1,139	4,27	2,43	0,267	9,201
0,30	1,134	3,55	2,05	0,319	5,759
0,35	1,129	3,04	1,79	0,372	3,760
0,40	1,123	2,65	1,60	0,424	2,520
0,45	1,116	2,35	1,46	0,475	1,714
0,50	1,108	2,11	1,35	0,526	1,172
0,55	1,100	1,91	1,26	0,577	0,800
0,60	1,091	1,74	1,19	0,627	0,541
0,65	1,081	1,60	1,14	0,676	0,359
0,70	1,071	1,48	1,10	0,724	0,230
0,75	1,060	1,37	1,06	0,772	0,141
0,80	1,049	1,28	1,04	0,819	0,080
0,85	1,038	1,20	1,02	0,866	0,040
0,90	1,025	1,12	1,01	0,911	0,016
1,00	1,000	1,00	1,00	1,000	0,000
1,20	0,946	0,81	1,03	1,167	0,038
1,40	0,889	0,67	1,12	1,320	0,114
1,60	0,831	0,57	1,13	1,458	0,199
1,80	0,774	0,49	1,48	1,584	0,281
2,00	0,719	0,42	1,77	1,696	0,357
2,50	0,593	0,31	2,95	1,926	0,514
3,00	0,489	0,23	5,16	2,099	0,628
3,50	0,405	0,18	9,11	2,228	0,711
4,00	0,338	0,14	15,94	2,326	0,773
5,00	0,242	0,10	45,95	2,460	0,854
6,00	0,180	0,07	120,10	2,543	0,904

Дужина цеви која је потребна да се од неке вредности Маховог броја M_1 постигне $M_2=1$ на њеном крају износи:

$$\lambda \frac{l_*}{D} = \frac{2}{\kappa} [F(1) - F(M_1)].$$

Помоћу ове формуле могу се, такође, добити све вредности у последњој колони Фано табела са $\kappa=1,4$ и $\kappa=1,3$.

Пошто су диференцијалне једначине (4.66) и (4.72) истоветне, истоветна су и њихова решења (4.67) и (4.73) заједно са (4.74). Добијена су уз исту претпоставку да је коефицијент трења константан у цеви ($\lambda=\text{const.}$). Међутим, константност коефицијента трења захтева и константност температуре гаса у цеви што није случај приликом адијабатског струјања. Наиме, код дозвучног адијабатског струјања гаса температура опада због његове експанзије, односно, код надзвучног струјања расте због компресије гаса. Температура гаса се, у ствари мења по закону (4.56), а вискозност, на пример, као:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^m.$$

Рејнолдсов број се сад може написати у облику [52]:

$$Re = \frac{v D \varrho}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A} \frac{D}{\mu_0} \left(\frac{T_0}{T_t} \right)^m \beta^m, \quad \beta = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2.$$

Према томе, коефицијент трења ће се мењати по следећим законима:

$$\lambda = \frac{C}{Re^n} = \frac{\lambda_1}{\beta^{mn}}, \quad \lambda_1 = \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^{-n} C \left(\frac{\mu_0}{D} \right)^n \left(\frac{T_t}{T_0} \right)^m, \quad (4.75)$$

за случај *ламинарної* струјања ($C=64$, $n=1$) и *шурбуленіної* струјања у хидраулички глатким цевима ($C=0,3164$, $n=0,25$), и

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,1 \left(\frac{1,46 \delta}{D} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25} = \lambda_2 \left(1 + \frac{\alpha}{\beta^m} \right)^{0,25}, \\ \lambda_2 &= 0,11 \left(\frac{\delta}{D} \right)^{0,25}, \quad \alpha = 68,5 \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^{-1} \frac{\mu_0}{\delta} \left(\frac{T_t}{T_0} \right)^m, \end{aligned} \quad (4.76)$$

за случај *шурбуленіної* струјања у хидраулички хрепавим цевима. Према томе, диференцијална једначина (4.72) за те две зависности коефицијента трења гласи:

$$\lambda_1 \frac{dx}{D} = \frac{2}{\kappa} \frac{1 - M^2}{M^3 \beta^{1-mn}} dM, \quad (4.77)$$

$$\lambda_2 \frac{dx}{D} = \frac{2}{\kappa} \frac{1 - M^2}{M^3 \beta} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta^m} \right)^{-0,25}. \quad (4.78)$$

Решења тих диференцијалних једначина су формално иста као и решење (4.72) и она су следећа:

$$\lambda_1 \frac{l}{D} = \frac{2}{\kappa} [F(M_2) - F(M_1)], \quad (4.79)$$

$$\lambda_2 \frac{l}{D} = \frac{2}{\kappa} [F(M_2) - F(M_1)]. \quad (4.80)$$

Али функције $F(M)$ су различите и њихов облик зависи од коефицијената m и n . Тако је, на пример, за *ламинарно* струјање ваздуха ($m=0,75$, $n=1$), кад важи решење (4.79),

$$F(M) = -\frac{\beta^{0,75}}{2 M^2} - \frac{\kappa + 7}{8} \arctg \beta^{0,25} + \frac{\kappa + 15}{16} \arctg h(\beta^{0,25}), \quad (4.81)$$

односно, за *турбулентно* струјање ваздуха у хидраулички глатким цевима ($m=0,75$, $n=0,25$)

$$\begin{aligned}
 F(M) = & -\frac{\beta^{0,2}}{2M^2} - \frac{2\kappa+3}{10} \ln(\beta^{0,2}-1) + \\
 & + \frac{2\kappa+3}{10} \cos \frac{\pi}{5} \cdot \ln \left(1 + 2\beta^{0,2} \cos \frac{\pi}{5} + \beta^{0,4} \right) + \\
 & + \frac{2\kappa+3}{10} \cos \frac{3\pi}{5} \cdot \ln \left(1 + 2\beta^{0,2} \cos \frac{3\pi}{5} + \beta^{0,4} \right) + \\
 & + \frac{2\kappa+3}{5} \sin \frac{\pi}{5} \operatorname{arc tg} \frac{\beta^{0,2} + \cos \frac{\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5}} + \\
 & + \frac{2\kappa+3}{5} \sin \frac{3\pi}{5} \operatorname{arc tg} \frac{\beta^{0,2} + \cos \frac{3\pi}{5}}{\sin \frac{3\pi}{5}}.
 \end{aligned} \tag{4.82}$$

За *турбулентно* струјање ваздуха у хидраулички хрпавим цевима, кад важи решење (4.80), функција $F(M)$ гласи:

$$F(M) = \frac{1}{2} F_0(M) - \frac{1}{8} \alpha F_1(M) + \frac{5}{64} \alpha^2 F_2(M), \tag{4.83}$$

где су:

$$\begin{aligned}
 F_0(M) &= \frac{\kappa+1}{2} \ln \frac{\beta}{\beta-1} - \frac{\kappa-1}{2} \frac{1}{\beta-1}, \\
 F_1(M) &= -\frac{\kappa-1}{2} \frac{\beta^{0,25}}{\beta-1} - \frac{4}{3} \frac{\kappa+1}{2} \beta^{-0,75} + \\
 &+ \frac{7\kappa+1}{4} \operatorname{arc tg} \beta^{0,25} - \frac{7\kappa+1}{8} \ln \frac{\beta^{0,25}-1}{\beta^{0,25}+1}, \\
 F_2(M) &= \frac{2\kappa}{\beta^{0,5}} - \frac{2}{3} \frac{\kappa+1}{2} \beta^{-1,5} - \frac{\kappa-1}{2} \frac{\beta^{0,5}}{\beta-1} - \\
 &- \frac{5\kappa-1}{4} \ln \frac{\beta^{0,5}-1}{\beta^{0,5}+1}.
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

Функције $F(M)$ израчунате су према изразима (4.74), (4.81), (4.82) и (4.83) за разне вредности Маховог броја и дате су у табели 4.6. Ако бисмо желели,

на пример, да од Маховог броја $M_1=0,1$ постигнемо брзину струјања бројно једнаку брзини звука ($M_2=1$), имали бисмо следеће вредности:

$$\lambda \frac{I_*}{D} = \frac{2}{1,4} (-0,391 + 47,236) = 66,9 = A,$$

$$\lambda_1 \frac{I_*}{D} = \frac{2}{1,4} (0,489 + 46,674) = 67,4 = B,$$

$$\lambda_1 \frac{I_*}{D} = \frac{2}{1,4} (3,526 + 43,389) = 67,0 = C,$$

$$\lambda_2 \frac{I_*}{D} = \frac{2}{1,4} (0,374 + 43,079) = 62,1 = D.$$

Табела 4.6 [52]

M	F(M)			
	(4.74)	(4.81)	(4.82)	(4.83)
0,01	—4994,474	—4994,315	—4990,727	—4620,923
0,02	—1245,306	—1245,025	—1241,522	—1153,375
0,03	—551,348	—550,995	—547,549	—510,180
0,04	—308,637	—308,235	—304,827	—285,338
0,05	—196,405	—195,963	—192,586	—181,317
0,06	—135,512	—135,039	—131,686	—124,875
0,07	—98,849	—98,349	—95,016	—90,904
0,08	—75,093	—74,570	—71,255	—68,896
0,09	—58,838	—58,294	—54,995	—53,828
0,10	—47,236	—46,674	—43,389	—43,079
0,20	—10,564	—9,883	—9,690	—9,091
0,30	—4,100	—3,353	—3,211	—3,097
0,40	—2,006	—1,216	1,892	—1,152
0,50	—1,139	—0,317	2,766	—0,344
0,60	—0,734	0,109	3,176	0,036
0,70	—0,536	0,323	3,377	0,224
0,80	—0,441	0,429	3,474	0,317
0,90	—0,401	0,476	3,515	0,359
1,00	—0,391	0,489	3,526	0,374
1,10	—0,397	0,483	3,519	0,372
1,20	—0,414	0,465	3,501	0,362
1,30	—0,436	0,439	3,478	0,346
1,40	—0,460	0,410	3,452	0,328
1,50	—0,486	0,378	3,425	0,309
1,60	—0,511	0,345	3,397	0,290
1,70	—0,536	0,311	3,370	0,272
1,80	—0,560	0,278	3,344	0,254
1,90	—0,583	0,245	3,319	0,237

Између стварних вредности за наведене режиме струјања и оне вредности која је добијена уз претпоставку да је коефицијент трења константан разлике износе:

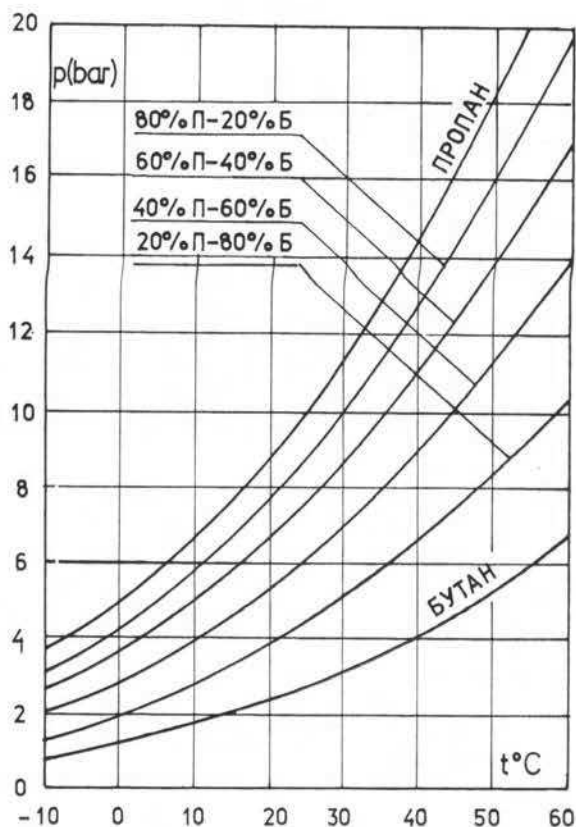
$$d(BA) = 0,74 \%, \quad d(CA) = 0,15 \%, \quad d(AD) = 7,2 \%.$$

Дакле, при већим експанзијама гаса за време струјања разлике су веће. За друге вредности Маховог броја M_1 и M_2 и одступања су друга. Разуме се, добијена решења и срачуната табела 4.6 према њима важе све док се температура гаса за време струјања налази у границама: $-20\text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 500\text{ }^\circ\text{C}$, јер за овај интервал температура важи образац за вискозност:

$$\mu = \mu_0 (T/T_0)^m.$$

4.6. СТРУЈАЊЕ ТЕЧНОГ ГАСА

Сваки гас може да се преведе у течно стање на одговарајућој температури и притиску. Овде ће бити речи само о неким гасовима који се користе као гориво у индустрији и домаћинствима а складиште се у течном стању. То су, углавном, пропан и бутан и мешавине пропана и бутана у одређеном односу. Као полазна сировина за добијање течног гаса служи сирови нафта, природни гас и минерално уље. Око 70% светске производње пропана и бутана добија се из природног гаса [5]. У њему се поред метана у гасовитом стању појављује пропан и етан у виду магле, одакле се кондензовањем издвајају као течни

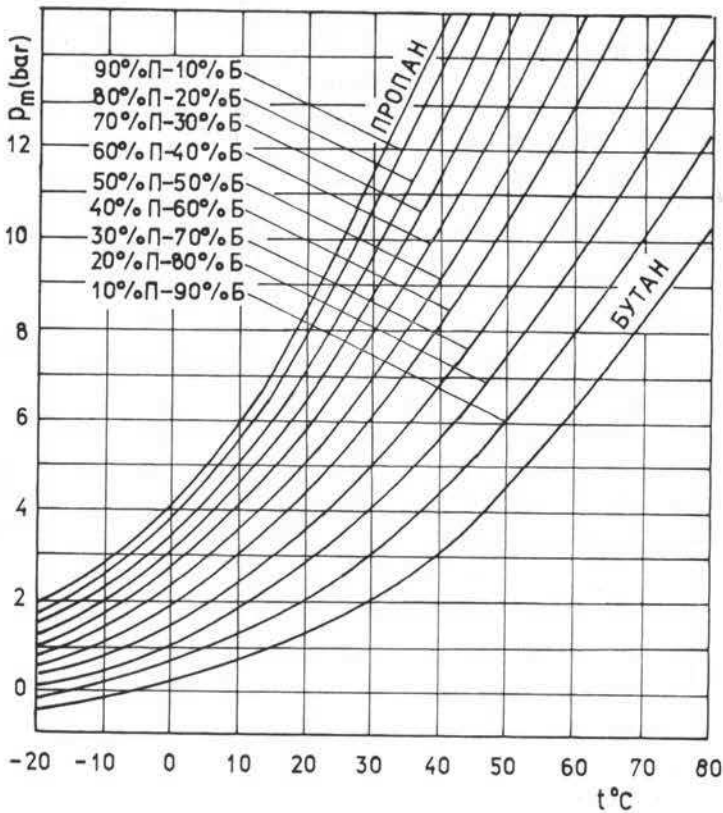


Слика 4.4 [50]

Зависност између притиска и температуре пропана и бутана и њихових мешавина

гасови. Зато се овакав природни гас назива и влажним гасом. Постоји и суви природни гас. То је гас који се добија из гасних лежишта и такође се састоји претежно од метана као и влажни гас, само што се суви гас добија из нафтних лежишта. Из сирове нафте се углавном добија бутан дестилацијом на повишеном притиску. Минерална уља имају у себи доста бутана у раствореном стању јер су она у лежиштима изложена високом притиску. Чим се такво минерално уље избаци на површину земље и смести у прихватне резервоаре, један део бутана одмах испари због смањеног притиска. Тај се део бутана компримовањем преводи у течном стању и касније користи као гориво. Пропан и бутан добијени из природног гаса чистији су од пропана и бутана добијених из сирове нафте. Ови последњи имају у себи још пропилена и бутилена.

Пропан је на атмосферском притиску у течном стању на температурама испод $-42,1\text{ }^{\circ}\text{C}$, а бутан на температурама испод $-0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. То су у ствари, температуре кључања ових гасова на атмосферском притиску. Сваком притиску одговара једна одређена температура кључања. Изнад криве која спаја температуре кључања на одговарајућим притисцима у систему притисак-температура, посматрани гас се налази у течном, а испод криве у гасовитом стању (сл. 4.4).



Слика 4.5

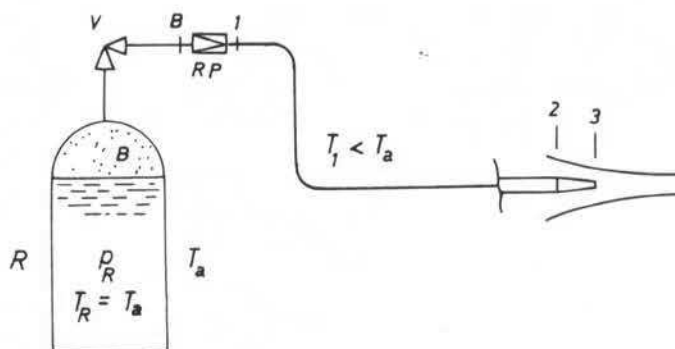
Зависност између температуре кључања и натпритиска течног гаса.

Познато је да се гасови због одређених својстава морају чувати у затвореним судовима. Притисак гаса у суду се тада мери манометром који показује разлику између апсолутног и атмосферског притиска. Манометарски притисак је меродаван за низ техничких прорачуна кад су у питању флуиди уопште. Зато се овом приликом наводи и дијаграм зависности температуре кључања и одговарајућег натпритиска под којим се течни гас налази у суду за време кључања (слика 4.5). За непрекидно превозиће течног гаса у гасовито стање потребно је непрекидно довођење одређене количине топлоте. Та топлота се назива топлотом испаравања. Њена вредност зависи од температуре кључања и за пропан и бутан дата је у табели 4.6. У табели 4.7 наводе се вредности и осталих величина за пропан и бутан, као и за њихове најчешће коришћене мешавине, које је неопходно познавати за време пројектовања одговарајућих инсталација.

Табела 4.6

$t(^{\circ}\text{C})$	$r(\text{kJ/kg})$	
	Пропан	Бутан
-20	403,6	404,2
0	378,8	384,1
20	348,7	361,9

Ако се суд са течним гасом потпуно изолиује па се гасу затим смањи притисак, на пример отварањем вентила, течни гас ће прелазити у гасовито стање све док његова температура не опадне до температуре кључања која одговара смањеном притиску. Испаравање течног гаса ће тада престати уколико се поново не смањи притисак у суду даљим отварањем вентила. Међутим, смањивање притиска течном гасу у суду ограничено је радним притиском потрошача гаса и струјним губицима у инсталацији. То значи да је за остварење непрекидног испаравања течног гаса потребно и непрекидно довођење одговарајуће количине топлоте. При малим потрошњама гаса довољна је и она топлота коју гас прима од околине због смањења његове температуре на температуру кључања, која одговара новом притиску успостављеном у суду отварањем вентила. При већим потрошњама гаса користе се батерије судова или размењивачи топлоте који се овом приликом називају испаривачима течног гаса.



Слика 4.6 [50]

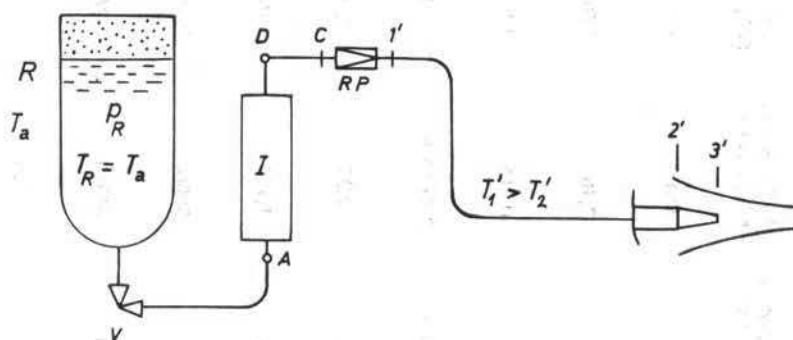
Потрошња течног гаса у гасовитом стању

На слици 4.6 приказана је инсталација за потрошњу течног гаса кад се он из суда узима у гасовитом стању, а на слици 4.7 кад се течни гас из суда узима у течном стању. Идеализована промена стања течног гаса почев од суда па до горионика приказана је за оба случаја на дијаграму $i-p$ (слика 4.8). Гас се у суду налази на температури околине $T_R = T_a = \text{const}$.

Табела 4.7

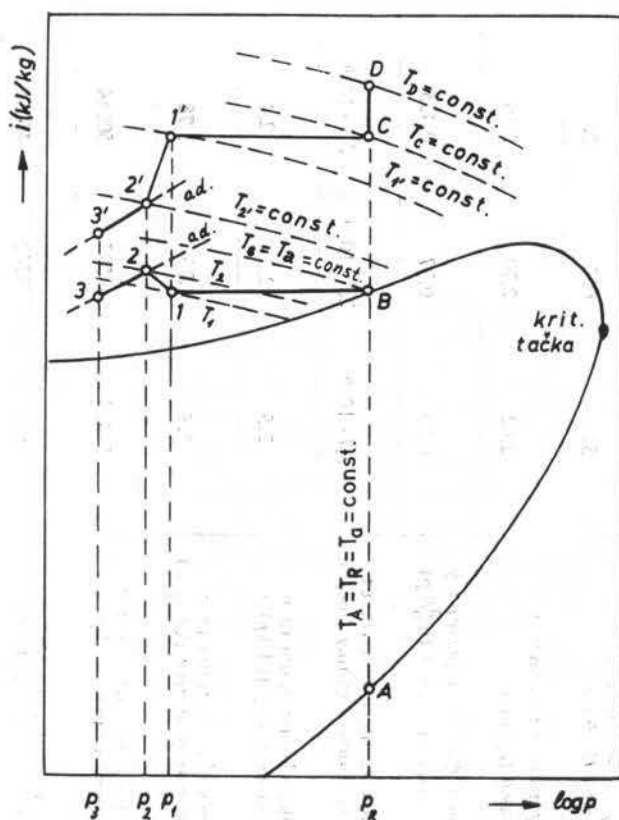
Величина	Температура 273 К, притисак 101325 Pa					
	пропан	бутан	50% пропан 50% бутан	40% пропан 60% бутан	35% пропан 65% бутан	20% пропан 80% бутан
Густина у течном стању (kg/m ³)	515	600	557	566	570	583
Густина у гасовитом стању (kg/m ³ ₀)	2,02	2,70	2,36	2,42	2,46	2,56
Специфична запремина у гасовитом стању (m ³ /kg)	0,50	0,37	0,425	0,421	0,415	0,395
Кинематичка вискозност у гасовитом стању (m ² /s)	3,7 · 10 ⁻⁶	2,5 · 10 ⁻⁶	3,1 · 10 ⁻⁶	2,9 · 10 ⁻⁶	2,8 · 10 ⁻⁶	2,7 · 10 ⁻⁶
Специфична топлота у течном стању (kJ/kgK)	2,5	2,3	2,4	2,38	2,37	2,34
Специфична топлота у гасовитом стању (kJ/kgK)	1,8	1,76	1,78	1,778	1,774	1,768
Горња топлотна моћ у течном стању (kJ/kg)	50433	49595	50014	49930	50060	49763
Доња топлотна моћ у течном стању (kJ/kg)	46370	45742	46055	45990	45960	45867
Горња топлотна моћ у гасовитом стању (kJ/m ³ ₀)	101075	134040	113915	120847	122500	127448
Доња топлотна моћ у гасовитом стању (kJ/m ³ ₀)	92907	123655	104996	111355	112890	113315

У првом случају кад се гас из суда узима у гасовитом стању, претпоставља се да је стање гаса испред регулатора притиска исто као и у суду, притиска $p_B = p_R$ и температуре T_a (тачка B). У регулатору притиска наступа пригушивање гаса при константној енталпији ($B-1$) тако да точка 1 одређује стање гаса



Слик 4.7 [50]

Потрошња течног гаса у течном стању



Слика 4.8 [50]

Дијаграм промене стања течног гаса у инсталацији

на улазу у цевовод. За време струјања у цевоводу гас прима топлоту од околине јер је његова температура услед пригушења у регулатору притиска опала на $T_1 < T_a$. Температура гаса на крају цевовода износи $T_2 > T_1$. Промена температуре и пад притиска у цевоводу одређује се коришћењем образаца (4.27) и (4.33) или (4.39) зависно од величине промене температуре и режима струјања. Стање гаса на крају цевовода одређено је тачком 2 и то је истовремено и стање гаса на улазу у млазник горионика. Претпоставља се да се у млазнику одиграва адијабатска експанзија гаса (2—3), тако да је његово стање на крају млазника одређено тачком 3. Притисак p_3 је приближно једнак притиску средине у којој се налази горионик.

У другом случају кад се гас узима у течном стању, претпоставља се да је стање гаса испред испаривача исто као и у суду: $p_A = p_R$, $T_A = T_R$ (тачка А). За време проласка кроз први део испаривача течни гас прима топлоту од грејног флуида и испарава на температури $T_A = T_B = T_a = \text{const}$. Затим се у другом делу испаривача загрева од температуре T_B до температуре T_D коју гас има на излазу из испаривача. У цевоводу од испаривача до регулатора притиска гас се хлади за време струјања и та промена стања је на дијаграму означена са DC. Том приликом је занемарен пад притиска у овом делу цевовода јер је он релативно кратак. У регулатору притиска наступа пригушивање гаса при константној енталпији до стања одређеног тачком 1' на почетку цевовода. За време струјања у цевоводу гас се хлади до температуре $T_2' < T_1'$ јер је $T_1' > T_a$. На крају цевовода, тј. на улазу у млазник стање гаса одређено је тачком 2'. У млазнику се одиграва адијабатска експанзија до стања одређеног тачком 3' у којој је притисак, такође, приближно једнак притиску средине у којој се налази горионик.

Разуме се, инсталације се геометријски разликују јер под истим струјним условима не би могло да буде $p_1 - p_2 = p_1' - p_2'$, пошто се гас у првом свучају загрева, а у другом случају хлади за време струјања. Наиме, у првом случају због пораста температуре вискозност гаса расте и отпори услед трења такође. Они су већи од отпора услед трења у другом случају кад вискозност гаса опада због његовог хлађења за време струјања.

4.7. ОДРЕЂИВАЊЕ ПОГОНСКИХ КАРАКТЕРИСТИКА КОМПРЕСОРА

За транспорт гаса цевоводима користе се и клипни и турбокомпресори. Клипни компресори користе се кад је потребно остварити веће притиске гаса на почетку цевовода, а турбокомпресори за мање притиске и веће протоке гаса. Углавном се користе вишечилиндрични клипни компресори чија снага достиже и до 500 kW. Компресори се обично погоне електромоторима или гасним моторима. Испоручују се од стране произвођача комплетно са хладњацима и осталом потребном арматуром и инструментима.

Снага за погон турбокомпресора одређује се из обрасца:

$$P \text{ (kW)} = \frac{\dot{m}Y}{1000 \eta_k},$$

где је $\dot{m}$ (kg/s) масени проток гаса, а Y (J/kg) јединични струјни рад компресора који износи;

$$Y = Z_m Y_{id}.$$

Овде је Z_m средња вредност коефицијента стишљивости и Y_{id} јединични рад компресора кад би он радио са идеалним гасом. Средња вредност коефицијента стишљивости износи:

$$Z_m = \frac{1}{2} (Z_u + Z_i),$$

где су Z_u и Z_i његове вредности на улазу и на излазу из компресора. Јединични рад компресора при сабијању идеалног гаса је

$$Y_{id} = RT \ln \frac{p_i}{p_u},$$

за изотермну промену стања, и

$$Y_{id} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_u \left[\left(\frac{p_i}{p_u} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} - 1 \right],$$

за адијабатску промену стања. Овде су p_i (Pa) и p_u (Pa) притисци гаса на излазу и на улазу у компресор, а T_u (K) температура на улазу у компресор. За случај рекомпресије је $p_i = p_1$ и $p_u = p_2$, где су p_1 и p_2 притисци гаса на почетку и на крају деонице гасовода.

Коефицијент корисности компресора зависи од више фактора и за Кларкове (Clark) компресоре, на пример, у функцији степена компресије $\psi_k = p_i/p_u$ или рекомпресије $\psi_k = p_1/p_2$ износи:

Табела 4.8

ψ_k	1,20	1,50	2,00	3,00	5,00	7,00	10,00
η_k	0,52	0,64	0,74	0,81	0,82	0,79	0,72

За случај да се компресор погони гасним мотором, специфична потрошња гаса треба да буде:

$$b \left(\frac{m_n^3/h}{kW} \right) = \frac{3570}{\eta_m H_d} = \frac{14280}{H_d}.$$

где је H_d (kJ/m³) доња топлотна моћ гаса, а $\eta_m \approx 0,25$ коефицијент корисности гасног мотора.

ПАРОВОДИ

Под пароводима се обично подразумевају цевоводи кроз које се транспортује водена пара. Међутим, цевоводима се транспортују и паре других течности. Хидраулични прорачун је исти с напоменом да разне паре имају различита својства која посредством одређених параметара улазе у једначине струјања. Овде ће бити говора само о хидрауличном прорачуну цевовода за транспорт водене паре.

Хидраулични прорачун тих цевовода зависи од тога да ли се кроз њих транспортује прегрејана, сувозасићена или влажна пара, да ли је њена температура константна или опада низводно и, најзад, да ли се у цевоводу за време струјања појављује кондензација паре или не. У разним приручницима дају се номограми за прорачун паровода, који су направљени за изотермно струјање и за одређене вредности коефицијената трења и апсолутне храпавости цевовода. Често се то губи из вида и номограми користе и кад за њихову употребу нису испуњени одговарајући услови. Зато је сигурније користити одговарајуће обрасце, чије ће се извођење дати и у овој књизи за оне случајеве струјања водене паре који се појављују у пракси.

5.1. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН ЦЕВОВОДА ЗА ТРАНСПОРТ ПРЕГРЕЈАНЕ ВОДЕНЕ ПАРЕ

Прегрејана водена пара има широку примену у индустрији. Највећи потрошачи ове паре су прехранбена, хемијска, процесна и фармацеутска индустрија. Претходно и успутно загревање сирове нафте и њених тежих фракција за време транспорта обавља се најчешће прегрејаном воденом паром. Прегрејана водена пара понаша се као идеалан гас и све му је по својствима ближа што јој је температура виша а притисак нижи. Зато се за прегрејану водену пару узима

$$\frac{p}{\varrho T} = R = 461,1 \left(\frac{J}{kg K} \right) = \text{const.}$$

Код добро изолованих и краћих цевовода температура прегрејане водене паре је приближно константна па су притисци на почетку и на крају цевовода повезани једначинама;

$$p_1^2 - p_2^2 = 2 p_1 \left(\lambda \frac{l}{D} + 2 \ln \frac{p_1}{p_2} \right) \frac{1}{2} \varrho_1 v_1^2, \quad (5.1)$$

$$p_1^2 - p_2^2 = 2 p_2 \left(\lambda \frac{l}{D} + 2 \ln \frac{p_1}{p_2} \right) \frac{1}{2} \varrho_2 v_2^2. \quad (5.2)$$

Да би се избегли већи топлотни губици и код дужих паровода, узимају се веће брзине струјања паре (између 30 и 60 m/s). Осим тога, веће брзине паре захтевају мање пречнике цевовода, јефтинију изолацију и мање инвестиционе трошкове уопште. Пречник цевовода је испод 200 mm, изузев кад су у питању изузетно велики протоци паре. У примени, температура прегрејане водене паре обично не прелази 450°C и притисак од 35 bara. Пад притиска у цевоводу износи до 3 bara.

Код дугих паровода и код цевовода са слабијом изолацијом долази до осетнијег пада температуре паре и тај се утицај на пад притиска услед трења у цевоводу мора узети у обзир. Пара за време струјања одаје топлоту околини и њена температура на растојању x (m) од почетка цевовода износи:

$$T = T_a + (T_1 - T_a) e^{-ax}, \quad (5.3)$$

где је:

$$a = \frac{k D_m \pi}{\dot{m} c_p}. \quad (5.4)$$

Овде је k (J/m²sK) коефицијент пролаза топлоте кроз паровод, D_m (m) средњи пречник цевовода са изолацијом, $\dot{m}$ (kg/s) масени проток и c_p (J/kgK) специфична топлота паре. Коефицијент пролаза топлоте кроз паровод налази се између 0,6 и 4,2 (J/m²sK). Ниже вредности одговарају добро изолованим, а више вредности слабије изолованим и неизолованим пароводима. За време струјања прегрејане водене паре масени проток је константан јер се дуж струјног тока кондензација паре не појављује. У табели 5.1 дате су вредности специфичне топлоте водене паре за одређене притиске и температуре.

Табела 5.1 ($10^{-3} c_p$ (J/kgK) за водену пару)

t (°C)	p (bar)					
	1	6	10	15	20	25
200	2,01	2,26	2,47	2,85	—	—
250	1,97	2,18	2,34	2,60	2,80	3,10
300	1,97	2,14	2,26	2,43	2,60	2,76
350	1,97	2,09	2,22	2,34	2,43	2,60
400	1,97	2,09	2,18	2,30	2,34	2,47
450	1,97	2,09	2,14	2,26	2,30	2,39

Ако се израз (5.3) за температуру убаци у једначину стања написану као

$$R = \frac{p_1}{\rho T} = \frac{p_1}{\rho_1 T_1},$$

јер је $R = \text{const.}$ за прегрејану водену пару, добиће се следећи израз за густину паре:

$$\rho = \frac{\rho_1 T_1}{p_1} \frac{p}{T_a + (T_1 - T_a) e^{-ax}}.$$

Код дугих паровода при устаљеном струјању може се промена притиска услед експанзије паре занемарити у односу на промену притиска услед трења и динамичка једначина написати у облику:

$$-\frac{dp}{\rho} = \frac{\lambda v^2}{2 D} dx,$$

односно,

$$-q dp = \frac{\lambda}{2D} (qv)^2 dx.$$

Заменом нађене вредности за густину и производа $qv = \dot{m}/A = \text{const.}$ у претходну диференцијалну једначину, добија се њен следећи облик:

$$-\frac{q_1 T_1}{p_1} p dp = \frac{\lambda}{2D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 [T_a + (T_1 - T_a) e^{-ax}] dx,$$

чије је решење за $\lambda = \text{const.}$,

$$q_1 T_1 \frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_1} = \frac{\lambda l}{2D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \left[T_a + (T_1 - T_a) \frac{1 - e^{-al}}{al} \right].$$

Раније је већ констатовано да израз у средњој загради на десној страни представља средњу температуру флуида дуж цевовода тако да је коначно

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_1} = \frac{\lambda l}{2 q_1 D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \frac{T_m}{T_1}. \quad (5.5)$$

Коришћењем једнакости

$$\frac{p_1}{q_1 T_1} = \frac{p_2}{q_2 T_2},$$

може се из решења (5.5) добити и следећа веза између притиска на почетку и на крају паровода и одговарајућих величина:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_2} = \frac{\lambda l}{2 q_2 D} \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \frac{T_m}{T_2}. \quad (5.6)$$

Најзад, заменом

$$\frac{\dot{m}}{A} = q_1 v_1 = q_2 v_2,$$

у (5.5) и (5.6) добија се

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_1} = \lambda \frac{l}{D} \frac{1}{2} q_1 v_1^2 \frac{T_m}{T_1}, \quad (5.7)$$

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_2} = \lambda \frac{l}{D} \frac{1}{2} q_2 v_2^2 \frac{T_m}{T_2}. \quad (5.8)$$

Приликом одређивања коефицијента трења не сме се изгубити из вида да динамичка вискозност водене паре зависи и од притиска и од температуре (табела 5.2).

Табела 5.2 ($10^6 \cdot \mu$ (Ns/m²) за водену пару)

$t(^{\circ}\text{C})$	p (bar)					
	1	6	10	15	20	25
200	16,0	17,5	19,1	21,0	—	—
250	17,9	18,9	20,0	21,2	22,3	23,5
300	19,8	20,7	21,4	22,3	22,8	23,7
350	21,6	22,6	22,9	23,5	23,9	24,5
400	23,5	24,1	24,5	25,0	25,3	25,7
450	25,2	25,7	26,0	26,3	26,9	27,3

5.2. ХИДРАУЛИЧНИ ПРОРАЧУН ЦЕВОВОДА ЗА ТРАНСПОРТ СУВОЗАСИЋЕНЕ И ВЛАЖНЕ ПАРЕ

Величине стања сувозасићене водене паре одређене су горњом граничном кривом у Молијеровом (*Mollier*) дијаграму. Ако се за време струјања сувозасићене водене паре њене величине стања мењају тако да су у проточним пресецима цевовода низводно одређене горњом граничном кривом, тада ће сувозасићена водена пара струјати без кондензације. У ствари, пад притиска дуж струјног тока „одлаже“ кондензацију, а пад температуре због одавања топлоте околина „захтева“ кондензацију, па се ова два супротна дејства уравниотежавају и сувозасићена водена пара струји са константним масеним протоком.

Кад је цевовод кратак и добро изолован, тада се величине стања сувозасићене водене паре незнатно мењају дуж струјног тока па се пад притиска услед трења може израчунавати из обрасца који важи за нестишљиво изотермно струјање:

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{D} \frac{1}{2} \rho v^2 = 0,8105 \frac{\lambda l \dot{m}^2}{\rho D^5}, \quad (5.9)$$

или, кад се промена густине и коефицијента стишљивости мора узети у обзир

$$p_1^2 - p_2^2 = 2 p_1 \lambda \frac{l}{D} \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 \frac{Z_m}{Z_1}, \quad (5.10)$$

где је Z_m средња вредност коефицијента стишљивости. Ако је пад температуре сувозасићене водене паре дуж струјног тока осетнији, тада треба да се користи једначина;

$$p_1^2 - p_2^2 = 2 p_1 \lambda \frac{l}{D} \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 \frac{Z_m}{Z_1} \frac{T_m}{T_1}. \quad (5.11)$$

По овим обрасцима може да се одређује и пад притиска услед трења при струјању влажне паре константног степена сувоће. Међутим, кад се степен сувоће влажне паре смањује дуж струјног тока, то је знак да се један њен део кондензује у цевоводу. Проблем се обично решава претпоставком о равномерној кондензацији паре низводно за време струјања. То практично значи да између протока $\dot{m}_1$ на почетку цевовода, његове вредности $\dot{m}_2$ на крају цевовода, и протока $\dot{m}$ на удаљењу x (m) од почетка цевовода постоји веза:

$$\frac{\dot{m}_1 - \dot{m}}{x} = \frac{\dot{m}_1 - \dot{m}_2}{l},$$

одакле је

$$\dot{m} = \dot{m}_1 \left[1 - \frac{x}{l} \left(1 - \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \right) \right].$$

Заменом протока $\dot{m}$ у једначину континуитета долази се до брзине струјања влажне паре са кондензацијом:

$$v = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{\dot{m}_1}{\rho A} \left[1 - \frac{x}{l} \left(1 - \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \right) \right].$$

Диференцијална једначина за одређивање пада притиска услед трења,

$$-\frac{dp}{\rho} = \frac{\lambda v^2}{2D} dx,$$

сад добија облик

$$-p dp = \frac{\lambda ZRT}{2D} \left(\frac{\dot{m}_1}{A}\right)^2 \left[1 - \frac{x}{l} \left(1 - \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}\right)\right]^2 dx. \quad (5.12)$$

У литератури се наводи њено решење за $T=\text{const.}$ и оно је:

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \frac{l}{D} Z_m RT \left(\frac{\dot{m}_1}{A}\right)^2 \frac{1}{3} \left[1 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} + \left(\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}\right)^2\right]. \quad (5.13)$$

Ако је $\dot{m}_2 \geq 0,5 \dot{m}_1$ тада је

$$\frac{1}{3} \left[1 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} + \left(\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}\right)^2\right] \approx \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1},$$

па решење (5.13) постаје:

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda \frac{l}{D} Z_m RT \frac{\dot{m}_1 \dot{m}_2}{A^2}. \quad (5.14)$$

Из ових образаца се види да је за израчунавање пада притиска услед трења при струјању влажне паре променљивог степена сувоће потребно познавати њене протоке на почетку и на крају цевовода. Обично је познат један од протока па се други налази коришћењем једначине

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = \frac{k D_m \pi l}{r_m} \Delta T_m, \quad (5.15)$$

у којој је r_m (J/kg) топлота ослобођена кондензовањем, k (J/m²sK) коефицијент пролаза топлоте кроз паровод, ΔT_m (K) средња логаритамска разлика температура у цевоводу. Из једначине (5.15) види се да температура влажне паре за време струјања не може да буде константна кад се један њен део кондензује. Количина топлоте коју влажна пара ода околини за време струјања већа је од количине топлоте ослобођене кондензовањем и пад температуре дуж струјног тока мора да постоји. Зато је исправније изделити паровод на секције и диференцијалну једначину (5.12) интегралити по секцијама сматрајући да се температура паре мења од секције до секције. То практично значи, да се за познато стање на почетку прве секције најпре израчунају следеће величине:

$$\begin{aligned} (al)_1 &= \frac{k D_m \pi l_1}{\dot{m}_1 c_p}, & (T_2)_1 &= T_a + (T_1 - T_a) e^{-(al)_1}, \\ (\Delta T_m)_1 &= \frac{T_1 - (T_2)_1}{(al)_1}, & \dot{m}_2 &= \dot{m}_1 - \frac{k D_m \pi l_1}{r_m} (\Delta T_m)_1. \end{aligned}$$

После тога се одређује притисак p_2 на крају прве секције из једначине (5.13) или (5.14). Тиме су познате све величине на крају прве секције и све су, у ствари,

једнаке величинама на почетку друге секције за коју се прорачун обавља на исти начин као и малопре.

Ради одређивања коефицијента пролаза топлоте кроз паровод најпре мора да се израчуна средња температура паре

$$T_m = T_a + (T_1 - T_a) \frac{1 - e^{-al}}{al},$$

и, затим, на овој температури њена густина ρ (kg/m³), динамичка вискозност μ (Ns/m²), коефицијент провођења топлоте λ_p (J/msK) и специфична топлота c_p (J/kgK). После тога се одређују средње вредности ових бројева:

$$Re = \frac{v D \rho}{\mu}, \quad Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda_p}, \quad Nu = 0,024 Re^{0,786} Pr^{0,45},$$

па коефицијент прелаза топлоте са паре на цевовод

$$\alpha_i = \frac{\lambda_p Nu}{D_{ci}}.$$

Коефицијент прелаза топлоте са паровода на околину одређује се коришћењем обрасца (3.26) или (3.29) зависно од тога да ли је паровод укопан у земљи или положен у заштитном каналу. Коефицијенти провођења топлоте цевовода λ_c (J/msK) и изолације λ_{tz} (J/msK) познати су па се може дефинитивно наћи вредност

$$\frac{1}{kD_m} = \frac{1}{\alpha_i D_{ci}} + \frac{1}{2\lambda_c} \ln \frac{D_{ca}}{D_{ci}} + \frac{1}{2\lambda_{iz}} \ln \frac{D_{iza}}{D_{izi}} + \frac{1}{\alpha_a D_{iza}},$$

одакле се добија kD_m (J/msK) као производ који улази у обрасце за хидраулично-термички прорачун паровода.

ТЕХНИЧКО-ЕКОНОМСКИ ПРОРАЧУН МАГИСТРАЛНИХ ЦЕВОВОДА

За време пројектовања магистралних цевовода за транспорт флуида мора се водити рачуна о техничкој и економској страни задатка. Предложено решење мора да буде оптимално. То значи, да се у току израде пројекта морсју узети у обзир сви параметри транспорта и, затим, на основу анализе утицаја тих параметара на трошкове транспорта, на пример, одабрати оно решење које ће бити најбоље у техничком и економском погледу. Критеријум оптималности у општем случају зависи од природе проблема. Кад је у питању транспорт флуида цевоводима, критеријум оптималности може да буде формулисан тако да се захтевају минимални инвестициони или погонски трошкови, или да укупни трошкови транспорта буду минимални. Један од могућих поступака решавања ове врсте проблема може да буде базиран на оптимизацији „функције годишњих трошкова транспорта“. Пре него што ће се прићи формирању ове функције обавиће се анализа трошкова транспорта уопште и начин њиховог одређивања. Узеће се да укупне годишње трошкове транспорта чине инвестициони, погонски и трошкови радног осбља које спслужује и одржава целокупно постројење.

6.1. ИНВЕСТИЦИОНИ ТРОШКОВИ

Ради анализе и одређивања ових трошкова дефинисаћемо следеће јединичне цене:

- а) јединичну цену пумпне или компресорске станице: C_1 (din/kW),
- б) јединичну цену цевовода у коју улазе и царински трошкови ако су цеви из увоза, трошкови транспорта до сабирног места, итд.: C_2 (din/t),
- в) јединичну цену транспорта цеви дуж трасе цевовода, њихово заваривање, заштита од свих врста корозије, стављање топлотне изолације, укопавање цевовода у земљу или његово полагање у заштитни канал, итд.: C_3 (din/t),
- г) јединичну цену испитивања заптивености цевовода после заваривања, преглед изолације итд.: C_4 (din/km · D), где је D (m) унутрашњи пречник цевовода,
- д) јединичну цену земљишта дуж трасе цевовода, његово премеравање, комплетан инжењеринг итд.: C_5 (din/km),
- ђ) јединичну цену котловског постројења за загревање транспортоване сировине ако је то потребно, а коју чине:

- јединична цена котла C_k (din/J/s),
- јединична цена резервоара C_R (din/m³),
- јединична цена изолације резервоара C_{izR} (din/m²),
- јединична цена змијасте цеви уграђене у резервоар за загревање транспортоване сировине C_{zc} (din/m²), рачунато по јединици спољашње површине,
- јединична цена изолације цевовода C_{izc} (din/m²), рачунао, такође, по јединици спољашње површине цевовода.

Према томе, инвестициони трошкови могу да се напишу у облику

$$C_i (\text{din/km}) = C_p + C_c + C_Q, \quad (6.1)$$

где су:

$$C_p (\text{din/km}) = C_1 \frac{P}{l}, \quad (6.2)$$

укупна цена пумпне или компресорске станице, сведене на 1 km дужине цевовода,

$$C_c (\text{din/km}) = (C_2 + C_3) m_c + C_4 D + C_5, \quad (6.3)$$

укупна цена 1 km монтираног цевовода спремног за коришћење, и

$$C_Q (\text{din/km}) = C_k \frac{Q}{l} + C_R \frac{V_R}{l} + C_{izR} \frac{A_R}{l} + C_{zc} \frac{A_{zc}}{l} + C_{izc} \frac{A_c}{l}, \quad (6.4)$$

укупна цена котловског постројења за загревање транспортоване сировине, изолације резервоара и цевовода итд. Овде су: P (kW) инсталисана снага пумпне или компресорске станице, l (km) дужина деонице цевовода између две пумпне или компресорске станице (ако постоји само једна пумпна или компресорска станица, онда је то истовремено и укупна дужина цевовода), m_c (t/km) маса 1 km цевовода, D (m) унутрашњи пречник цевовода, Q (J/s) количина топлоте коју производи котловско постројење, V_R (m³) укупна запремина резервоара који улазе у састав нафтовода или гасовода, A_R (m²) спољашња површина свих резервоара, A_{zc} (m²) спољашња површина змијасте цеви уграђене у резервоар за загревање, и A_c (m²) спољашња површина цевовода. Код нафтовода и гасовода дебљина цевовода одређује се коришћењем обрасца

$$\delta_c (\text{m}) = \frac{p_1 D}{2 (\sigma - p_1)}, \quad (6.5)$$

где је σ (N/m²) дозвољено напрезање материјала на истезање, па се маса цевовода може изразити као

$$m_c (\text{t/km}) = \rho_c (D + \delta_c) \pi \delta_c \cdot 10^3 = 6150 \frac{(2\sigma - p_1) p_1}{(\sigma - p_1)^2} D^2, \quad (6.6)$$

јер је за челичне цевоводе $\rho_c = 7,85 \text{ t/m}^3$. Његова спољашња површина коју треба заштитити од корозије и термички изоловати за случај загревања сировине износи:

$$\frac{A_c}{l} (\text{m}^2/\text{km}) = (D + 2 \delta_c) \pi 10^3 = \frac{\sigma D \pi}{\sigma - p_1} 10^3. \quad (6.7)$$

Такође је у изразу (6.4) за змијасту цев

$$\frac{A_{zc}}{l} = \frac{Q}{1,90 l} \frac{v_m^{0,25} d^{0,25}}{(t_{zc} - t_m)^{1,25}}. \quad (6.8)$$

Свако постројење мора да се амортизује за одређено време (нафтови и гасоводи треба да се амортизују за 20—30 година). То значи да од укупних инвестиционих трошкова само један њихов део отпада на име годишњих трошкова транспорта. Овом делу инвестиционих трошкова додају се још и трошкови за камате на добијене кредите, разни порези итд. Ако α представља део инвестиционих трошкова који оптерећују једну годину, онда се може написати:

$$T_i (\text{din/km/god}) = \alpha \left\{ C_1 \frac{P}{l} + [(C_2 + C_3) m_c + C_4 D + C_5] + \right. \\ \left. + C_k \frac{Q}{l} + C_R \frac{V_R}{l} + C_{izR} \frac{A_R}{l} + C_{zc} \frac{A_{zc}}{l} + C_{izc} \frac{A_c}{l} \right\}. \quad (6.9)$$

6.2. ПОГОНСКИ ТРОШКОВИ

Ови трошкови се односе на погонску енергију, топлоту за загревање транспортоване сировине кад је то потребно, и на радно особље које је запослено због одржавања и опслуживања објекта.

За погон пумпа обично се користи електрична енергија чија је јединична цена C_{kwh} (din/kWh), а за погон компресора гасни мотор чија је потрошња гаса b ($\text{m}_n^3/\text{h/kW}$) и цена C_{bg} (din/ m_n^3). Премс томе, трошкови који се односе на погонску енергију су:

$$T_P (\text{din/km/god}) = \frac{C_{kwh} Ph}{l}, \quad (6.10)$$

за случај транспорта нафте нафтоводима, или

$$T_P (\text{din/km/god}) = \frac{C_{bg} Phb}{l}, \quad (6.11)$$

за случај транспорта гаса гасоводима. Овде је $h=8000$ часова/год укупно време рада пумпне или компресорске станице у току једне године.

Трошкови загревања транспортоване сировине могу да се изразе као

$$T_Q (\text{din/km/god}) = \frac{3600 C_{bn} Q h_k}{\eta_k H_d l}, \quad (6.12)$$

где је C_{bn} (din/kg) цена течног горива које се користи за ложење котлова, H_d (J/kg) његова доња топлотна мсћ и η_k коефицијент корисности котла. Овде h_k (час/год) означава број часова рада котловског постројења у току једне године. У општем случају је $h \neq h_k$.

Трошкови запосленог особља које ради на опслуживању и одржавању објекта могу да се изразе као део трошкова који зависе од инсталисане снаге пумпне или компресорске станице R_0 (din/km/god) и као део који је у вези са личним дохотком запосленог особља R_z (din/rad/god). Према томе, ова врста трошкова може да се напише као:

$$T_R (\text{din/km/god}) = \frac{R_0 P + n R_z}{l}, \quad (6.13)$$

где је $n=6-8$ укупан број запосленог особља по десници нафтовода или гасовода.

6.3. ТРОШКОВИ ТРАНСПОРТА НАФТОВОДИМА

Трошкови транспорта у овом случају могу да се напишу у облику функције:

$$T_g (\text{din/km/god}) = T_i + T_P + T_Q + T_R, \quad (6.14)$$

у којој су T_i , T_P , T_Q , T_R одређене једначинама (6.9) до (6.13). Наиме, заменом ових појединачних функција годишњих трошкова, као и раније написаних израза за снагу P пумпне станице, масу цевовода m_c , површину змијасте цеви A_{zc} и површину цевовода A_c , добија се после сређивања:

$$T_g = k_1 \frac{q \Delta p}{l} + \left[k_2 + \frac{k_3 v_m^{0,25}}{(t_{zc} - t_m)^{1,25}} \right] \frac{Q}{l} + \frac{h_4 (2\sigma - p_1) p_1}{(\sigma - p_1)^2} D^2 + \\ + \left(k_5 + \frac{k_6 \sigma}{\sigma - p_1} \right) D + \frac{k_7}{l} + k_8. \quad (6.15)$$

Константе k_i ($i=1, 2, 3, \dots, 8$) имају следеће вредности:

$$k_1 = \frac{1}{10^3 \eta_p \eta_m} (\alpha C_1 + C_{kwh} h + R_0), \\ k_2 = \alpha C_k + \frac{3600 C_{bn} h_k}{\eta_k H_d}, \quad k_3 = \frac{\alpha C_{zc} d^{0,25}}{1,90}, \\ k_4 = 6150 \alpha (C_2 + C_3), \\ k_5 = \alpha C_4, \quad k_6 = 10^3 \alpha C_{izc} \pi, \\ k_7 = \alpha (C_R V_R + C_{izR} A_R) + n R_z, \quad k_8 = \alpha C_5. \quad (6.16)$$

У једначини (6.15) треба још само да се замени израз за пад притиска Δp , чији облик зависи од режима струјања и температуре околине, и израз за количину топлоте Q који гласи:

$$Q = \dot{m} \left[c_n (t_1 - t_2) + \frac{\beta_p r_p}{100} \right] + k_R A_R (t_m - t_a),$$

где су:

$$t_1 = t_a + (t_2 - t_a) e^{al}, \quad al = \frac{k D_m \pi l}{\dot{m} c_n},$$

$$t_m = \frac{1}{3} (2 t_1 + t_2) \quad \text{или} \quad t_m = t_a + (t_1 - t_a) \frac{1 - e^{-al}}{al}.$$

Дакле, годишњи трошкови транспорта сирове нафте нафтоводима зависе од низа параметара: D , l , p_1 , t_1 , $\dots$. Посредством констаната k_i у ове трошкове улазе још и економски (α , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 , C_k , C_{izR} , C_{zc} , $\dots$) и погонски параметри (q , h , h_k , n , $\dots$), подаци о транспортној сиревини (ρ , c_n , λ_n , t_2 , v_2 , m , H_d , $\dots$), подаци о цевоводу (ρ_c , σ , λ_c , $\dots$) и подаци о резервуарима (k_R , A_R , V_R , d , T_p , T_k , $\dots$). Често се резервоари прорачунавају посебно па је тада производ $k_R A_R$ познат.

6.4. ПРИМЕР ТЕХНИЧКО-ЕКОНОМСКОГ ПРОРАЧУНА НАФТОВОДА

Пођимо од тога да, на пример, треба транспортовати милион тона годишње сирове нафте за коју је познато: средња густина $\rho=850 \text{ kg/m}^3$, температура топљења парафина и смоластих материја $t_t=16^\circ\text{C}$, специфична топлота $c_n=1900 \text{ J/kgK}$, закон промене кинематичке вискозности са температуром $\nu=28,4 \cdot 10^{-4}/t^{1,5} \text{ m}^2/\text{s}$ и количина парафина $\beta_p=15\%$. Без рачунске машине би одређивање оптималних параметара транспорта према једначини (6.15) било практично неизводљиво. Зато ће се овде прорачун упростити утолико што ће се он обавити за спољну температуру $t_a=0^\circ\text{C}$ и за изолован цевовод (за који се, с обзиром на очекивани режим струјања, може узети $k=3 \text{ J/m}^2\text{sK}$, $\alpha_i=200 \text{ J/m}^2\text{sK}$, $\alpha_a=3 \text{ J/m}^2\text{sK}$).

Пошто температура сирове нафте на крају цевовода мора да буде 6 до 10°C виша од температуре топљења t_t , то ће се овом приликом узети да је

$$t_2 = t_t + 10 = 26^\circ\text{C}.$$

На овој температури кинематичка вискозност сирове нафте износи:

$$\nu_2 = \frac{28,4 \cdot 10^{-4}}{t_2^{1,5}} = 21,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Познати су и протоци сирове нафте на основу годишњег капацитета нафтовода:

$$\dot{m} = \frac{1000000}{8000} = 125 \text{ t/h} = 34,7 \text{ kg/s},$$

$$q = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{34,7}{850} = 0,0408 \text{ m}^3/\text{s},$$

при чему је узето да ће нафтовод бити у погону $h=8000$ часова годишње. За даљи рад увешће се ознака

$$\tau = \alpha l = \frac{k D \pi l}{\dot{m} c_n} = \ln \frac{t_1}{t_2},$$

одакле је

$$l(\text{km}) = \frac{\dot{m} c_k \tau}{10^3 k D \pi} = 7 \frac{\tau}{D}.$$

За коришћење једног од изведених образаца за пад притиска услед трења потребно је претходно одредити режим струјања ове нафте у цевоводу. Међутим, режим струјања се не може одредити без пречника цевовода, који је за сада непознат и један од најважнијих параметара транспорта у функцији (6.15), брзине струјања и кинематичке вискозности на почетку цевовода. Ове две величине су, такође, непознате јер се не зна ни пречник цевовода ни температура t_1 сирове нафте на почетку цевовода. Зато ће се овде приступити једној оваквој анализи. Наиме, струјање ове сирове нафте могло би да буде *ламинарно* или *турбулентно*, или у једном делу нафтовода *турбулентно*, а у другом делу *ламинарно*. Да би струјање било *ламинарно* бар у једном делу нафтовода, мора да буде $Re_2 < 2320$. Ако је $Re_2 > 2320$ струјање је *турбулентно* од почетка до краја нафтовода, јер је Рејнолдсов број у било ком пресеку

цевовода испред крајњег пресека већи од 2320 због мање вискозности сирове нафте. Узмимо граничну вредност $Re_2=2320$ и израчунајмо производ брзине струјања и пречника нафтовода:

$$vD = v_2 Re_2 = 0,050.$$

Дајући сад брзину v разне вредности може се из овог производа израчунати одговарајући пречник D . На пример, брзини $v=1$ m/s одговара пречник $D=50$ mm, брзини $v=0,5$ m/s пречник $D=100$ mm, итд. Међутим, није тешко закључити да ниједан пар овако нађених вредности за брзину и пречник не може да обезбеди капацитет нафтовода од милион тона годишње. То значи, да струјање ове сирове нафте не може да буде ламинарно. С обзиром да је температура t_2 на крају цевовода позната и да се прорачун обавља за $t_a=0^\circ\text{C}$, израз за пад притиска треба узети у облику:

$$\Delta p = 0,241 \frac{q v^{0,25} q^{1,75} l}{D^{4,75}} \left(\frac{\alpha_i + \alpha_a}{\alpha_i} \right)^{0,14 m} \frac{e^{0,25 mal} - 1}{0,25 mal \cdot e^{0,25 mal}}.$$

Напомиње се да је у овом обрасцу $m=1,5$ што се види из закона промене кинематичке вискозности са температуром.

Заменом познатих величина у израз за пад притиска добија се после сређивања:

$$\frac{\Delta p}{l} \left(\frac{\text{N/m}^2}{\text{km}} \right) = \frac{138}{D^{4,75}} \frac{e^{0,375 \tau} - 1}{\tau \cdot e^{0,375 \tau}}. \quad (6.17)$$

Кад се прорачун ради за спољну температуру $t_a=0^\circ\text{C}$ и кад је закон кинематичке вискозности са температуром дат у зависности од температуре у степенима Целзијуса, погодније је узети и израз за количину топлоте у облику:

$$Q = \dot{m} \left[c_n (t_1 - t_2) + \frac{\beta_p r_p}{100} \right] + k_R A_R (t_m - t_a),$$

где су:

$$t_1 = t_2 e^{at} = 26 e^\tau,$$

$$t_m = \frac{1}{3} (2 t_1 + t_2) = 8,66 (2 e^\tau + 1). \quad (6.18)$$

Ако се узме резервоар пречника 20 m и висине 10 m ($A_R=1250$ m², $V_R=3000$ m³) и, затим, $k_R=2$ J/m²sK, $r_p=210$ J/kg, $d=50$ mm, $t_p=300^\circ\text{C}$ (573 K), $t_k=130^\circ\text{C}$ (403 K), тада се могу израчунати редом:

$$\frac{Q}{l} \left(\frac{\text{J/s}}{\text{km}} \right) = \frac{(1,76 e^\tau - 1,69) 10^6 D}{7 \tau},$$

$$p_1 (\text{N/m}^2) = p_2 + \frac{966}{D^{5,75}} \frac{e^{0,375 \tau} - 1}{e^{0,375 \tau}}, \quad (6.19)$$

$$v_m (\text{m}^2/\text{s}) = \frac{110 \cdot 10^{-6}}{(2 e^\tau + 1)^{1,5}}, \quad T_{zc} = \frac{1}{2} (T_p + T_k) = 488 \text{ K}.$$

За даљи рад потребно је познавати и јединичне цене опреме и оних величина које учествују у константама k_i . Константе k_i су овом приликом израчунате оријентационо и оне износе:

$$\begin{aligned} k_1 &= 12,9, & k_2 &= 0,95, & k_3 &= 1, \\ k_4 &= 4,5 \cdot 10^6, & k_5 &= 2500, & k_6 &= 0. \\ k_7 &= 40 \cdot 10^4, & k_8 &= 1500. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Треба констатовати још да челичном цевоводу одговара $\sigma = 10^8 \text{ N/m}^2$ и висини нивоа нафте у резервоару апсолутни притисак на крају цевовода $p_2 = 2 \text{ bara}$. Очигледно је да се заменом израза (6.17) до (6.20), као и осталих познатих величина, у функцији (6.15) добија да је $T_g = T_g(D, \tau)$. Ову функцију је могућно и графички приказати, на пример, за $\tau = \text{const.}$ као $T_g = f(D)$. Према томе, сваком односу температура t_1/t_2 ($\tau = \ln t_1/t_2$) одговара једна крива $T_g = f(D)$. Свака од њих има минимум коме одговара једна одређена вредност пречника D нафтовода и осталих параметара транспорта. Однос температура t_1/t_2 је ограничен физичко-хемијским својствима транспортоване нафте, тј. температура t_1 мора да буде нижа од оне температуре при којој почињу да испаравају лаке фракције сирове нафте, а температура t_2 виша од температуре t_i за 6 до 10°C . Овде ће се обавити даљи рачун за однос температура $t_1/t_2 = 2$, коме одговарају:

$$\begin{aligned} \tau &= \ln t_1/t_2 = 0,7, & l &= \frac{4,9}{D} \text{ (km)}, \\ \frac{\Delta p}{l} &= \frac{45,50}{D^{4,75}} \left(\frac{\text{N/m}^2}{\text{km}} \right), & \frac{Q}{l} &= 0,38 \cdot 10^6 D \left(\frac{\text{J/s}}{\text{km}} \right), \\ p_1 &= 2 \cdot 10^5 + \frac{222,7}{D^{5,57}} \text{ (N/m}^2\text{)}, & t_m &= 43,5 \text{ (}^\circ\text{C)}, \\ v_m &= \frac{28,4 \cdot 10^{-4}}{t_m^{1,5}} = 9,73 \cdot 10^{-6} \text{ (m}^2\text{/s)}. \end{aligned}$$

Заменом ових вредности заједно са вредностима за k_i у једначину (6.15) добија се после сређивања следећа зависност:

$$\begin{aligned} T_g &= \frac{24 \cdot 10^6}{10^6 D^{4,75}} + \frac{18 \cdot 10^3 (10^6 D^{5,75} - 1,12) (10^6 D^{5,75} + 1120) D^2}{(10^6 D^{5,75} - 2,24)^2} + \\ &+ 444130 D + 1500. \end{aligned}$$

У табели 6.1 дате су вредности ове функције за низ вредности пречника D цевовода.

Из табеле се види да односу $t_1/t_2 = 2$ одговарају најнижи трошкови транспорта за вредност пречника $D = 250 \text{ mm}$. Овој вредности пречника даље одговарају: $l = 19,6 \text{ km}$, $\Delta p = 645732 \text{ Pa} = 6,5 \text{ bar}$, $t_1 = 52^\circ\text{C}$, $P = 41,3 \text{ kW}$. Кад се још израчуна брзина ове нафте у цевоводу,

$$v = \frac{4 q}{D^2 \pi} = 0,84 \text{ m/s},$$

и нађе Рејнолдсов број на почетку и на крају нафтовода,

$$Re_1 = \frac{vD}{\nu_1} = 27410, \quad Re_2 = \frac{vD}{\nu_2} = 9606,$$

види се и то да се струјање обавља у области у којој важи Блазиусов закон трења и да је израз за пад притиска исправно одабран.

Табела 6.1

D	D^2	$10^6 D^{4,75}$	$10^2 D^{5,75}$	T_g (din/km/god)
0,100	0,0100	17,8	1,78	2022828
0,150	0,0225	120,0	18,00	299442
0,200	0,0400	480,0	96,00	149775
0,250	0,0625	1410,0	325,00	134303
0,300	0,0900	3300,0	990,00	145476
0,350	0,1225	6828,5	2389,96	163713
0,400	0,1600	12876,1	5150,45	184515

Разуме се, за друге вредности односа температура t_1/t_2 добио би се други скуп параметара транспорта и одговарајући минимални трошкови транспорта. Између свих скупова параметара треба узети онај чије вредности дају најмању бројну вредност „минималних трошкова транспорта“.

6.5. ТРОШКОВИ ТРАНСПОРТА ГАСОВОДИМА

За случај транспорта гаса гасоводима трошкови транспорта могу да се напишу у облику функције:

$$T_g \text{ (din/km/god)} = T_i + T_P + T_R, \quad (6.21)$$

у којој су:

$$T_i = a \left\{ C_1 \frac{P}{l} + [(C_2 + C_3) m_c + C_4 D + C_5] + C_R \frac{V_R}{l} \right\}, \quad (6.22)$$

$$T_P = \frac{C_{bg} Phb}{l}, \quad T_R = \frac{R_0 P + nR_Z}{l}.$$

Даља анализа трошкова транспорта гасоводима обавиће се у односу на ону инсталисану снагу компресорске станице која је потребна за транспорт $q_n' = 10^6 \text{ m}^3/24 \text{ h}$ гаса. Тада је

$$10^6 \frac{P}{q_n'} \left(\frac{kW}{10^6 \text{ m}^3/24 \text{ h}} \right) = 10^6 \frac{\dot{m} Y}{1000 \eta_k q_n'}, \quad (6.23)$$

где је

$$Y = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R Z_u T_u (\psi_k^{(\kappa-1)/\kappa} - 1) = R Z_u T_u M_k, \quad (6.24)$$

$$M_k = \frac{\kappa}{\kappa - 1} (\psi_k^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1).$$

Кад се ради о рекомпресији, тада је $Z_u = Z_2$ и $T_u = T_2$. Дакле, једначина (6.23) постаје

$$10^6 \frac{P}{q'_n} = \frac{\dot{m} R Z_u T_u M_k}{1000 \eta q'_n} 10^6,$$

или после замене

$$\dot{m} = \varrho_n q_n = \frac{P_0}{R T_u} \frac{q'_n}{24 \cdot 3600} = \frac{P_0 q'_n}{86400 R T_u}, \quad (6.25)$$

$$10^6 \frac{P}{q'_n} = 0,0116 \frac{P_0 Z_u T_u M_k}{\eta_k T_n} = a_k Z_u,$$

где је

$$a_k \left(\frac{\text{kW}}{10^6 \text{ m}^3/24 \text{ h}} \right) = 0,0116 \frac{P_0 T_u M_k}{\eta_k T_n}. \quad (6.26)$$

У ствари, a_k представља специфичну снагу компресорске станице, која је потребна да се $q'_n = 10^6 \text{ m}^3/24 \text{ h}$ идеалног гаса сабије на притисак p_1 ради транспорта кроз цевовод дужине l . Пошто су P_0 , T_n , T_u константне величине, а M_k и η_k зависе само од ψ_k при транспорту једног одређеног гаса, то и специфична снага a_k компресорске станице зависи само од ψ_k . Истраживања су показала да је та зависност облика

$$a_k = m_k \ln \psi_k + n_k, \quad (6.27)$$

у којој су m_k и n_k константе чија вредност зависи од физичких својстава гаса који се транспортује и од карактеристика компресора. Једначина (6.27) даје прихватљиве вредности за a_k све док је $1,1 \leq \psi_k \leq 2$, што и јесте случај у пракси.

Ако се изрази за снагу P , масу цевовода m_c и потрошњу гаса b за погон гасног мотора,

$$P (\text{kW}) = \frac{a_k q'_n Z_u}{10^6}, \quad b (\text{m}^3/\text{h/kW}) = \frac{14280}{H_d},$$

$$m_c (\text{t/km}) = 6150 \frac{\psi_k \left(2 \frac{\sigma}{p_2} - \psi_k \right)}{\left(\frac{\sigma}{p_2} - \psi_k \right)^2} D^2,$$

убаце у (6.22) добиће се после сређивања:

$$T_i = \alpha C_1 \frac{a_k Z_u q'_n}{10^6 l} + 6150 \alpha (C_2 + C_3) \frac{\psi_k \left(2 \frac{\sigma}{p_2} - \psi_k \right)}{\left(\frac{\sigma}{p_2} - \psi_k \right)^2} D^2 +$$

$$+ \alpha C_4 D + \alpha C_5 + \alpha C_R \frac{V_R}{l},$$

$$T_p = 114,2 \cdot 10^6 \frac{C_{bg} Z_u a_k q'_n}{10^6 H_d l}, \quad T_R = \frac{R_0 Z_u a_k q'_n}{10^6 l} + \frac{n R_z}{l}.$$

Најзад, заменом ових вредности у (6.21) добија се крајњи облик функције годишњих трошкова транспорта гаса гасоводима:

$$T_g \left(\frac{\text{din/km}}{\text{god}} \right) = k_1 \frac{a_k Z_n q'_n}{l} + k_2 \frac{\psi_k \left(2 \frac{\sigma}{p_2} - \psi_k \right)}{\left(\frac{\sigma}{p_2} - \psi_k \right)^2} D^2 + k_3 D + \frac{k_4}{l} + k_5, \quad (6.28)$$

у којој константе k_i ($i=1, 2, 3, \dots, 5$) имају вредности:

$$k_1 = \left(\alpha C_1 + 114,2 \cdot 10^6 \frac{C_{bg}}{H_d} + R_0 \right) 10^{-6},$$

$$k_2 = 6150 \alpha (C_2 + C_3), \quad k_3 = \alpha C_4,$$

$$k_4 = \alpha C_R V_R + n R_z, \quad k_5 = \alpha C_5.$$

Функција (6.28) показује да годишњи трошкови транспорта гаса цевоводима зависе од пречника D , дужине деонице гасовода l , и од притиска p_1 и p_2 , тј. од ψ_k и p_2 . Константе k_i у периоду пројектовања имају одређене вредности и оне узимају у обзир економско финансијско стање на тржишту. Разуме се, у функцији (6.28) специфична снага компресорске станице a_k одређена је изразом (6.27) а q'_n изразом (4.7) који увођењем односа $\psi_k = p_1/p_2$ постаје:

$$q'_n (m^3/24 h) = k'_n D^{2,622} p_2^{1,082} \left(\frac{\psi_k - 1}{Z_m l} \right)^{0,541},$$

где је

$$k'_n = \frac{5080}{\varrho_n \mu_n^{0,0814} (RT)^{0,541}},$$

Напомиње се да се у последњем изразу за q'_n дужина l замењује у километрима.

6.6. ПРИМЕР ТЕХНИЧКО-ЕКОНОМСКОГ ПРОРАЧУНА ГАСОВОДА

Прорачунаће се хоризонтални гасовод за транспорт $q'_n = 500000 m^3/24 h$ метана за који је познато: $\varrho_n = 0,679 \text{ kg/m}^3$, $R = 518,3 \text{ J/kgK}$, $\mu_n = 10,9 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$, $H_d = 34,3 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3$, $m_k = 1990$, $n_k = 226$. Прорачун ће се обавити за температуру $T = 293 \text{ K}$ и челични цевовод за који је $\sigma = 10^8 \text{ N/m}^2$. Узеће се да је $Z = 1 = \text{const}$.

У односу на јединичне цене које су коришћене и у претходном примеру, вредности констаната k_i су:

$$k_1 = 377 \cdot 10^{-6}, \quad k_2 = 1,12 \cdot 10^6, \\ k_3 = 2500, \quad k_4 = 51000, \quad k_5 = 1500.$$

Осим тога је:

$$k'_n = \frac{5080}{0,679 (10,9 \cdot 10^{-6})^{0,0814} (518,3 \cdot 293)^{0,541}} = 29,8,$$

$$l \text{ (km)} = 0,0155 \cdot 10^{-6} (\psi_k - 1) D^{4,85} p_2^2,$$

$$a_k = 1990 \ln \psi_k + 226.$$

Заменом вредности за константе k_t , као и израза за l и a_k , у једначину (6.18) добија се после сређивања:

$$T_g = \frac{24,3 \cdot 10^{12} \ln \psi_k}{(\psi_k - 1) D^{4,85} p_2^2} + \frac{32,912 \cdot 10^{12}}{(\psi_k - 1) D^{4,85} p_2^2} +$$

$$+ 1,12 \cdot 10^6 \frac{\psi_k \left(2 \frac{10^8}{p_2} - \psi_k \right)}{\left(\frac{10^8}{p_2} - \psi_k \right)^2} D^2 + 2500 D + 1500.$$

Дакле, добијена је функција $T_g = F(\psi_k, D, p_2)$. У ствари је p_2 одређено запремином V_R резервоара постављених на крају цевовода. Ова запремина ($V_R = 30000 \text{ m}^3$) већ је ушла у прорачун преко константе k_4 . Ако се жели да се у резервоар прихвати 24-часовни капацитет гасовода, тада притисак на крају цевовода мора да буде $p_2 = 16,9$ бара. Овој вредности притиска p_2 одговара следећа функција годишњих трошкова:

$$T_g = \frac{8,52 \ln \psi_k + 11,54}{(\psi_k - 1) D^{4,85}} - 1,12 \cdot 10^6 \frac{\psi_k (118,43 - \psi_k)}{(59,2 - \psi_k)^2} D^2 +$$

$$+ 2500 D + 1500.$$

Минимум ове функције може да се нађе и аналитички коришћењем Лагранжевог (*Lagrange*) мултипликатора. Међутим, лакше је потражити минимум ове функције за разне вредности степена компресије ψ_k ($1,1 \leq \psi_k \leq 2$). На пример, за $\psi_k = 1,5$ ће бити:

$$T_g = \frac{30}{D^{4,85}} + 59000 D^2 + 2500 D + 1500.$$

У табели 6.2 наведене су вредности последње функције за неколико вредности пречника D цевовода.

Табела 6.2

D	D^2	$D^{4,85}$	$T_g \text{ (din/km/god)}$
0,150	0,0225	0,000100	303203,2
0,200	0,0400	0,000397	79926,7
0,250	0,0625	0,001260	29622,0
0,300	0,0900	0,002880	17976,7
0,350	0,1225	0,006300	14364,4
0,400	0,1600	0,011500	14548,7
0,450	0,2025	0,020800	16014,8

Најмањи трошкови транспорта за $\psi_k=1,5$ добили би се кад би пречник гасовода био $D=350$ mm. Овом пречнику одговарају:

$$p_1 = \psi_k p_2 = 1,5 \cdot 16,9 = 25,4 \text{ bara},$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 8,5 \text{ bara},$$

$$l = 0,0155 \cdot 10^{-6} (1,5 - 1) 0,350^{4,85} 16,9^2 10^{10} = 139,4 \text{ km},$$

$$a_k = 1990 \ln 1,5 + 226 = 1032,9 \text{ kW}/10^6 \text{ m}_n^3/24 \text{ h},$$

$$P = \frac{a_k q'_n}{1000000} = \frac{1032,9 \cdot 500000}{1000000} = 516,4 \text{ kW}.$$

Разуме се, другој вредности степена компресије ψ_k одговарају друге вредности скупа параметара транспорта. Треба узети онај скуп параметара транспорта који одговара најмањој вредности функције годишњих трошкова.

II ДЕО

ТРАНСПОРТ ЧВРСТИХ МАТЕРИЈАЛА
ЦЕВИМА

ФИЗИЧКА СВОЈСТВА МЕШАВИНА

За проучавање кретања мешавина флуид — чврсте честице потребно је познавати и одређена својства тих мешавина. Јасно је да физичка својства мешавина зависе од физичких својстава флуида и сипкавих материјала који чине мешавину. Физичка својства флуида су наведена и списана у првом делу ове књиге, док ће физичка својства сипкавих материјала као и физичка својства мешавина флуид — чврсте честице, бити описана у делу књиге који непосредно следи. При томе ће све величине које се односе на флуид имати у индексу слово f (*fluid*), величине које се односе на сипкаве материјале слово s (*solidus*) и величине које се односе на мешавине слово m (*mixtura*).

7.1. КРУПНОЋА И ОБЛИК ЧЕСТИЦА И ХРАПАВОСТ ЊИХОВЕ ПОВРШИНЕ

Крупноћа и облик честица и храпавост њихове површине искључиво зависе од начина формирања честица. Тако, на пример, честице формиране природним путем имају углавном једнолику крупноћу, скоро исти облик и глатку површину (житарице, пиринач, семена разних биљака, песак), док честице настале уситњавањем (дробљењем, крупљењем, млевењем) имају неједнолику крупноћу, различитог су облика и храпаве површине. Крупноћа и облик честица и храпавост њихове површине веома много утичу на понашање сипкавих материјала како у насутом стању тако исто и за време њиховог контакта са флуидом. Број геометријских величина које могу да уђу у једначине за описивање разних хидромеханичких стања мешавине флуид — чврсте честице је ограничен. Међутим, свака честица има своју „геометрију“. Потребно је, дакле, дефинисати једну „еквивалентну честицу“, чији ће просторни облик представљати све честице у мешавини. То је веома тежак задатак и свакако један од разлога што се изведене једначине морају у великој мери поправљати експериментима. Најпростија „еквивалентна честица“ је куглица. Зато се, у ствари, у току прорачуна свака честица „претвара“ у куглицу одговарајућег пречника (на пример, на основу једнаких запремина) и, затим, тако добијене куглице „заменују“ куглицама истог пречника, који се назива средњим еквивалентним пречником честица. Само тај средњи еквивалентни пречник честица улази у једначине које описују одговарајуће хидромеханичко стање мешавине флуид-чврсте честице. Разуме се, у ове једначине увешће се и фактор облика честица који узима у обзир њихово одступање од куглица.

Практично постоји више начина за одређивање средњег еквивалентног пречника честица. Који ће се начин користити у конкретном случају зависи и од распона величине честица у укупној маси материјала, као и од третмана коме ће систем флуид-чврсте честице бити подвргнут. Кад је реч о материјалу једнолике крупноће и приближно истог облика честица, тада се средњи еквивалентни пречник може одредити и аналитичким путем. Међутим, кад је у питању материјал неједнолике крупноће и честица различитог облика, као што је то најчешће случај са материјалима који се хидраулично или пнеуматски транспортују, онда се средњи еквивалентни пречник скоро по правилу одређује ситовном анализом. У ту сврху користе се стандардна сита одређене дебљине нити и броја окаца по дужном долу (*Tylerova* сита) или по 1 cm² (ГОСТ, DIN 4188). Сита се праве од жичаних или свилених нити, квадратних окаца, или перфорацијом лимених плоча разне дебљине и разног облика рупица. Ситовна анализа обавља се у лабораторијама помоћу лабораторијског сита које чини низ вертикално поређаних и спојених рамова са разапетим мрежама од жичаних или свилених нити. Сваки рам сита има одређену величину окаца и на тај начин задржава на себи само једну одређену количину материјала одговарајуће крупноће. Величина окаца на мрежама појединих рамова смањује се у смеру кретања материјала кроз лабораторијске сито. На тај начин се од укупно насуте количине неког материјала неједнолике крупноће добија онолико фракција колико има рамова у сити, при чему свака фракције има распон величине својих честица.

Ситовна анализа, у ствари, даје вредност масених учешћа $\Delta R'_i$ (g) појединих фракција у укупној маси m (g) материјала, која је усута у сито ради разврставања. Пошто се после заустављања сита измери масено учешће $\Delta R'_i$ (g) сваке фракције, може се израчунати и процентуално учешће сваке фракције у укупној маси материјала:

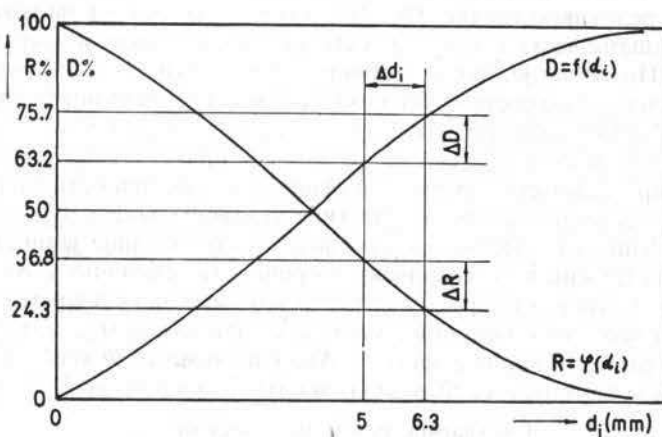
$$\Delta R_i = \frac{\Delta R'_i}{m} 100. \quad (7.1)$$

Сабирањем тих процентуалних учешћа појединих фракција до неке одређене величине, честица добијају се *кумулятивна масена учешћа* R (%), односно D (%) = $100 - R$, при чему R , у ствари, представља масено учешће честица које су веће од оних честица чија је величина диктирана бројем сабирака процентуалних учешћа, док D представља масено учешће честица које су мање од оних честица чија је величина, такође, одређена поменутих бројем сабирака процентуалних учешћа. Обично се резултати ситовне анализе приказују табеларно (табела 7.1) или графички (слика 7.1). Крива R се још назива и кривом остатка, а D кривом пропада. Као што се из слике 7.1 види, ове две криве су симетричне у односу на праву која је паралелна апсциси и прави одсечак на ординати $R = D = 50\%$.

Кад је реч о флуидизацији материјала због његовог истицања из бункера или силоса, или због транспорта на бази флуидизације, или, најзад, кад је у питању хидраулични или пнеуматски транспорт, онда се средњи еквивалентни пречник честица одређује кривом пропада D . То се врши тако што се као полазни параметар узима величина окаца оне мреже сита које пропушта између 30% и 40% од укупно усутог материјала у сито. Ако се величина окаца те мре-

же означи са δ , тада се средњи еквивалентни пречник честица израчунава коришћењем обрасца

$$d = \delta \sqrt[3]{k}, \quad (7.2)$$



Слика 7.1 [57]
Криве остатка и пропада

Табела 7.1 [57]

Редни број фракције	Величина честица	Распон величине честица	Масено учешће фракције	Процент. учешће фракције	Кумулативна масена учешћа	
					R (%)	D (%)
—	d_i (mm)	Δd_i (mm)	$\Delta R_i'$ (g)	ΔR_i (%)		
1	+16	—	6,3	0,5	0,5	100
2	16,0—12,5	3,5	20,0	1,6	2,1	99,5
3	12,5—10	2,5	63,7	5,1	7,2	97,9
4	10,0—8	2,0	86,2	6,9	14,1	92,8
5	8,0—6,3	1,7	127,5	10,2	24,3	85,9
6	6,3—5	1,3	156,3	12,5	36,8	75,7
7	5,0—4	1,0	163,8	13,1	49,9	63,2
8	4,0—3,15	0,85	148,8	11,9	61,8	50,1
9	3,15—2,5	0,65	115,0	9,2	71,0	38,2
10	2,5—2	0,5	88,7	7,1	78,1	29,0
11	2,0—1,6	0,4	63,7	5,1	83,2	21,9
12	1,6—1	0,6	82,5	6,6	89,8	16,8
13	1,0—0,5	0,5	67,5	5,4	95,2	10,2
14	0,5—0,25	0,25	26,3	2,1	97,3	4,8
15	—0,25	—	33,7	2,7	100,0	2,7
			1250,0	100,0		

где је, на пример, за песак разне крупноће $0,15 < k < 0,6$. Контрола мерења обављена на изведеним постројењима за хидраулични и пнеуматски транспорт показују да тако одређен средњи еквивалентни пречник честица за време пројектовања обезбеђује све техничке захтеве пројектованог постројења.

Већ је раније речено да честице сипкавих материјала, нарочито кад су добијене уситњавањем, више или мање одступају по облику од куглица. Само честице формиране природним путем (семе конопље, мака, детелине, бибера, кукоља и, донекле, зрна песка), или грануле добијене помоћу гранулатера (грануле минералних ђубрива итд.) имају приближно кугличаст облик. Њихова површина је релативно глатка. Облик честица и храпавост њихове површине утичу на понашање честица како у насутом стању тако исто и за време контакта са флуидом. Потребно је, дакле, дефинисати и увести у једначине које описују хидромеханичко стање система флуид-чврсте честице, неке нове параметре који ће узети у обзир и утицај облика и храпавости честица. Одмах да напоменемо да је то веома тежак задатак и да се данас у пракси утицај облика честица узима у обзир увођењем у рачун „коэффициента сферичности“ или „фактора облика“, а да се утицај површине честица углавном занемарује.

Ни коэффициент сферичности ни фактор облика није јединствено дефинисан. Неки истраживачи коэффициент сферичности дефинишу као однос стварне површине честице и површине куглице која има исту запремину као и честица, а неки као однос површине куглице са запремином једнакој запремини честице и стварне површине честице. Ако означимо са Φ коэффициент сферичности у првом случају, а са Φ_s у другом случају, очигледно је да постоји веза:

$$\Phi = \frac{A_s (\text{стварна површина честице})}{A_k (\text{површина еквивалентне куглице})} = \frac{1}{\Phi_s}.$$

Приметимо још и то да је $\Phi > 1$, односно $\Phi_s < 1$, јер је стварна површина честице увек већа од површине куглице која има исту запремину као и честица.

Фактор облика је први дефинисао Мекноун (McNown) [58] као

$$f = \frac{a}{\sqrt{bc}},$$

где је b најдужа оса честице (a и c су остале две осе), и, затим, Хејвуд (Heywood) као

$$f_H = \frac{V_s}{d^3},$$

где је V_s запремина честице, а d пречник круга чија је површина једнака чебној површини честице (чеона површина честице добија се пројектовањем честице у положају најмањег отпора на равни на којој брзина флуида за време опструјавања честице стоји управно). У табели 7.2 наводе се вредности коэффициента сферичности и фактора облика према Хејвуду за честице правилног геометријског облика.

Табела 7.2 [58]

Облик честице	Φ_s	f_H
Куглица	1,000	0,52
Равнострани ваљак	0,872	0,52
Октаедар	0,846	0,41
Коцка	0,806	0,68
Тетраедар	0,670	0,29

7.2. ПОРОЗНОСТ И ГУСТИНА СИПКАВИХ МАТЕРИЈАЛА

Честице сипкавих материјала у насутом стању не налажу једна на другу целом својом површином већ се оне додирују у тачкама, линијама или деловима површине. Зато оне формирају „празнине“ између себе, које попуњава околна флуидна средина. Најчешће је то ваздух, јер се ти материјали складиште и чувају, углавном, у слободној атмосфери. Ако $V \text{ (m}^3\text{)}$ означава укупну запремину сипкавог материјала у насутом стању, а $V_s \text{ (m}^3\text{)}$ запремину свих његових честица, онда се под порозношћу подразумева величина:

$$\varepsilon = \frac{V - V_s}{V} = \frac{V_f}{V}, \quad (7.3)$$

где је $V_f \text{ (m}^3\text{)}$ запремина свих пора у посматраној запремини V , која је испуњена оном флуидном средином у којој се налази насути материјал и зато она има индекс f . Треба приметити да овако дефинисана порозност, у ствари, одређује њену средњу вредност у запремини V . Стварна порозност материјала није иста у свим деловима те запремине. Порозност материјала у насутом стању мања је у доњим слојевима посматране запремине због притиска горњих слојева на доње слојеве. Зато коришћење тако дефинисане порозности у техничким прорачунима задовољава само кад су у питању насипања материјала у виду слојева. Под слојем се овде подразумева запремина материјала много мање висине него што је површина коју насути материјал притискује. Поред тога, порозност материјала зависи и од облика честица, храпавости њихове површине и релативне крупноће честица (односа њихових димензија и димензија запремине V). На пример, у једном цилиндричном суду насути материјал има већу порозност у близини зидова суда него у његовој средини. Кад је у питању већа висина сипкавог материјала, укупну запремину треба

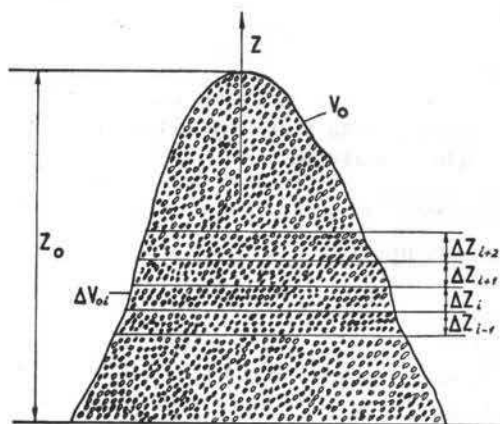
поделити хоризонталним равнима на слојеве и израчунати порозност сваког слоја. На тај начин ће се добити зависност [59]

$$\varepsilon = \varepsilon(z)$$

чија ће примена у техничким прорачунима дати тачније резултате. Ради представе о величини порозности напомнимо да она, на пример, код слободно насутих куглица мале релативне крупноће износи: $\varepsilon = 0,38 - 0,42$. Мање вредности одговарају мањим куглицама, и обрнуто.

Поред густине која је дефинисана као однос масе и запремине која садржи ту масу,

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s}, \quad (7.4)$$



Слика 7.2

Стварна порозност сипкавог материјала

код сипкавих материјала дефинише се и насипна или запреминска густина:

$$\rho_s = \frac{m_s}{V}, \quad (7.5)$$

кад су поре између честица испуњене слободном атмосфером (тада се маса ваздуха у порама занемарује у односу на масу материјала). Користећи претходна два израза, порозност сипкавих материјала у слободној атмосфери може да се напише као

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_s}, \quad (7.6)$$

одакле је

$$\rho_s' = \rho_s (1 - \varepsilon). \quad (7.7)$$

Дакле, увек је $\rho_s' < \rho_s$. Тако је, на пример, код пшенице, зависно од крупноте и квалитета зрна, $\rho_s = (780-860) \text{ kg/m}^3$ и $\rho_s' = 1400 \text{ kg/m}^3$.

7.3. ПРОТОЦИ И КОНЦЕНТРАЦИЈА МАТЕРИЈАЛА У СТРУЈИ ФЛУИДА

За време проучавања хидрауличног и пнеуматског транспорта сипкавих материјала користиће се следеће врсте протока:

— $\dot{m}_f (\text{kg/s})$ и $q_f (\text{m}^3/\text{s})$ масени и запремински проток слободног флуида у мешавини флуид-чврсте честице,

— $\dot{m}_s (\text{kg/s})$ и $q_s (\text{m}^3/\text{s})$ масени и запремински протоци честица материјала ношених флуидом, и

— $\dot{m}_m (\text{kg/s})$ и $q_m (\text{m}^3/\text{s})$ масени и запремински протоци мешавине флуид-чврсте честице.

Очигледно је да постоји једнакост:

$$\dot{m}_m = \dot{m}_f + \dot{m}_s = \text{const.}, \quad (7.8)$$

што представља једначину континуитета мешавине за време транспорта цевоводом. Посебно, кад се струјање носећег флуида у склопу мешавине може сматрати нестишљивим, постоји и следећа једнакост:

$$q_m = q_f + q_s = \text{const.}, \quad (7.9)$$

Разуме се, између масених и запреминских протока постоје везе:

$$\dot{m}_f = \rho_f q_f, \quad \dot{m}_s = \rho_s q_s, \quad \dot{m}_m = \rho_m q_m, \quad (7.10)$$

где је $\rho_m (\text{kg/m}^3)$ густина мешавине флуида и чврстих честица. Поред тих протока, кад су у питању сипкави материјали, дефинише се још и проток материјала сведен на насуту стању. Његова вредност се добија из једнакости: $\dot{m}_s = \rho_s q_s = \rho_s' q_s'$ после коришћења везе (7.7), и она износи:

$$q_s' = q_s / (1 - \varepsilon). \quad (7.11)$$

Из те једначине се види да је $q_s' > q_s$. Израчунавање протока у насутом стању нарочито је корисно приликом хидрауличног транспорта песка ради насипања приобалних терена.

Оно што је порозност сипкавих материјала у насутсм или флуидизованом стању то је концентрација материјала у струји флуида за време хидрауличног и пнеуматског транспорта. У литератури о та два транспорта наводи се, пре свега, запреминска концентрација

$$c_z = q_s / q_m, \quad (7.12)$$

која, дакле, представља однос запреминских протска честица материјала и мешавине, и масена концентрација

$$c_k = \dot{m}_s / \dot{m}_f. \quad (7.13)$$

Она представља однос масених протока честица материјала и флуида у мешавини. У ствари, доследна дефиниција масене концентрације би била

$$c_m = \dot{m}_s / \dot{m}_m. \quad (7.14)$$

Овде се мора напоменути и то да претходна три израза сдређују тзв. рачунске концентрације које су мање од стварних, јер се између флуида и честица материјала појављује релативна брзина. Наиме, флуид и честице материјала прелазе различите путеве за исто време. Због тога се стварне концентрације добијају кад се рачунске концентрације помноже односом v_f / c_s , који је већи од јединице. Код хидрауличног транспорта је релативна брзина флуида у односу на честице материјала мала па се, без бојазни да ће се направити велика грешка, може користити рачунска уместо стварне концентрације. Али кад је у питању пнеуматски транспорт, нарочито зрнастих материјала, релативна брзина ваздуха у односу на честице не може да се занемари па би, по правилу, требало рачунати са стварном концентрацијом. Међутим, то се ретко чини у техничким прорачунима и увек се користи рачунска уместо стварне концентрације.

Иначе, из израза за рачунске концентрације могу се добити следеће везе:

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{\varrho_s}{\varrho_f} \frac{c_z}{1 - c_z}, & c_z &= \frac{c_k}{c_k + \varrho_s / \varrho_f}, \\ c_m &= \frac{c_k}{1 + c_k}, & c_k &= \frac{c_m}{1 - c_m}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Напоменимо да се c_k користи приликом прорачуна и хидрауличног и пнеуматског транспорта, а c_z само приликом прорачуна хидрауличног транспорта јер тада важе једначине (7.8) и (7.9).

Количина материјала у струји флуида је једна од веома важних и утицајних величина на струјање мешавине. Чак се, на пример, према концентрацији c_k пнеуматски транспорт дели на пнеуматски транспорт ниске, средње и високе концентрације. Међутим, може се поставити питање да ли је то оправдано и да ли су овако дефинисане концентрације најпогодније за описивање струјних феномена мешавине. Наиме, кад се посматра израз за c_k види се да је масена концентрација сразмерна односу густина ϱ_s / ϱ_f . Како је код пнеуматског транспорта густина ваздуха много мања од густине материјала, може се приликом прорачуна добити и изразито велика вредност за c_k иако је у питању мало учешће честица материјала у струји ваздуха. Ако следимо законе хидраулике и у случају мешавине флуида и честица материјала, онда се мора дефинисати једна величина која ће показивати који део од укупног проточног

пресека цевовода за време струјања мешавине припада честицама материјала, а који део припада флуиду. Та величина могла би да се назове, на пример, „коэффициентом проточности проточној пресека“ [60], и да се дефинише као;

$$\varphi(z) = A_f(z)/A, \quad (7.16)$$

где је $A_f(z)$ површина кроз коју протиче флуид и A укупни проточни пресек цевовода (сл. 7.3). Коэффициент проточности се мења дуж струјног тока и по величини и по „облику“ јер се дуж струјног тока мења и површина кроз коју протиче флуид. Зато у овом изразу стоји $\varphi(z)$ и $A_f(z)$, будући да се z -оса поклапа са осом цевовода. Како је

$$A_f(z) + A_s(z) = A,$$

то се из претходне дефиниције и ове једнакости добија следећа веза:

$$1 - \varphi(z) = A_s(z)/A. \quad (7.17)$$

Очигледно је да су раније дефинисана концентрација c_k и коэффициент $\varphi(z)$ повезане величине и да вредност једној од њих расте кад другој вредност опада. Заправо, може се из једначина

$$\dot{m}_f = \rho_f q_f = \rho_f v_f A_f = \rho_f v_f \varphi(z) A, \quad (7.18)$$

$$\dot{m}_s = \rho_s q_s = \rho_s c_s A_s = \rho_s c_s [1 - \varphi(z)] A,$$

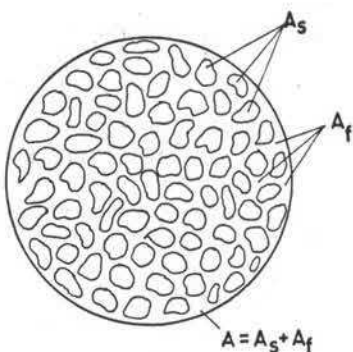
$$c_k = \frac{\rho_s}{\rho_f} \frac{1 - \varphi(z)}{\varphi(z)} \frac{c_s}{v_f}, \quad (7.19)$$

у којој v_f (m/s) и c_s (m/s) представљају стварне средње брзине флуида и честица материјала у одговарајућим проточним пресецима цевовода. Из ове релације се види да c_k опада кад $\varphi(z)$ расте и обратно. Кад $\varphi(z) \rightarrow 1$ тада $c_k \rightarrow 0$. Случај $\varphi(z) \rightarrow 0$ нема физичког смисла. Овде ће се напоменути и то да је $\varphi(z) \approx \varepsilon(z)$ и да су те две величине све ближе једна другој по вредности што је висина материјала, подељена хоризонталним равнима, мања. Из свега овога може се закључити да величина $\varphi(z)$ представља општи параметар који једнозначно одређује заузетост струјног простора компонентама мешавине било да је реч о флуидизацији материјала или о његовом транспорту помоћу флуида.

7.4. ГУСТИНА МЕШАВИНЕ ФЛУИД — ЧВРСТЕ ЧЕСТИЦЕ

Разуме се, може се говорити само о средњој густини мешавине која ће се овом приликом означавати са ρ_m . Струјни параметри мешавине флуида и честица материјала зависе и од њене густине и директно и индиректно преко концентрације честица материјала у струји флуида. Израз за масени проток мешавине може да се напише и као:

$$\rho_m q_m = \rho_s q_s + \rho_f q_f,$$



Слика 7.3

Проточност проточног пресека

добити релација

одакле се, коришћењем везе (7.12), добија образац за израчунавање средње густине мешавине:

$$\varrho_m = \varrho_s c_z + \varrho_f (1 - c_z). \quad (7.20)$$

Ако се, пак, искористи раније изведена веза (7.15) између концентрација c_z и c_k , може се из претходног израза добити и његов следећи облик:

$$\varrho_m = \frac{(c_k + 1) \varrho_s \varrho_f}{\varrho_s + \varrho_f c_k}. \quad (7.21)$$

Наведимо још и то да из претходна два израза следе:

$$c_k = \frac{\varrho_m - \varrho_f}{\varrho_s - \varrho_f}, \quad c_k = \frac{\varrho_s}{\varrho_f} \frac{\varrho_m - \varrho_f}{\varrho_s - \varrho_m}. \quad (7.22)$$

Та два израза користе се, на пример, приликом избора специјалних пумпа помоћу којих се остварује струјање мешавина флуида и честица материјала. Из њих се, заправо, одређује она концентрација материјала у струји флуида која ће обезбедити рад те пумпе по унапред задатој кривој која представља њену карактеристику.

Често се приликом вађења песка из река ради његовог коришћења у грађевинарству или насипања приобалних терена уместо раније дефинисаних концентрација уводи у рачун однос запреминских протока флуида и песка у насутом стању:

$$c_s = q_f / q_s. \quad (7.23)$$

У ствари, c_s одређује потрошњу воде по 1 m^3 песка у насутом стању. Користећи овај параметар, може се за густину мешавине песка и воде добити следећи израз:

$$\varrho_m = \frac{\dot{m}_m}{q_m} = \frac{\varrho_s (1 - \varepsilon) + \varrho_f c_s}{(1 - \varepsilon) + c_s}. \quad (7.24)$$

У пракси је $c_s = 4-6$ кад год се ради о хидрауличном транспорту песка и ситног шљунка.

7.5. БРЗИНА ТАЛОЖЕЊА ЧЕСТИЦА

Под брзином таложења честица неког материјала подразумева се брзина устаљеног кретања „облака честица“ у флуидној средини која мирује у пољу Земљине теже. Ова брзина зависи од крупноће и облика честица, храпавости њихове површине и физичких својстава флуидне средине, као и од броја честица које се истовремено таложе у виду „облака“. Приликом одређивања те брзине полази се од брзине при устаљеном кретању једне једине куглице пречника d , густине ϱ_s у бесконачној флуидној средини густине ϱ_f и кинематичке вискозности ν_f . Једначина устаљеног кретања једне куглице под горе описаним условима гласи:

$$g(\varrho_s - \varrho_f) \frac{d^3 \pi}{6} = c_w \frac{d^2 \pi}{4} \frac{1}{2} \varrho_f v_s^2. \quad (7.25)$$

Ту је c_w коефицијент отпора куглице, а v_s њена брзина кретања кроз бесконачну флуидну средину која мирује. Претходна једначина може да се напише на један од следећа два начина:

$$v_s^2 = \frac{4 g d (s-1)}{3 c_w}, \quad (7.26)$$

$$c_w R_e^2 = \frac{4}{3} Ar, \quad (7.27)$$

где су:

$$s = \rho_s / \rho_f, \quad Re = \frac{v_s d}{\nu_f}, \quad Ar = g \frac{d^3}{\nu_f^2} (s-1). \quad (7.28)$$

Као што се види, у тим изразима учествују и два бездимензијска броја: Re — Рејнолдсов број који је дефинисан у односу на непознату брзину v_s и Ar — Архимедов (*Archymedes*) број, који је последица силе потиска за време кретања куглице. Приметимо да у обе ове формуле улази и коефицијент отпора c_w који зависи само од Re броја, будући да се сматра да је површина куглице глатка а флуидни простор бесконачан. Зависност између коефицијента отпора c_w и Re броја може теоријски да се одреди само за случај да куглица изазива ламинарно поремећајно струјање за време таложења, што ће практично бити само кад је куглица малог пречника и кад се креће споро кроз веома вискозну флуидну средину ($Re < 1$ је услов за коришћење Стоксових (*Stokes*) једначина, које за случај кугле дају следећи израз за силу отпора: $F_w = 3 \pi d \mu v_s$). Изједначењем ове силе отпора са оном која је добијена применом димензијске анализе (то је израз на десној страни једначине 7.25) добија се зависност:

$$c_w = 24 / Re, \quad (7.29)$$

чијом заменом у једначине (7.26) и (7.27), за случај ламинарног поремећајног струјања, имамо:

$$v_s = \frac{g d^2 (s-1)}{18 \nu_f}, \quad (7.30)$$

$$Re = Ar / 18. \quad (7.31)$$

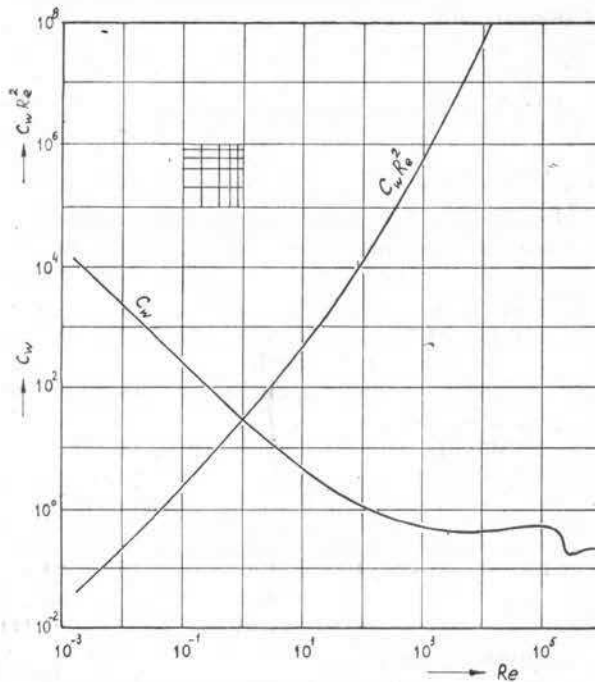
За остале режиме поремећајног струјања зависност $c_w = f(Re)$ може да се одреди само експериментално (сл. 7.4). Као што се на слици види, експерименти потврђују и теоријску Стоксову зависност (7.29) за случај ламинарног поремећајног струјања. Код прелазног поремећајног струјања ($1 < Re < 500$) може се уместо дијаграма користити формула:

$$c_w = 18,5 / Re^{0,6}.$$

У том случају једначине (7.26) и (7.27) доводе до:

$$v_s = \left[0,072 \frac{g d^{1,6}}{\nu_f^{0,6}} (s-1) \right]^{0,714}, \quad (7.32)$$

$$Re = 0,153 Ar^{0,714}. \quad (7.33)$$



Слика 7.4
Коефицијент отпора кугле

Најзад, ако је поремећајно струјање *турбулентно* ($500 < Re < 200000$), тада је $c_w = \text{const.}$, при чему је $c_w = 0,45$ за $500 < Re < 15000$ и, према томе,

$$v_s = 1,72 \sqrt{gd(s-1)}, \quad (7.34)$$

$$Re = 1,72 \sqrt{Ar}, \quad (7.35)$$

односно, $c_w = 0,48$ за $15000 < Re < 200000$ и

$$v_s = 1,67 \sqrt{gd(s-1)}, \quad (7.36)$$

$$Re = 1,67 \sqrt{Ar}. \quad (7.37)$$

Из досадашњег излагања види се да без обзира на то да ли се желе користити формуле за директно одређивање брзине v_s за разне режиме струјања, или формуле за индиректно одређивање брзине v_s преко Re броја, мора се познавати режим поремећајног струјања. То практично значи да се у техничким прорачунима мора претпоставити режим поремећајног струјања, тј. Re број, и после израчунавања брзине v_s проверити усвојена претпоставка. Да би се ово избегло, предложена је универзална формула,

$$Re = \frac{Ar}{18 + 0,61 \sqrt{Ar}}, \quad (7.38)$$

која важи за све режиме поремећајног струјања и из које се, после израчунавања Архимедовог броја у конкретном случају налази Re број и, затим, брзина v_s као: $v_s = v_f Re/d$. Код врло ситних материјала је $Ar < 1$ па се други члан у имениоцу формуле (7.38) може занемарити, у односу на први члан. Тада формула (7.38) прелази, у ствари у формулу (7.31). Код зрнастих материјала је Ar веома велик па се први члан у имениоцу формуле (7.38) може занемарити у односу на други члан. Тада се формула (7.38) приближно поклапа са формулама (7.35) или (7.37).

Трећа могућност за одређивање брзине v_s је коришћење криве $c_w Re^2 = f(Re)$, која је, такође, приказана на слици 7.4. Наиме, за сваки материјал познате густине ρ_s и крупноће d , и флуидну средину познате густине ρ_f и кинематичке вискозности ν_f може се израчунати Архимедов број и, затим, вредност $c_w Re^2$ без обзира на режим поремећајног струјања. Свакој вредности $c_w Re^2$ одговара на дијаграму једна одређена вредност коефицијента отпора c_w на кривој $c_w = c_w(Re)$, као и вредност Re броја на апсциси. Сасвим је свеједно да ли ће се према прочитаној вредности c_w са дијаграма израчунати брзина v_s коришћењем формула за директно израчунавање ове брзине, или ће се према прочитаној вредности Re броја на апсциси израчунати брзина v_s као: $v_s = v_f Re/d$.

Подсетимо се да смо на овај начин добили брзину кретања — таложења једне једине куглице у бесконачној флуидној средини која мирује у пољу Земљине теже. Да бисмо добили вредност ове брзине за стварну честицу, потребно је познавати коефицијент отпора стварне честице чији облик мање или више одступа од куглице. То се практично постиже на тај начин што се у изведеној једначини за v_s уместо коефицијента отпора c_w за куглицу рачуна са његовом вредношћу која се одређује из обрасца:

$$c_w = \frac{24}{0,843 Re \log(\phi_s/0,065)}, \quad (7.39)$$

за случај да честица за време таложења изазива *ламинарно* поремећајно струјање, односно

$$c_w = 5,33 - 4,88/\phi_s^2, \quad (7.40)$$

за случај да честица за време таложења изазива *турбулентно* поремећајно струјање.

За одређивање коефицијента отпора c_w честице која за време таложења изазива *прелазно* поремећајно струјање користи се табела 7.3.

Табела 7.3 [61]

ϕ_s	c_w			
	$Re=1$	$Re=10$	$Re=100$	$Re=400$
0,670	28	6,0	2,2	2,0
0,806	27	5,0	1,3	1,0
0,846	27	4,5	1,2	0,9
0,906	27	4,5	1,1	0,8
1,000	26,5	4,1	1,07	0,6

Напоменимо да се коефицијент ϕ_s практично може израчунати само за честице које имају облик правилних геометријских тела.

За израчунавање брзине таложења несферичних честица у употреби је и следећа формула [61]:

$$v_s = \frac{g d^2 (\rho_s - \rho_f)}{18 \mu} \frac{1}{\phi^2(Re)}. \quad (7.41)$$

Вредности функције $\phi(Re)$ дате су у зависности од Re броја, за честице правилног геометријског облика, у табели 7.4.

Табела 7.4

Re	0,1	0,316	1	3,16	10	31,6	100	316	1000	3160	10000
Кугла	1	1,003	1,070	1,148	1,323	1,623	2,06	2,74	4,33	7,26	12,91
Цилиндар	0,92	—	—	—	—	—	2,14	3,10	4,83	8,85	16,39
Коцка	1	—	—	—	1,398	1,852	2,52	4,01	7,35	—	—
Октаедар	1	—	—	—	1,323	1,672	2,24	3,38	6,12	—	—

Напомена: цилиндар је дужине $5d$.

Јасно је да је брзина таложења једне честице у ограниченем простору мања него у бесконачној флуидној средини због утицаја граница тог простора. Може се и теоријски показати да ће брзина таложења куглице дуж осе вертикалног цилиндричног суда пречника D износити:

$$v'_s = v_s (1 - d^2/D^2). \quad (7.42)$$

Најзад, експериментално је одређен и корекциони фактор који узима у обзир и концентрацију честица у „облаку“ за време таложења. Користећи Клаусов (*Clauss*) корекциони фактор [62], брзина таложења „облака“ честица у флуидној средини која мирује у пољу Земљине теже израчунава се помоћу формуле:

$$v_{,s} = v_s (1 - d^2/D^2) \exp(-2,6 c_2). \quad (7.43)$$

У литератури се наводи и корекциони фактор Њувита (*Newitt*) чијим се коришћењем за брзину таложења „облака“ честица добија:

$$v_{ss} = v_s (1 - d^2/D^2) (1 - c_2)^{2,4}. \quad (7.44)$$

Лако је проверити да те две формуле дају приближно исте вредности за брзину v_{ss} за оне концентрације које се у пракси и остварују.

Најзад, у табели 7.5 наводи се густина, запреминска густина и брзина таложења у ваздуху који мирује за неке прашинасте и зрнасте материјале, који се излажу флуидизацији или се хидраулично или пнеуматски транспортују.

Табела 7.5

Материјал	Средњи еквивал. пречник	Густина	Запреминска густина	Брзина таложења
	$d(\text{mm})$	$\rho_s(\text{kg/m}^3)$	$\rho_e(\text{kg/m}^3)$	$v_s(\text{m/s})$
Брашно (пшенично)	0,16	1410	560	1—1,5
Брашно (пшенично)	0,16—0,20	1410	600	1,2—1,5
Брашно (пшенично)	0,20—0,80	1410	670	1,3—2,0
Брашно (рибље)	—	1240—1300	550—700	—
Хеља (семе)	3—3,5	1180—1280	510—700	—
Цемент	0,06—0,08	2850—3200	950—1500	0,25—0,35
Јечам	3,5—4,2	1230—1300	600—700	8—10
Конопља (семе)	3	930	560	11
Кукуруз	8—8,5	1240—1350	700—800	12—13,5
Креч (прах)	0,02	2350	450	—
Какао (прах)	0,13	900—1300	510—720	—
Каолин	0,01—0,04	—	560—640	2,2—3,0
Кокс	5	1250—1400	300—500	7,5
Лан (семе)	—	1120	630—730	9,5
Мак (семе)	1,5	1070	590	7
Мекиње	—	—	250—300	2—2,5
Овас	2,5—4,0	1130—1250	400—500	11—12,5
Песак (речни)	0,3	2650	1800	2,2
Песак (груби)	0,9	2650	1450—1850	5,6
Песак (кварцни)	0,5—0,75	2500	1800	2,8
Пиринач (глазирани)	2,25	1430	400—650	8,5—10
Просо	2,10	1250—1400	650—700	9,8—11
Пшеница	3,9—4,5	1270—1490	650—860	9,8—11
Пепео (летећи)	0,02—0,20	2150—2250	650—750	0,35—0,40
Раж	3—3,5	1260—1440	660—800	8,5—12
Слачица	1,6	1170	680	10,5
Соја	5	1350—1450	600—750	7—8
Сапун (прах)	0,01—0,04	—	560—640	2,2—3,0
Талк	0,01	2600—2850	560—950	0,5—0,8
Шљака	0,8	3000	610—1000	2,5
Штирак (пшенични)	0,05	1480—1630	400—700	—
Штирак (кукурузни)	0,06	1530—1620	550	—
Шећер (кристал)	0,5—1,5	1580—1800	720—880	8—11
Угаљ (прах)	0,07	1400—1600	650—780	0,15
Камени угаљ	3—5	1500	800	—

ФЛУИДИЗАЦИЈА СИПКАВИХ МАТЕРИЈАЛА

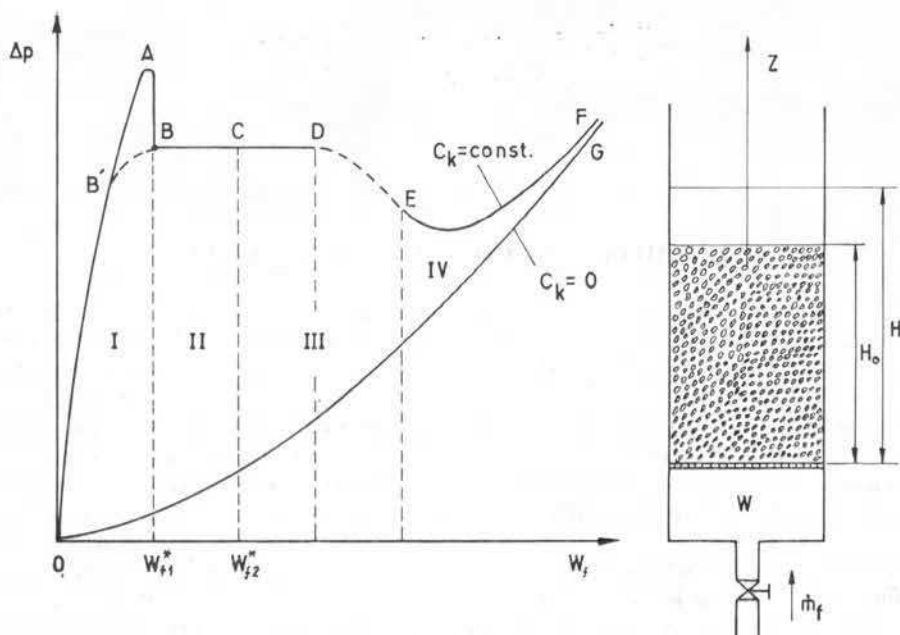
Под флуидизацијом сипкавих материјала подразумева се оно хидромеханичко стање система флуид-чврсте честице које се остварује за време струјања флуида кроз простор између честица материјала које мирују. Постоје још два хидромеханичка стања система флуид-чврсте честице: прво се остварује приликом кретања честица материјала кроз флуидну средину која мирује (*шаложење*) и друго, кад се и флуид и честице материјала крећу различитим брзинама (*хидраулични и пнеуматски транспорт*). С обзиром на задатак ове књиге, даље ће бити речи само о флуидизацији и хидрауличном и пнеуматском транспорту. У литератури се та хидромеханичка стања система флуид-чврсте честице проучавају независно мада је, у ствари, реч о истом феномену. Касније ће бити показано да је могућно коришћењем стварне релативне брзине флуида у односу на честице материјала, коефицијента проточности проточног пресека дефинисаног изразом (7.16) и одговарајућег Рејнолдсовог броја, сва хидромеханичка стања система флуид-чврсте честице описати истим једначинама у којима ће само одређени струјни параметри имати друге бројне вредности.

Флуидизацију је као поступак први патентирао Д. Робинзон (*Robinson*) 1879. године (*Patent USA 212508*). Примењена је за време пржења руде. Затим су је И. Кард (*Card*) и Ј. Деин (*Dain*) 1884. године патентирали као поступак за оплемењивање руде злата (*Patent USA 300042*). За потребе транспорта, и то у хоризонталном правцу, флуидизацију је патентирао Ј. Доџ (*Dodge*) 1895. године (*DRP 88402*). Уређај којим се то остварило и којим се и данас остварује назван је пнеуматским коритом (*Pneumatische Förderrinne, Fluidized Bed Conveying*, Аэрожелоб). Данас се флуидизација користи и за пнеуматски транспорт вертикално навише (*флуид-лифт*), као и за интензификацију термичких и дифузионих процеса у разним гранама индустрије. Најчешће се обавља у пољу Земљине теже и у пољу центрифугалних сила.

8.1 ФИЗИЧКИ ПРИКАЗ ХИДРОМЕХАНИЧКИХ СТАЊА СИСТЕМА ФЛУИД — ЧВРСТЕ ЧЕСТИЦЕ

Нека се, на пример, у једном цилиндричном суду, или у вертикалној цеви константног пречника, изнад порозног дна налази сипкави материјал познатих физичких својстава (слика 8.1). Порозно дно задржава материјал у суду и обавља равномерну расподелу флуида по попречном пресеку суда. Флуид се доводи испод порозног дна, чији се притисак и количина могу подешавати помоћу вентила и на тај начин остваривати различити интензитети контакта

флуида и честица материјала. При малим протоцима флуида, до којих долази у почетку његовог довођења испод порозног дна, биће мале и брзине флуида између честица материјала. Зависност између пада притиска дуж струјног тока



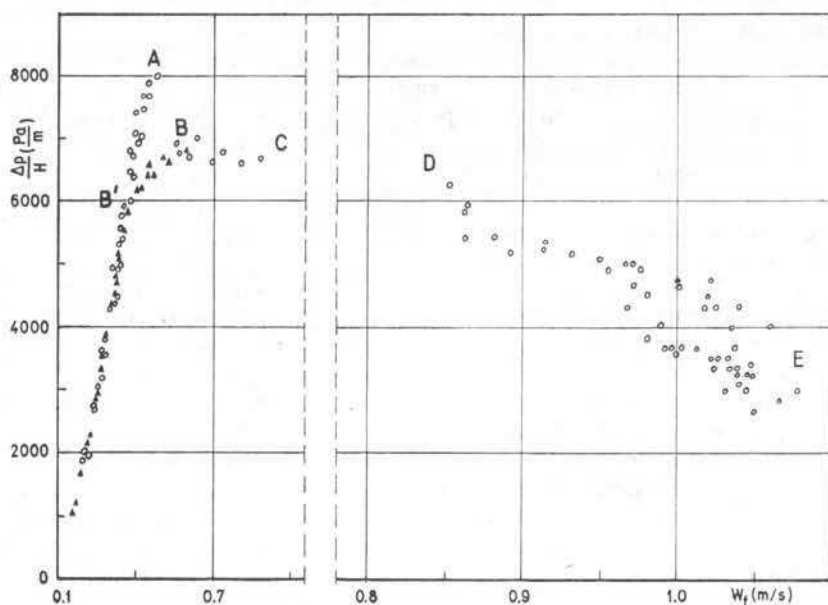
Слика 8.1 [63]
Фазни дијаграм

и стварне средње брзине флуида између честица материјала приказана је линијом OA на датом дијаграму. Да ли ће OA бити права или крива линија зависи од режима струјања флуида између честица материјала. Ако је то струјање ламинарно, линија OA биће права, односно параболнична крива ако је струјање флуида између честица материјала турбулентно. Очигледно је да ће режим струјања флуида између честица материјала зависити не само од вредности стварне брзине већ и од крупноће честица, јер од њихове крупноће зависи величина проточних пресека „струјних цеву“ формираних порама између честица материјала. Међутим, сигурно је да је почетак линије OA увек права линија без обзира на крупноћу и облик честица, јер се при веома малим почетним протоцима флуида не може постићи његово турбулентно струјање. Линија OA остварује се за време флуидизације материјала у насутом стању при константној средњој порозности $\varepsilon_0 = (V_0 - V_s)/V_0$. Сила трења флуида о честице материјала није довољна да изазове промену положаја честица и да на тај начин доведе до промене порозности ни по величини ни по облику у односу на порозност која одговара насутом стању материјала. Тек кад се отварањем вентила достигне брзина w_{f1}^* (названа првом критичном брзином флуидизације) порозност материјала ће се променити, и то само по „облику“, јер материјал све до тачке A заузима исту запремину и зато се порозност неће променити по величини. Постизањем прве критичне брзине флуидизације порозност добија повољнији „облик“ у хидромеханичком смислу, јер се у том тренутку пре-

кида механичка веза између честица због њиховог „постављања“ у правцу најмањег отпора. У овом се тренутку пад притиска дуж струјног тока нагло смањује за вредност AB , што у пракси износи 10—15% зависно од физичких својстава материјала који се излаже флуидизацији. Повећавањем брзине w_f изнад w_{f1}^* повећава се и порозност материјала у суду јер његова висина сада расте. Повећање брзине флуида изазива пораст пада притиска дуж струјног тока, док повећање порозности материјала изазива његово смањење. Изгледа да је повећање пада притиска дуж струјног тока услед повећања брзине флуида једнако његовом смањењу због повећања порозности. Због тога је зависност BC права линија паралелна апсиси w_f . Остварена је, дакле, флуидизација материјала при повећаној порозности $\varepsilon > \varepsilon_0$ и она се у пракси постиже, на пример, за ерме транспорта пнеуматским коритом. То стање траје све до друге критичне брзине флуидизације w_{f2}^* при којој најситније честице почињу да напуштају суд одлазећи са флуидом вертикално навише. У тренутку остваривања брзине w_{f2}^* постиже се највећа висина материјала у суду, а тиме и највећа порозност. Каже се да је материјал потпуно флуидизован. Ако се у том тренутку оствари одређен натпритисак изнад материјала и на тај начин спречи изнешење из суда најситнијих честица, добиће до кретања материјала у виду флуидизованог „стуба“. Сталним довођењем нове количине материјала изнад порозног дна (што је технички решено) остварује се непрекидан транспорт материјала на бази флуидизације, који се у примени назива флуид-лифтс (зависност CD на дијаграму). Повећањем брзине изнад оне која одговара тачки D долази се до једног новог вида кретања флуидизованог материјала. Наиме, има се утисак да материјал кључа и да се креће на принципу „два корака напред, један корак назад“ (крива DE). Далјим повећањем брзине w_f изнад оне која одговара тачки E долази се до класичног пнеуматског транспорта у виду једне ретке мешавине флуида и чврстих честица (крива EF). Разуме се, уместо суда овом приликом била би вертикална цев. Што је брзина флуида већа, то је и крива EF ближе параболи која одговара турбулентном струјању чистог флуида (крива OG). Постепеним затварањем вентила може се остварити повратни процес. Наиме, од једне релативно ретке мешавине флуида и чврстих честица (крива EF) добила би се најпре крива $FE'E$ па, затим, крива $EDCBB'O$. Запажа се да ова повратна флуидизација не иде увек по кривој која одговара постепеној флуидизацији. Одступања се јављају приликом преласка са ретког пнеуматског транспорта на транспорт на бази флуидизације и приликом преласка из једног потпуно флуидизованог стања у насуте стање. То неподударање кривих директне и повратне флуидизације последица је промене структуре струјног простора између честица, који од једног спољашњег опструјавања честица прелази у струјни простор карактеристичан за унутрашњу хидраулику. До пораста пада притиска за BA у тренутку остваривања прве критичне брзине при повратној флуидизацији не може да дође јер су честице већ постављене у правцу најмањег отпора. Ова појава је и експериментално потврђена у радсвима [64] и [65] приликом флуидизације више прашинастих и зрнастих материјала. Овсм приликом се наводе дијаграми само за натријум-триполифосфат (као прашинасти материјал) и за песак (као зрнасти материјал).

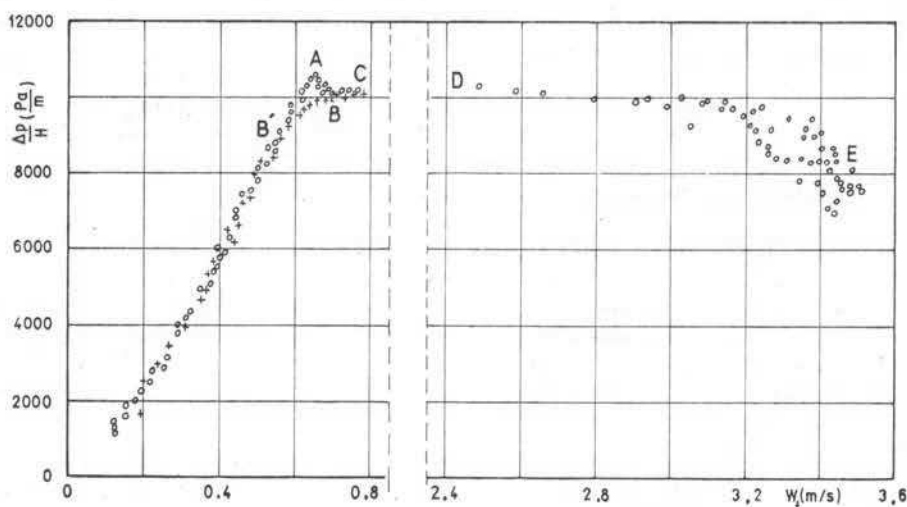
Са дијаграма 8.1 може се видети неколико ствари. Прво, да постоје следећа хидромеханичка стања система флуид-чврсте честице: I — флуидизација материјала у насутом стању при константној порозности ε_0 ; II — потпуна флуидизација материјала којој одговара $\varepsilon_{II} > \varepsilon_I = \varepsilon_0$; III — пнеуматски транспорт на бази флуидизације при $\varepsilon_{III} > \varepsilon_{II}$ и IV — летећи пнеуматски транспорт разређеног

материјала. Друго, да крива отпора за време струјања флуида кроз порозни материјал лежи изнад криве која одговара струјању флуида кроз исти простор кад у њему не би било ниједне честице. Треће, да је разлика између падсва



Слика 8.2 [64]

Зависност $\Delta p - w_f$ за натријум-триполифосфат



Слика 8.3 [65]

Зависност $\Delta p - w_f$ за песак

притиска при истој брзини, који одговарају струјању флуида кроз порозни материјал и кроз исти простор без честица, највећа у тренутку постизања прве критичне брзине флуидизације, односно да је најмања за случај летећег пнеуматског транспорта разређеног материјала. И четврто, да са спадањем концентрације крива отпора која одговара струјању мешавине тежи кривој отпора чистог флуида кроз тај исти струјни простор.

8.2. ОДРЕЂИВАЊЕ ПАДА ПРИТИСКА ЗА ВРЕМЕ ФЛУИДИЗАЦИЈЕ

Раније је речено да притисак и количина флуида у систему флуид-чврсте честице одређују интензитет флуидизације. Притисак флуида испод порозног дна, на пример, може да се израчуна кад се претходно нађе пад притиска флуида за време струјања кроз слој материјала и пад притиска флуида приликсм његовог проласка кроз порозно дно. Порозно дно заправо представља *ист ални* отпор, а одређивање пада притиска у њему своди се на израчунавање производа

$$\Delta p_{pd} = \zeta w, \quad (8.1)$$

у коме је ζ коефицијент отпора порозног дна, а w (m/s) брзина флуида у односу на његову површину. Вредности коефицијента отпора ζ дате су у табели 8.1 [66] за најчешће примењивана порозна дна приликсм флуидизације прашинастих и зрнастих материјала.

Табела 8.1 [66]

Врста порозног дна	Дебљина (mm)	ζ
Импрегнирано ланено платно	0,7	2650
Синтеровани материјал	6,3	3430
Памучна филтерска тканина	2,0	3830
Пресована вуна од грубих влакана	13,0	5100
Порозна плоча од керамике	20,0	6770
Специјална жичана мрежа	—	8830
Јутано грубо воштано платно	0,9	10400
Шестослојна памучна трака	6,8	14100
Шестослојна памучна трака са једним слојем ланеног платна	7,4	18640
Обична техничка тканина са једним слојем ланеног платна	13,8	22000
Осмослојни погонски памучни каиш	10,6	29000
Порозна плоча од ливеног алуминијума	19,0	33000
Пресована вуна премазана минијумом са једне стране	13,5	34140

Међутим, пад притиска флуида за време струјања кроз простор између честица зависи од режима струјања. У литератури се наводи велики број формула за његово израчунавање (погледати, на пример, [67]) које су добијене на разне начине. Козени (*Kozeny*) [68] је међу првима, користећи Хаген-Поазејев (*Hagen-Poiseuille*) образац за пад притиска у цевима при ламинарном струјању,

дошао до формуле за израчунавање пада притиска за време прстигања флуида кроз простор између честица:

$$\frac{\Delta p}{H_0} = 36 k \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3 d^2} \mu_f w. \quad (8.2)$$

Овде је: H_0 (m) висина слоја куглица, ε_0 порозност слоја, d (m) пречник куглица, μ_f (Ns/m²) динамичка вискозност флуида и w (m/s) брзина флуида средена на цео попречни пресек суда за флуидизацију. Доста касније је Карман (*Carman*) [69] нашао да је вредност онстанте $k=5$ ($36k=180$), да би Лева (*Leva*) [70] ту вредност кориговао на $k=5,5$ ($36k \approx 200$). Тако је настала позната Козени-Карманова формула;

$$\frac{\Delta p}{H_0} = 200 \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3 d^2} \mu_f w. \quad (8.3)$$

Затим је Карман [71] уопштио ову формулу и за прелазно и турбулентно струјање флуида кроз простор између честица, дошавши до једначине

$$\frac{\Delta p}{H_0} = 180 \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3 d^2} \mu_f w + 4 \frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0^3 d} \frac{\rho_f w^2}{2}. \quad (8.4)$$

Сличну једначину су извели и експериментално потврдили Ергун (*Ergun*) и Орнинг (*Orning*) [72], и она гласи:

$$\frac{\Delta p}{H} = 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3 d^2} \mu_f w + 3,5 \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3 d} \frac{\rho_f w^2}{2}. \quad (8.5)$$

Овде је изостављен индекс o код H и ε , јер се њихова формула може применити за све вредности брзине између 0 и w_{f2}^* . Први члан у једначинама (8.4) и (8.5) одређује пад притиска услед вискозног трења, док је други члан последица турбуленције. Зато се код ламинарних струјања други члан у овим једначинама може занемарити у односу на први члан, односно код турбулентних струјања њихов први члан у односу на други члан. Веза између прикладне брзине w у претходним формулама и стварне средње брзине w_f у односу на стварни проточни пресек A_f следи из једначине за проток:

$$\dot{m}_f = \rho_f w_f A_f = \rho_f w A.$$

Коришћењем израза (7.16) добија се тражена веза у облику:

$$w_f = \frac{w}{\varphi} \approx \frac{w}{\varepsilon}. \quad (8.6)$$

Битно је овде напоменути да се приликом коришћења наведених једначина режим струјања флуида кроз простор између честица материјала одређује према вредности Рејнолдсовог броја дефинисаног као:

$$Re = \frac{w d}{\nu_f}. \quad (8.7)$$

Струјање је ламинарно ако је $Re < 10$, прелазно ако је $10 < Re < 500$ и турбулентно за $Re > 500$. Међутим, Re број дефинисан изразом (8.7) нема физички смисао

у односу на појаву која се проучава па је, према тсме, начин примене наведених једначина у најмању руку дискутабилан. Исто тако треба приметити да ни у једној претходној формули за пад притиска не учествује виједна величина која одређује обим струјног простора (на пример, пречник цеви или суда за флуидизацију). То је лако доказати коришћењем димензијске анализе. Наиме, размишљајући од чега све може да зависи пад притиска флуида за време струјања кроз простор између честица материјала, можемо написати следећу зависност:

$$F(\Delta p, H, \varrho_f, v_f, \varphi, d, D, w_f) = 0,$$

у којој се први пут појављује D као величина која одређује границу струјног простора.

Та једначина може да се упрости кад се у разматрање уведе хидраулични радијус проточног пресека [60]:

$$R_h = \frac{A_f}{D\pi + n_s d\pi},$$

где је n_s број затечених („пресечених“) честица у посматраном проточном пресеку. Дакле, из једнакости

$$A = A_f + n_s \frac{d^2 \pi}{4}, \quad A = \frac{D^2 \pi}{4},$$

коришћењем (7.16), добија се

$$n_s = [1 - \varphi(z)] \left(\frac{D}{d} \right)^2,$$

па је

$$R_h = \frac{d}{4} \frac{\varphi(z)}{\frac{d}{D} + [1 - \varphi(z)]}, \quad (8.8)$$

уз напомену да је $\varphi(z) \approx \varepsilon(z)$ кад се висина слоја подели на велики број делова. Види се да $R_h \rightarrow D/4$ кад $\varphi(z) \rightarrow 1$, тј. кад из струјног простора ишчезне и последња честица. Према томе, Рејнолдсов број треба да гласи:

$$Re = \frac{4 R_h w_f}{v_f} = \frac{\varphi(z)}{\frac{d}{D} + [1 - \varphi(z)]} \frac{w_f d}{v_f}. \quad (8.9)$$

Такође се види да је

$$\lim_{\varphi \rightarrow 1} Re = \frac{wD}{v_f},$$

јер тада и $w_f \rightarrow w$, према (8.6), а $\varphi \rightarrow 1$ кад и последња честица напушта проточни пресек цеви или суда за флуидизацију. Последњи израз, заправо представља Re број у проточном пресеку струјног простора, који је једнозначно одређен пречником D и у коме је средња брзина флуида једнака w .

Према томе, уместо функције којом смо започели димензијску анализу можемо да посматрамо зависност

$$F\left(\frac{\Delta p}{H}, \varrho_f, v_f, R_h, w_f\right) = 0,$$

при чему је, ради даљег смањења броја променљивих, узет јединични пад притиска уместо његове укупне вредности. Последња једначина може да се напише и као

$$\frac{\Delta p}{H} = C \varrho_f^x v_f^y R_h^z w_f^n, \quad (8.10)$$

у којој је C за сада неодређена константа, а x, y, z, n , изложници који су, у ствари, одређени димензијом леве стране једначине (8.10). Наиме, из једнакости димензија леве и десне стране ове једначине следи: $x=1, y=2-n, z=n-3$. Заменом нађених вредности за x, y, z заједно са R_h из (8.8) у последњу једначину добија се:

$$\frac{\Delta p}{H} = C \varrho_f v_f^{2-n} \left[\frac{4}{d} \frac{\frac{d}{D} + [1 - \varphi(z)]}{\varphi(z)} \right]^{3-n} w_f^n. \quad (8.11)$$

Зна се да је у *ламинарном* подручју $\Delta p \sim w$, на основу чега се закључује да је тада $n=1$, па једначина (8.11) гласи

$$\frac{\Delta p}{H} = C \left[\frac{\frac{d}{D} + [1 - \varphi(z)]}{\varphi(z)} \right]^2 \mu_f w_f. \quad (8.12)$$

Ова једначина би се формално поклопила са Козенијевом формулом (8.2) кад би било $d \ll D, \varphi \approx \varepsilon_0$ и $C=2,25 k$. Међутим, услов $d \ll D$ не мора бити увек испуњен. У *турбулентном* подручју је $\Delta p \sim w^2$, на основу чега се закључује да је у том случају $n=2$, па једначина (8.11) постаје:

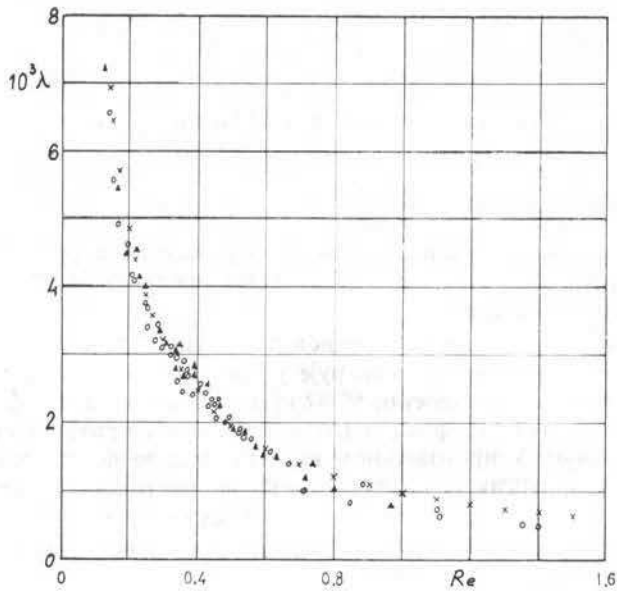
$$\frac{\Delta p}{H} = 8 C \frac{\frac{d}{D} + [1 - \varphi(z)]}{\varphi(z) d} \frac{\varrho_f w_f^2}{2}. \quad (8.13)$$

За $d \ll D, \varphi \approx \varepsilon_0$ (слој веома ситног материјала) ова једначина се формално поклапа са другим чланом на десној страни Козени-Карманове једначине (8.4), или Ергун-Орнингове једначине (8.5). Међутим, између једначина (8.4) и (8.5), с једне стране, и једначине (8.11), с друге стране, постоји суштинска разлика. У константи C једначине (8.11) садржан је коефицијент трења флуида о све површине које он оквашује у струјном простору, док је у константи k у Козенијевој формули садржан само коефицијент трења флуида о честице материјала (куглице) које представљају „испуну“ струјног простора. Друго, из формула Козени-Кармана и Ергун-Орнинга се добија да $\Delta p \rightarrow 0$ кад $\varepsilon_0 \rightarrow 1$, док из формуле (8.13) следи:

$$\lim_{\varphi \rightarrow 1} \Delta p = 8 C \frac{H}{D} \frac{\varrho_f w^2}{2} = \lambda \frac{H}{D} \frac{\varrho_f w^2}{2}.$$

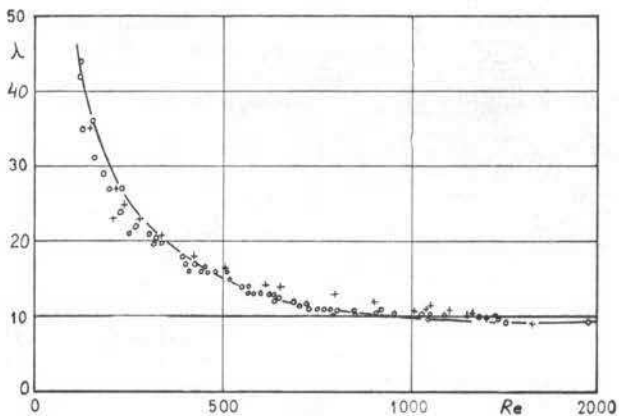
Дакле, добили смо познату Дарсијеву (*Darcy*) формулу за пад притиска услед трења у цеву пречника D , дужине $L=H$, кроз коју протиче флуид средњом брзином w . Заиста је, после ишчежавања и последње честице из струјног простора остала само унутрашња површина струјног простора о коју се флуид таре.

На основу до сада реченог, излази да је једино формула (8.11) комплетна и физички коректна и зато је треба првенствено користити (стављајући за случај слоја да је $\varphi \approx \varepsilon_0$; за случај транспорта мора се познавати зависност $\varphi(z)$ за сваки материјал). Коришћењем формуле (8.13), мерењима је установљена зависност између коефицијента трења $\lambda = 8 C$ и Re броја дефинисаног изразом (8.9). Та зависност је за натријум-триполифосфат (као прашинасти материјал) и за песак (као зрнасти материјал) приказана на сликама 8.4 и 8.5.



Слика 8.4 [64]

Коефицијент трења за време флуидизације натријум-триполифосфата



Слика 8.5 [65]

Коефицијент трења за време флуидизације песка

Сви до сада изведени изрази за израчунавање пада притиска приликом флуидизације важе за случај нестишљивог струјања флуида кроз простор између честица материјала. Ако се стишљивост флуида за време флуидизације мора узети у обзир, тада би притисци p_1 на почетку слоја и p_2 на крају слоја били повезани једначинсм;

$$p_1^2 - p_2^2 = Z_m RT \left(\frac{\dot{m}_f}{A} \right)^2 \left[\frac{\lambda (1 - \varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3 d} H + 2 \ln \frac{w_2}{w_1} \right], \quad (8.14)$$

где је:

$$\frac{\dot{m}_f}{A} = \rho_1 w_1 = \rho_2 w_2.$$

Сагласно досадашњим критеријумима за утврђивање режима струјања је $n=1$ и

$$\lambda = \frac{400}{Re}, \quad Re = \frac{w_1 d \rho_1}{\mu_f} = \frac{w_2 d \rho_2}{\mu_f}, \quad (8.15)$$

за ламинарно струјање и $n=2$ и $\lambda = \text{const.}$ за турбулентно струјање флуида кроз простор између честица материјала. При томе вредност константе зависи од крупноће и облика честица.

Најзад, приликом објашњења феномена флуидизације речено је да се потпуна флуидизација материјала ствараје у тренутку достизања прве критичне брзине флуидизације w_{f1}^* (односно, $w^* = \varepsilon w_{f1}^*$). Сипкави материјал у том тренутку добија нека својства флуида (лака течљивост, притисак се мења као у флуиду који мирује). У произвољном пресеку суда за флуидизацију $A(z)$ (сл. 8.6)) тада влада притисак p , односно $p+dp$ на растојењу $z+dz$ од порозног дна суда. Равнотежа сила у овом тренутку доводи до једначине:

$$-A(z) dp = F dm_s,$$

у којој је F спољашња сила по јединици масе честица материјала ($F=g$ ако се флуидизација обавља у пољу Земљине тежине), а dm_s тзв. ефективна маса честица материјала

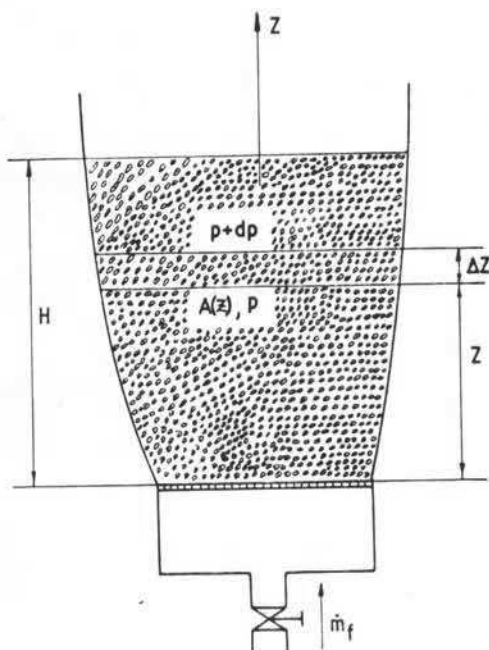
$$dm_s = (\rho_s - \rho_f) dV_s = (\rho_s - \rho_f)(1 - \varepsilon) dV = (\rho_s - \rho_f)(1 - \varepsilon) A(z) dz.$$

Ако се флуидизација обавља гасем, тада је $\rho_f \ll \rho_s$, па је

$$-A(z) dp = d\rho_s (1 - \varepsilon) A(z) dz.$$

Решење те диференцијалне једначине, за $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const.}$ (што је испуњено у тренутку достизања прве критичне брзине) гласи:

$$\Delta g_{sl} = g \rho_s (1 - \varepsilon_0) H_0. \quad (8.16)$$



Слика 8.6

У области потпуне флуидизације ($w_{f1}^* \leq w_f \leq w_{f2}^*$) је $\Delta p_{st} = \text{const.}$ па из (8.16) следи:

$$(1 - \varepsilon) H = (1 - \varepsilon_0) H_0. \quad (8.17)$$

Одавде се може израчунати тренутна порозност ε потпуно флуидизованог материјала уколико се зна одговарајућа висина H коју материјал има у суду у том тренутку. Почетно стање одређено са ε_0 и H_0 увек је познато. Међутим, из тог израза не може да се одреди зависност између тренутне порозности материјала и брзине гаса којим се обавља флуидизација. Тешкоће долазе првенствено због тога што је струјање гаса кроз простор између честица материјала нестационарно за свако $w_f \geq w_{f1}^*$. У овој области је $Re = f(Ar, \varepsilon)$, при чему се облик те функције теоријски може само донекле одредити. Како се то успева, биће касније показано.

8.3. ОДРЕЂИВАЊЕ ПРВЕ КРИТИЧНЕ БРЗИНЕ ФЛУИДИЗАЦИЈЕ

Прва критична брзина флуидизације (w_{f1}^* или $w_1^* = \varepsilon w_{f1}^*$) игра веома важну улогу за време прорачуна свих поступака и процеса у којима је флуидизација њихова основа. Та брзина, заправо, дели флуидизацију на ону која се обавља при константној порозности материјала ($0 < w_f < w_{f1}^*$) од оне која се обавља при његовој променљивој порозности ($w_{f1}^* \leq w_f \leq w_{f2}^*$). У овом другом случају, порозност материјала се мења и по величини и по „облику“. Њен „облик“ постаје све повољнији у хидромеханичком смислу што је брзина w_f флуида већа.

За одређивање прве критичне брзине флуидизације користе се разне формуле. Оне су добијене или статистичком обрадом експерименталних података, или чисто теоријским путем коришћењем оних законитости које су откривене проучавањем феномена флуидизације. Овом приликом биће наведене обе врсте формула за одређивање прве критичне брзине флуидизације.

Макс Лева (*Max Leva*) [73] на пример полази од једнакости пада притиска оствареног у тренутку постизања прве критичне брзине (8.16) и пада притиска добијеног коришћењем Козенијеве једначине (8.3) која важи за свако $0 < w \leq w_1^*$. Дакле из једнакости

$$\frac{200(1 - \varepsilon_0)^2}{(\phi_s d)^2 \varepsilon_0^3} \mu_f w_1^* = g \varrho_s (1 - \varepsilon_0),$$

одмах се добија израз за прву критичну брзину флуидизације

$$w_1^* = \frac{\phi_s^2 \varepsilon_0^3}{200(1 - \varepsilon_0)} \frac{d^2 \varrho_s g}{\mu_f}. \quad (8.18)$$

На основу великог броја експерименталних података Лева сад успоставља зависност

$$\frac{\phi_s^2 \varepsilon_0^3}{200(1 - \varepsilon_0)} = \frac{0,0007}{(Re^*)^{0,063}} = \frac{0,0007 \nu_f^{0,063}}{(w_1^* d)^{0,063}}$$

после чијег се коришћења из (8.18) дефинитивно добија формула

$$w_1^* = 9,23 \cdot 10^{-3} \frac{d^{1,82}}{\nu_f^{0,88}} \left(\frac{\varrho_s}{\varrho_f} \right)^{0,94}. \quad (8.19)$$

Напоменимо да се та формула сме користити само кад је струјање гаса кроз простор између честица ламинарно, јер Козенијева једначина (8.3) важи само за ламинаран режим струјања. То практично значи да израчуната брзина w_1^* мора дати $Re^* < 10$. Иначе, формула (8.19) може да се напише и у бездимензијском облику. Довољно је помножити њену леву и десну страну са d/v_f па ће се добити

$$Re^* = 1,08 \cdot 10^{-3} Ar^{0,94}, \quad (8.20)$$

где је, због флуидизације гасом,

$$Ar = g \frac{d^3}{v_f^2} \frac{\rho_s}{\rho_f}.$$

Ради успостављања формуле за одређивање прве критичне брзине за случај прелазног и турбулентног струјања гаса кроз простор између честица материјала, требало би поћи од неког израза за пад притиска који важи за ове режиме струјања. Међутим, то практично није могућно јер не постоји општа аналитичка зависност између коефицијента трења и Re броја, која би важила за све реалне материјале. Зато Лева [73] предлаже формулу (8.19) и за одређивање прве критичне брзине и за случај прелазног и турбулентног струјања гаса кроз простор између честица, али на следећи начин. Најпре треба израчунати брзину w_1^* помоћу формуле (8.19) и, затим, наћи $Re^* = w_1^* d/v_f$. Ако се добије да је $Re^* < 10$, онда је струјање гаса кроз простор између честица *ламинарно* и та се брзина може користити у даљим техничким прорачунима. Ако се, пак, добије да је $Re^* > 10$, онда се налази корекциони фактор

$$\psi = 1,775 (Re^*)^{-0,272}$$

којим се множи израчуната вредност десне стране формуле (8.19). Оно што се као резултат тог множења добије представља брзину w_1^* за случај *прелазног* ($10 < Re^* < 500$) или *турбулентног* струјања ($Re^* > 500$) гаса кроз простор између честица.

Тодес (Тодес) [74] је предложио да се ради одређивања прве критичне брзине флуидизације пође од једнакости пада притиска оствареног у тренутку постизања ове брзине и пада притиска добијеног коришћењем Ергун-Орнингове (*Ergun-Orning*) једначине (8.5) која важи за све режиме струјања гаса кроз простор између честица. Дакле, из једнакости

$$150 \frac{(1-\varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0^3 d^2} \mu_f w_1^* + 3,5 \frac{1-\varepsilon_0}{\varepsilon_0^3 d} \frac{\rho_f w_1^{*2}}{2} = g \rho_s (1-\varepsilon_0) \quad (8.21)$$

могућно је одмах израчунати брзину w_1^* , при чему би само једно решење физички одговарало. Међутим, Тодес претходну једначину своди на бездимензијски облик множећи њене обе стране са $d^3/v_f^2 \rho_f$. Тада се добија:

$$150 \frac{1-\varepsilon_0}{\varepsilon_0^3} Re^* + \frac{1,75}{\varepsilon_0^3} (Re^*)^2 = Ar, \quad (8.22)$$

одакле се, такође, може наћи решење за Re^* , а затим брзина w_1^* као: $w_1^* = v_f Re^*/d$. Али сада следи једна анализа која показује да се за турбулентан режим струјања може написати зависност

$$Re^* \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_0^3}{1,75} Ar},$$

која се сме искористити само за трансформацију другог члана на левој страни једначине (8.22), јер је тај члан последица турбулентног струјања гаса кроз простор између честица. Дакле, можемо ставити да је

$$(Re^*)^2 \approx Re^* \sqrt{\frac{\varepsilon_0^3}{1,75}} Ar,$$

после чега се из једначине (8.22) добија дефинитивно:

$$Re^* = \frac{Ar}{150 \frac{1-\varepsilon_0}{\varepsilon_0^3} + \sqrt{\frac{1,75}{\varepsilon_0^3}} Ar}. \quad (8.23)$$

Израчунатој вредности Re^* одговара прва критична брзина флуидизације: $w_1^* = \nu_f Re^*/d$. Код слободно насутих куглица у довољно великом суду је $\varepsilon_0 = 0,38-0,42$. Ако се узме $\varepsilon_0 = 0,40$ као средња вредност, тада се из (8.23) добија:

$$Re^* = \frac{Ar}{1400 + 5,22 \sqrt{Ar}}. \quad (8.24)$$

Обично се формула (8.24) скоро увек користи и, разуме се, у томе греши јер у тренутку остваривања прве критичне брзине немају сви материјали $\varepsilon_0 = 0,40$. Кад су у питању прашинасти материјали тада је $Ar < 1$, па се други члан у имениоцу последњих формула може занемарити у односу на први члан (ово је случај *ламинарног* струјања гаса кроз простор између честица). Код зрнастих материјала је Архимедов број веома велик, па се први члан у имениоцу тих формула може занемарити у односу на други члан (случај *турбулентног* струјања кроз простор између честица).

Беранек (*Beranek*) и Сокол (*Sokol*) [75] предлажу чисто емпиријске обрасце за одређивање прве критичне брзине флуидизације. Они су претходно дефинисали следећи бездимензијски параметар:

$$B_0 = K \left(\frac{\pi}{6} Ar \right)^{n_0} \quad \text{за} \quad \phi_s \neq 1, \quad (8.25)$$

$$B_0 = \frac{\rho_f v_s^3}{\rho_s g v_f} \quad \text{за} \quad \phi_s = 1, \quad (8.26)$$

и на основу експерименталних података закључили да је:

$$w_1^* = (0,019 \pm 0,003) v_s, \quad (8.27)$$

$$\left(n_0 = 2; B_0 < 0,3; K = 6,49 \cdot 10^{-4}; \frac{\pi}{6} Ar < 4 \right),$$

за *ламинарно* струјање гаса кроз простор између честица,

$$w_1^* = 0,022 v_s B_0^{0,2}, \quad (8.28)$$

за *прелазно* струјање $\left(0,3 < B_0 < 10^3; 4 < \frac{\pi}{6} Ar < 10^{13} \right)$, и

$$w_1^* = (0,090 \pm 0,005) v_s, \quad (8.29)$$

за *турбулентно* струјање $\left(n_0 = 0,5; B_0 > 10^3; K = 22,1; \frac{\pi}{6} Ar > 10^{13}\right)$. Те формуле за брзину w_1^* могу да се напишу и у облику без димензија. На пример, за ламинарно струјање се најпре из (8.26) и (8.27) налази:

$$(w_1^*)^3 = (0,019 v_s)^3 = 0,019^3 \frac{\rho_s g v_f}{\rho_f} B_0,$$

односно, после множења са $(d/v_f)^3$,

$$(Re^*)^3 = 0,019^3 Ar B_0 = 6,86 \cdot 10^{-6} Ar B_0.$$

Како је из (8.25) за ламинаран режим струјања

$$B_0 = 6,49 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\pi}{6} Ar\right)^2 = 1,781 \cdot 10^{-4} Ar^2,$$

то је коначно

$$(Re^*)^3 = 1,22 \cdot 10^{-9} Ar^3,$$

или

$$Re^* = 1,069 \cdot 10^{-3} Ar. \quad (8.30)$$

На исти начин добијају се и остале две зависности:

$$Re^* = 0,022 \sqrt[3]{Ar B_0^{1,6}}, \quad (8.31)$$

за *прелазно* струјање, и

$$Re^* = 0,227 \sqrt{Ar}, \quad (8.32)$$

за *турбулентно* струјање гаса кроз простор између честица. Параметар B_0 у формули (8.31) одређује се из једначине:

$$\log B_0 = -8,5 + \sqrt{211,5 - \log \left(\frac{\pi}{6} Ar - 13,6\right)^2}.$$

У наведеној литератури [61] могу се наћи вредности брзине w_1^* (cm/s) за кварцни песак различите крупноће, које су добијене мерењима и применом изведених образаца (табела 8.2).

Табела 8.2

Аутор	$d (\mu m)$		
	164	263	352
Лева	2,9	6,8	11,5
Тодес	2,5	6,1	10,2
Беранек-Сокол	3,3	8,5	13,6
Мерења	2,7	6,0	10,7

Најмање одступање у односу на измерене вредности даје формула Тодеса, а највеће одступање формула Беранек-Сокола. Међутим, занимљиво је приметити да Тодесова формула даје нешто ниже вредности од измерених, а две друге формуле осетно више вредности од измерених.

8.4. ВЕЗА ИЗМЕЋУ ПОРОЗНОСТИ СЛОЈА И ИНТЕНЗИТЕТА ФЛУИДИЗАЦИЈЕ

Формула (8.23) показује зависност $Re^* = f(\epsilon_0, Ar)$ на основу које се може написати да је у општем случају $Re(w) = f(\epsilon, Ar)$. Стављено је $Re(w)$ да би се скренула пажња да је овај Re број дефинисан у односу на брзину w флуида сведену на цео попречни пресек суда за флуидизацију. Исто тако се формула (7.38) може написати као $Re(v_s) = F(1, Ar)$, јер је $\epsilon \approx 1$ кад је реч о једној јединој честици-куглици. Видели смо да *ламинарном* струјању флуида кроз простор између честица за време флуидизације и *поремећајном* струјању изазваном таложењем једне честице-куглице одговара мала вредност Архимедовог броја и да се у том случају други члан у имениоцу формула (7.38) и (8.23) може занемарити у односу на први члан. Тада се добија сднсс:

$$\frac{Re^*(w_1^*)}{Re(v_s)} = \frac{w_1^*}{v_s} = \frac{\epsilon_0^3 Ar}{150(1-\epsilon_0)} : \frac{Ar}{18} = F_1(\epsilon_0). \quad (8.33)$$

Према томе, за било коју брзину w флуидизације у *ламинарном* подручју биће:

$$\frac{Re(w)}{Re(v_s)} = \frac{w}{v_s} = F_1(\epsilon). \quad (8.34)$$

Та се функција не може теоријски одредити. Зна се само да мора бити: $F_1(1) = 1$ и $F_1(0,40) = 0,01286$. Први услов је наметнут чисто физички да прва критична брзина флуидизације тежи брзини лебдења кад се број честица у суду за флуидизацију смањује. За једну честину је $\epsilon \approx 1$ па је $w_1^* \approx v_s$. Други услов следује из односа (8.33) за $\epsilon_0 = 0,40$. Бургерсови и Бринкманови експерименти показују да се функција $F_1(\epsilon)$ може приказати као

$$F_1(\epsilon) = \epsilon^n.$$

Види се да она задовољава услов $F_1(1) = 1$. Да би био задовољен и други услов мора бити $n = 4,75$, јер је

$$n = \frac{\log 0,01286}{\log 0,40} = 4,75.$$

Дакле, дефинитивно се добија да је

$$F_1(\epsilon) = \epsilon^{4,75}. \quad (8.35)$$

Кад је у питању *шурбулентно* струјање флуида кроз простор између честица за време флуидизације и *поремећајно* струјање изазвано таложењем једне честице, тада је Архимедов број веома велик, па се у том случају први члан у имениоцу формула (7.38) и (8.23) може занемарити у односу на други члан. У овом случају се добија однос

$$\left[\frac{Re^*(w)}{Re(v_s)} \right]^2 = \left(\frac{w_1^*}{v_s} \right)^2 = \frac{Ar}{5,22^2} : \frac{Ar}{0,61^2} = F_2(\epsilon_0),$$

или за било коју брзину w флуидизације у *турбулентном* подручју:

$$Re(w) = Re(v_s) \sqrt{F_2(\epsilon)}. \quad (8.36)$$

Функција $F_2(\varepsilon)$ задовољава следеће услове: $F_2(1)=1$ и $F_2(0,40)=0,0136$. Очигледно је да се и функција $F_2(\varepsilon)$ може приказати као

$$F_2(\varepsilon) = \varepsilon^n,$$

која, такође задовољава услов $F_2(1)=1$. Да би био задовољен и други услов, мора бити $n=4,70$ јер је

$$n = \frac{\log 0,0136}{\log 0,40} = 4,70.$$

У практичним прорачунима може се узети да је

$$F_1(\varepsilon) = F_2(\varepsilon) = \varepsilon^{4,75}.$$

Према томе, из (8.34) следи да је за *ламинарно* подручје

$$Re(w) = Re(v_s) \varepsilon^{4,75} = \frac{Ar \varepsilon^{4,75}}{18},$$

и за *турбулентно* подручје

$$Re(w) = Re(v_s) \sqrt{\varepsilon^{4,75}} = \frac{Ar \varepsilon^{4,75}}{0,61 \sqrt{Ar \varepsilon^{4,75}}}.$$

За оба ова подручја, као и за *прелазан* режим струјања, биће:

$$Re(w) = \frac{Ar \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,61 \sqrt{Ar \varepsilon^{4,75}}}. \quad (8.37)$$

Очигледно је да ова формула прелази у формулу (7.38) за $\varepsilon=1$.

Најзад, из последње формуле може се наћи приближна вредност порозности ε у зависности од интензитета флуидизације:

$$\varepsilon \approx \left(\frac{18 Re + 0,36 Re^2}{Ar} \right)^{0,21}. \quad (8.38)$$

Скреће се пажња читаоцу да је овде $Re = Re(w) = wd/v_f$, где је w брзина флуида у односу на цео пресек суда за флуидизацију. Архимедов број је дефинисан изразом (7.28).

Разуме се, могућно је наћи и друге облике зависности порозности ε од интензитета флуидизације. На пример, Ричардсон (*Richardson*) и Мејкл (*Meikle*) [76] препоручују формулу:

$$w = \varepsilon^n v_s,$$

при чему су експонент n одредили експериментално у зависности од Рејнолдсовог броја $Re(v_s) = v_s d/v_f$ и она гласи:

$$n = 4,65 + 20 \frac{d}{D}, \quad Re < 0,2$$

$$n = \left(4,35 + 17,5 \frac{d}{D} \right) Re^{-0,03}, \quad 0,2 < Re < 1$$

за *ламинарно* подручје,

$$n = \left(4,45 + 18 \frac{d}{D} \right) Re^{-0,1}, \quad 1 < Re < 200$$

$$n = 4,45 Re^{-0,1}, \quad 200 < Re < 500$$

за *прелазно* подручје, и

$$n = 2,39, \quad Re > 500$$

за *турбулентно* подручје. Флуидизацију су обављали водом и честицама пречника $d=0,254-6,35$ mm, у цилиндричном суду пречника $D=38$ mm и $D=62$ mm.

Наведимо још и обрасце Левиса (*Lewis*) и Бовермана (*Bowerman*) [77] за *ламинарно*, *прелазно* и *турбулентно* подручје редом, али у облику без димензије:

$$\varepsilon = 1,39 \left(\frac{Re(w)}{Ar} \right)^{0,12}, \quad Re(v_s) < 1$$

$$\varepsilon = 1,95 \left(\frac{Re(w)}{Ar^{0,71}} \right)^{0,34}, \quad 1 < Re(v_s) < 500$$

$$\varepsilon = 0,91 \left(\frac{Re(w)}{\sqrt{Ar}} \right)^{0,43}, \quad Re(v_s) > 500$$

Напоменимо још и то да су последње три формуле, као и формула (8.38), добијене коришћењем теоријских израза за брзине w и v_s , док су Ричардсон-Мејклејеве формуле добијене чисто експерименталним путем.

8.5. ОДРЕЂИВАЊЕ ДРУГЕ КРИТИЧНЕ БРЗИНЕ ФЛУИДИЗАЦИЈЕ

Приликом проучавања флуидизације као појаве речено је да се у тренутку постизања друге критичне брзине w_{f2}^* , или $w_2^* \approx \varepsilon w_{f2}^*$, остварује највећа висина материјала у суду, а тиме и највећа његова порозност. У том тренутку најситније честице почињу да напуштају осталу масу материјала и да одлазе у слободну атмосферу. Ако се спречи одношење тих најситнијих честица из суда (на пример, стављањем покретне порозне „препреке“ изнад материјала) и, затим, повећа брзина флуида изнад w_{f2}^* , доћи ће до кретања материјала вертикално навише у виду флуидизованог стуба. Познавање брзине w_{f2}^* је, дакле, исто толико важно као и познавање брзине w_{f1}^* . Треба запазити да сваки материјал има тачно одређене вредности за брзине w_{f1}^* и w_{f2}^* и да се једна од њих увек мора одредити зависно од тога да ли је у питању флуидизација непокретног или покретног материјала. Наиме, кретање материјала на бази флуидизације није ништа друго него његово прострујавање у покрету.

Одређивање друге критичне брзине флуидизације је сложеније од одређивања прве критичне брзине. Може се слободно рећи да овај проблем још није довољно тачно решен. Садашње решење је да се брзина w_2^* бројно изједначује са брзином лебдења (талочења) једне једине куглице у коју је честица претворена само геометријски. То практично значи да је

$$Re(w_2^*) = Re(v_s) = \frac{Ar}{18 + 0,61 \sqrt{Ar}}, \quad (8.39)$$

и да се друга критична брзина флуидизације налази као: $w_2^* = v_f Re(v_s)/d$ кад се претходно израчуна вредност $Re(v_s)$ из (8.39). Ако се последња једначина подели изразом (8.24) добиће се

$$\frac{Re(w_2^*)}{Re(w_1^*)} = \frac{w_2^*}{w_1^*} = \frac{1400 + 5,22 \sqrt{Ar}}{18 + 0,61 \sqrt{Ar}}, \quad (8.40)$$

а, затим, обави процена тог односа за два режима струјења, сазнаће се да је:

$$\frac{w_2^*}{w_1^*} \approx \frac{1400}{18} = 77,8 \quad (8.41)$$

за *ламинарно* подручје, јер је тада $Ar \ll 1$, и

$$\frac{w_2^*}{w_1^*} \approx \frac{5,22 \sqrt{Ar}}{0,61 \sqrt{Ar}} = 8,56 \quad (8.42)$$

за *турбулентно* подручје, јер је тада $Ar \gg 1$.

Уколико би се, на пример, узеле формуле (8.27) и (8.29) Беранек-Сокола и у њима ставило $v_s = w_2^*$ добило би се да је:

$$\frac{w_2^*}{w_1^*} = \frac{1}{0,019} = 52,6 \quad (8.43)$$

за *ламинарно* подручје, односно

$$\frac{w_2^*}{w_1^*} = \frac{1}{0,090} = 11,1 \quad (8.44)$$

за *турбулентно* подручје. Разлике су очигледне и управо потврђују оно што је малопре речено.

У литератури о флуидизацији могу се наћи и друге формуле за израчунавање друге критичне брзине. На пример, формула Романксова (Романков) и осталих [78] гласи:

$$\frac{w_1^*}{w_2^*} = 0,1175 - \frac{0,1046}{1 + 0,00373 Ar^{0,6}} \quad (8.45)$$

Она даје скоро истоветне вредности као и формула (8.40). Међутим, природно је овде поставити и овакво питање. Ако формула (8.37) односно (8.38) у приближном облику, даје везу између брзине флуидизације и одговарајуће порозности у интервалу брзине $w_1^* \leq w \leq w_2^*$, због чега се она не би могла користити и за израчунавање друге критичне брзине уколико је позната максимална порозност материјала која се том приликом остварује. Другим речима, формула за израчунавање друге критичне брзине флуидизације могла би да буде:

$$Re(w_2^*) = \frac{Ar \varepsilon_{\max}^{4,75}}{18 + 0,61 \sqrt{Ar \varepsilon_{\max}^{4,75}}}.$$

Ту хипотезу треба експериментима потврдити или оспорити.

ПНЕУМАТСКИ ТРАНСПОРТ

Под пнеуматским транспортом подразумева се транспорт прашинастих и зрнастих материјала ваздухом или неким другим гасом. Идеја да се ваздух искористи за транспорт сипкавих материјала појавила се крајем XIX века. У монографији Хадсона (Hudson) и Бутса (Boots) пише да су већ 1866. године постојали уређаји за пнеуматски транспорт прашинастих материјала. И Дакем (Duckham) у својој књизи наводи да су 1892. године у лондонским доковима монтирани пнеуматски уређаји за истовар пшенице из великих прекоокеанских бродова. Капацитет им је износио од 200—600 t/h, а радили су на принципу вакуума. Први рад о пнеуматском транспорту појавио се 1916. године (Bentham) у коме је, у ствари, учињен покушај да се створе неке формуле из којих би се могли израчунати бар неки параметри транспорта. Ипак се као први научни рад из области пнеуматског транспорта сматра докторска дисертација Гастерштета (Gasterstädt) [79] из 1923. године. Затим следи рад Девиса (Davis) 1935. године, у коме се износе резултати мерења за време пнеуматског транспорта пшенице и закључак да је пнеуматски транспорт у хоризонталним цевима много сложенији од пнеуматског транспорта у вертикалним цевима. Да је тај закључак био исправан, потврђује чињеница да се и данас ова два транспорта засебно изучавају и развијају. До другог светског рата појављује се још неколико радова о пнеуматском транспорту, од којих нарочито вреди поменути рад Бегнолда (Begnold) из 1936. године, у коме он проучава транспорт песка ваздухом и утицај јачине ветра на стварање пешчаних дина у пустињама, затим, радове Зеглера (Segler), Кљачка (Клячко), Калинушкина (Калинушкин), Спиваковског (Спиваковский) и осталих. Ипак се може рећи да теорија о пнеуматском транспорту доживљава прави развој тек после другог светског рата. Радови Њувита (Newitt) Барта (Barth), Румпфа (Rumpf), Мушелкнауца (Muschelknautz), Велшофа (Welschhof) и других са Запада, и радови Успенског (Успенский), Гончаревича (Гончаревич), Смолдурева (Смолдырев) и осталих са Истока и данас служе као основа за истраживања у области пнеуматског транспорта прашинастих и зрнастих материјала.

9.1. ОБЛАСТ ПРИМЕНЕ ПНЕУМАТСКОГ ТРАНСПОРТА

На укупну цену неког производа утичу и његови транспортни трошкови. Зато је у конкретном случају веома важно изабрати прави начин транспорта и, затим, израчунати његове оптималне параметре. Кад су у питању прашинасти и зрнасти материјали, онда поред осталих начина транспорта долази у обзир

и пнеуматски транспорт. Због тога је од интереса познавање области његове примене.

Пнеуматски транспорт се користи за:

- истовар и претовар прашинастих и зрнастих материјала (цемент, концентрат сточне хране, житарице и остало биљно семе) из превозних средстава помоћу којих се обавља њихов транспорт у расутом стању (теретни бродови, шлепови, вагон-цистерне, ауто-цистерне),

- све врсте житарица и осталог биљног семена на великим пољопривредним добрима и прихватним магацинима,

- житарице и њихове прерађевине у млиновима и силосима,

- угаљ у праху у термоелектранама и великим котларницама ради ложења парних котлова,

- песак у ливницама,

- пиљевине, шушке и ситније отпатке у индустрији дрвета и фабрикама намештаја,

- електрофилтарски пепео у термоелектранама и индустријским котларницама, од места сакупљања до сабирних бункера,

- детерџенте у праху, калцинисану соду и друге прашинасте и зрнасте материјале у хемијској и процесној индустрији,

- шећер у кристалу, сиров и пржен лешник, како и остале компоненте у кондиторској индустрији и у индустрији чоколаде и бомбона,

- вунена влакна, резани дуван, памук и остале влакнасте материјале (отпаци коже у кожарској индустрији, отпаци хартије у индустрији трака и кеса),

- све врсте прашине сакупљене усисавањем загађених просторија, хала и разних машина које обрадом неких предмета стварају прашину, и

- административне пошиљке унутар великих надлештава, унутар фабрика и лабораторија, у градовима између општина, у поштама, новинским агенцијама, сервисима аутомобила итд. (пнеуматска пошта).

9.2. ПРЕДНОСТИ И МАНЕ ПНЕУМАТСКОГ ТРАНСПОРТА

Предности пнеуматског транспорта у односу на механички транспорт су следеће:

- пнеуматски транспорт прашинастих и зрнастих материјала може да се обавља лако у свим правцима, прилагођавајући се расположивом простору и осталим условима,

- пнеуматски транспорт захтева далеко мањи простор, чиме се много уштеђује у грађевинском погледу будући да он припада првенствено унутрашњем транспорту по локацији,

- пнеуматски транспорт пружа могућност повезивања разних захтева у оквиру технолошког процеса, као што су: истовремено сушење или влажење материјала ваздухом за време транспорта, истовремено загревање или хлађење материјала ваздухом за време транспорта, разврставање материјала по крупноћи на основу брзине таложења итд.,

- пнеуматски транспорт доводи до најмањег расипања материјала за време транспорта и на тај начин најмање загађује околину, нарочито ако је реч о пнеуматском транспорту на принципу вакуума,

- пнеуматски транспорт обезбеђује најбоље хигијенске услове како за особље које га опслужује тако и за транспортовани материјал,

— пнеуматски транспорт обезбеђује висок степен аутоматизације технолошког процеса у коме учествује,

— пнеуматски транспорт омогућује истовремени транспорт материјала са више места на једно место и обрнуто, са једног места на више места, и

— пнеуматски транспорт омогућује остваривање великих капацитета по једној линији, који иду и до 300 t/h, а цена уређаја је много нижа од цене механичких транспортера.

Пнеуматски транспорт има следеће мане:

— не може се применити на све материјале, већ само на прашинасте и зрнасте,

— за време транспорта материјал се донекле уситњава, нарочито кад систем пнеуматског транспорта није добро одабран и кад струјни параметри нису добро одређени,

— дужина транспорта не прелази 2 km, и зато је он ограничен на примену унутар фабричких кругова и хала, за утовар и претовар материјала који се транспортују у ринфузи,

— захтева бољу стручну обученост радног особља које рукује са уређајима пнеуматског транспорта, и

— потрошња погонске енергије је при истом капацитету и осталим условима виша него код механичког транспорта.

9.3. СИСТЕМИ ПНЕУМАТСКОГ ТРАНСПОРТА

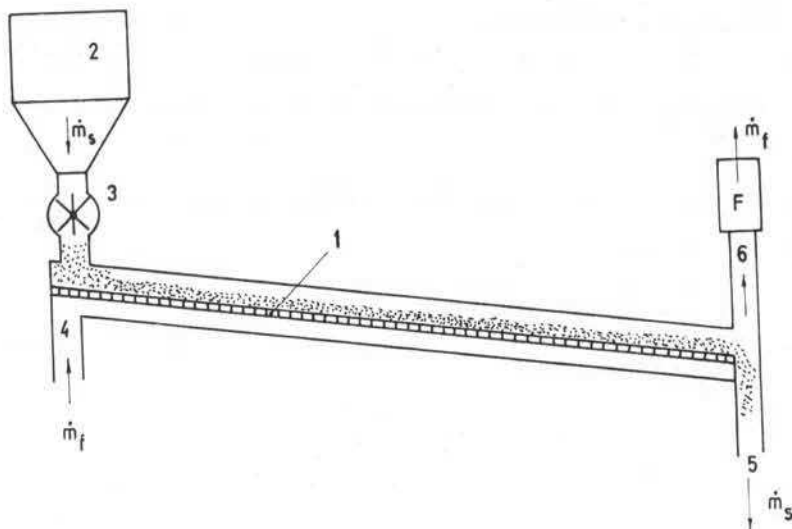
Основна подела пнеуматског транспорта може да се изврши према природи кретања материјала за време транспорта: то је пнеуматски транспорт на бази флуидизације и летећи пнеуматски транспорт. Први се остварује на тај начин што се од материјала најпре створи једна „флуидизована маса“ која је течна попут флуида и, затим, нагибом струјног тока или разликом притисака између проточних пресека цевовода остварује њено непрекидно кретање. За време летећег пнеуматског транспорта разређене честице материјала „лете“ са ваздушном струјом образујући „облаке“ мешавине у струјном простору. У односу на врсту притиска, *летећи* пнеуматски транспорт се дели на *усисни* (вакуумски) и *пошисни* (натпритисни). У односу на величину притиска, летећи пнеуматски транспорт се дели на транспорт *ниског* (до 10000 Pa), *средњег* (до 3 бара) и *високог* (преко 3 бара) притиска. Разуме се, усисни пнеуматски транспорт припада категорији ниског притиска, при чему је вакуум увек испод једног бара.

У односу на концентрацију материјала у струји ваздуха, летећи пнеуматски транспорт се дели на транспорт *ниске* ($c_k < 1$), *средње* ($1 < c_k < 10$) и *високе* ($10 < c_k < 80$) концентрације. Пнеуматски транспорт на бази флуидизације спада у категорију транспорта високе концентрације, чија вредност иде и до $c_k = 600$. У односу на притисак пнеуматски транспорт на основу флуидизације спада у групу потисног транспорта.

9.4. ХОРИЗОНТАЛНИ ПНЕУМАТСКИ ТРАНСПОРТ НА ОСНОВУ ФЛУИДИЗАЦИЈЕ

Раније је речено да је сипкав материјал потпуно флуидизован при свакој брзини ваздуха $w_{f1}^* < w < w_{f2}^*$. Материјал је тада „течљив“ као флуид, па је довољно само мало нагнути струјни ток и он ће почети да тече низ порозно

дно. Примера ради, наведимо да је насипни угао обичног цемента око 70° , али ће флуидизован цемент почети да тече чим се порозно дно нагне за $2-3^\circ$. То својство лаке покретљивости честица флуидизованих материјала искоришћено је за њихов транспорт са малим нагибом струјног тока, тј. транспорт се обавља скоро у хоризонталном правцу. Уређај помешу кога се то остварује назван је пнеуматским коритом.



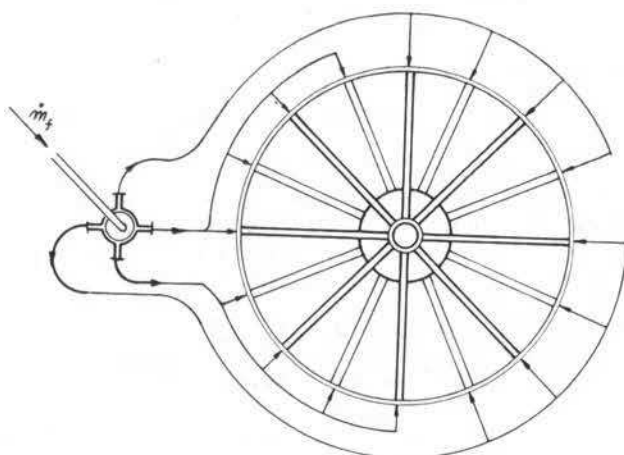
Слика 9.1

Пнеуматско корито

То је најобичнија дводелна лимена цев правоугаоног попречног пресека (слика 9.1), унутар које је постављено порозно дно 1. Сипкав материјал долази из силоса 2 преко дозатора 3 у горњи део пнеуматског корита, док се ваздух под повишеним притиском уводи испод порозног дна на месту 4. Престор испод порозног дна, у ствари, представља један резервоар из кога ваздух извире кроз порозно дно и даље струји кроз простор између честица материјала обављајући његову флуидизацију. Флуидизовани материјал због нагиба порозног дна почиње да тече ка излазу 5, а ваздух, напуштајући слој материјала после флуидизације, скупља се у горњем делу пнеуматског корита, одакле се кроз отвор 6 одсисава и потискује кроз филтар да би се из њега издвојиле и најситније честице материјала и на тај начин спречило загађивање околине и избегао финансијски губитак. Напоменимо да се кретање флуидизованог материјала у пнеуматском кориту обавља искључиво због његовог нагиба. Дакле, сила Земљине теже је та сила која врши рад, а не разлика притисака услед које ваздух протиче кроз простор између честица материјала и кроз порозно дно.

Пнеуматско корито се нарочито користи за транспорт прашинастих материјала, као што су: електрофилтарски пепео у термоелектранама и великим индустријским котларницама, глиница у фабрикама алуминијума, цемент у цементарама и приликсм утовара превозних средстава ксја тгаеспсртују цемент у ринфузи, пшенично брашно и остали прашивасти материјали ксји се лако флуидизују.

Пнеуматско корито може да буде и отворено, тј. без горњег дела. Таква пнеуматска корита се уграђују у дна цилиндричних силоса, псмсћу којих се обавља расподела ваздуха за флуидизацију по читавом попречном пресеку силоса (слика 9.2). Зидови дна силоса су тада под малим нагибем ($2-4^\circ$) чиме се смањује укупна висина силоса у односу на силос који нема дно за флуидизацију. Разуме се, флуидизација материјала у силосу обавља се ради спречавања агломерисања његових честица и да би се олакшало или, уопште, омогућило истицање материјала из силоса. Нарочито „меких“ сипкавих материјала, као што је цемент, гипс, талк, меко пшенично брашно за кондиторску индустрију итд.



Слика 9.2

Порозно дно силоса

Прорачун пнеуматског корита почиње одређивањем прве критичне брзине флуидизације материјала који се њиме транспортује и, затим, усвајањем брзине ваздуха за флуидизацију у границама:

$$1,10 w_1^* < w < 1,50 w_1^* \quad (9.1)$$

Ниже вредности брзине w одговарају материјалима који се лакше флуидизују и обрнуто. После тога усваја се брзина c (m/s) флуидизованог материјала низ порозно дно (табела 9.1), или се израчунава коришћењем Шезијевог (Chezy) обрасца:

$$c = K \sqrt{R_h i} \quad (9.2)$$

где су:

$$K = 21,2 - 26,5$$

константа која зависи од својстава материјала,

$$i = 0,02 - 0,06$$

хидраулични нагиб пнеуматског корита, и

$$R_h = \frac{bH}{b + 2H}$$

хидраулични радијус проточног пресека. У тим формулама ширина пнеуматског корита b (m) и висина материјала у њему H (m) морају да задовоље једначину која одређује капацитет корита:

$$\dot{m}_s = b H c \rho_s \varphi. \quad (9.3)$$

У њој је ρ_s запреминска густина материјала која одговара брзини w из (9.1), а $\varphi \approx 0,9$ је коефицијент који узима у обзир заталасаност горње површине слоја материјала. Оријентационо, те две величине износе: $b = (100-500)$ mm, $H = (50-400)$ mm.

Табела 9.1

Нагиб порозног дна	2°	3°	4°	5°	6°
c (m/s)	0,26	0,60	1,00	1,15	1,30

Најзад, потребно је одредити још и притисак ваздуха испод порозног дна корита и његову количину да би се обезбедио захтевани интензитет флуидизације. Ако се са p_1 означи притисак ваздуха испод порозног дна, а са p_2 притисак ваздуха изнад слоја материјала у кориту, тада је

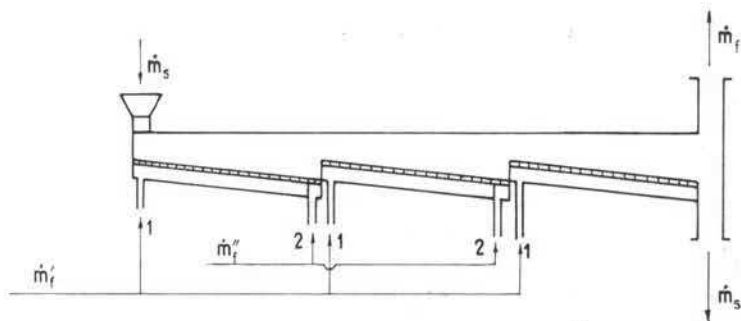
$$p_1 = p_2 + \Delta p_{pd} + \Delta p_{sl}, \quad (9.4)$$

при чему се Δp_{pd} налази коришћењем израза (8.1) и табеле 8.1 а Δp_{sl} коришћењем формула (8.3), (8.4), (8.5) или (8.11) зависно од режима струјања ваздуха кроз простор између честица материјала. Кад се флуидизација обавља првом критичном брзином, може се користити и формула (8.16) за одређивање пада притиска кроз слој материјала.

Количина ваздуха која је потребна за флуидизацију материјала предвиђеног интензитета износи:

$$q_f = w b L, \quad (9.5)$$

где је L дужина порозног дна, односно дужина пнеуматског корита. Напоменуто да су данас у погону пнеуматска корита дужине и до 90 m. Велике дужине транспорта се, у ствари, постижу применом вишестепених пнеуматских корита (слика 9.3). Њихов простор испод порозног дна напада се ваздухом за



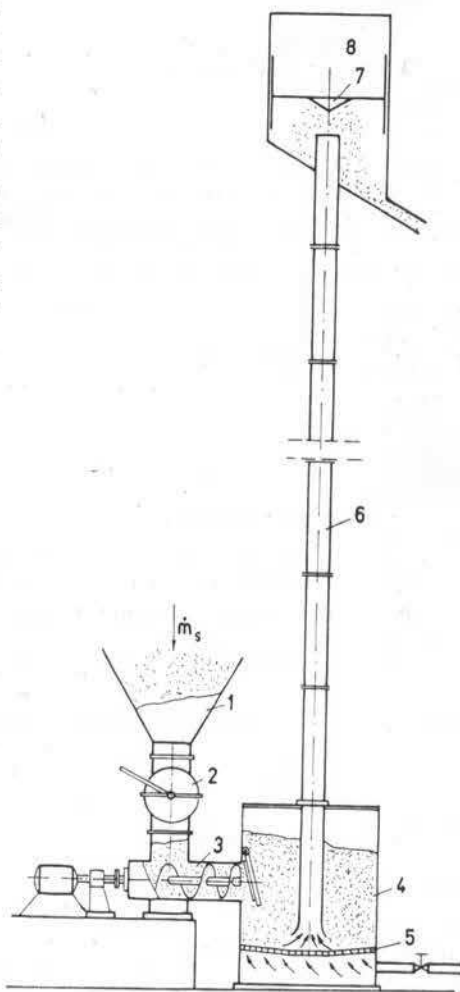
Слика 9.3
Степенасто пнеуматско корито

флуидизацију кроз улазе 1, док се ваздух за „пребацивање“ флуидизованог материјала на следеће порозно дно доводи кроз отворе 2. Овај ваздух има нешто виши притисак од оног који служи за флуидизацију.

Пнеуматска корита су веома економични уређаји за транспорт сипкавих материјала. Њима се постижу велики капацитети уз мали утрошак погонске енергије. Као струјне машине за снабдевање пнеуматског корита ваздухом служе вентилатори ниског притиска, чија величина не прелази 2000—3000 Ра.

9.5. ВЕРТИКАЛНИ ПНЕУМАТСКИ ТРАНСПОРТ НА ОСНОВУ ФЛУИДИЗАЦИЈЕ

Овај транспорт се у пракси назива флуид-лифтом. У делу 8.1 објашњено је како до њега долази. Да подсетимо. Потребно је да се транспортовани материјал флуидизује интензитетом који одговара брзини ваздуха $w_f > w_{f2}^*$ и да се на крају струјног тока оствари један одређен противпритисак, како се флуидизовани стуб материјала не би распао услед експанзије ваздуха. Ако не би било противпритиска на крају цеви, транспорт на основу флуидизације би се у другом делу цеви преобразио у летећи пнеуматски транспорт. На слици 9.4 приказано је техничко решење флуид-лифта. Сипкав материјал долази из силоса 1 и преко секторског дозатора 2 доспева у корито пужа 3, који га потискује у комору за флуидизацију 4. У доњем делу ове коморе налази се порозно дно 5 које расподељује ваздух по целом попречном пресеку коморе. Ваздух даље струји кроз простор између честица материјала и флуидизује их интензитетом који одговара брзини ваздуха $w_f > w_{f2}^*$. Флуидизовани материјал се сад креће вертикално навише кроз цев 6 на чијем се крају налази „пригушник“ 7 који ствара потребан противпритисак на крају струјног тока. Услед наглог проширења проточног пресека у горњој комори, транспортовани материјал „испада“ из ваздушне струје и одлази на даљи поступак, а ваздух са делом најситнијих честица пролази кроз филтар 8, оставља честице у њему и, затим, чист излази у слободну атмосферу.



Слика 9.4
Флуид-лифт

9.5.1. Одређивање пада притиска при нестишљивом струјању

Укупан пад притиска при нестишљивом струјању ваздуха између честица материјала за време њиховог кретања троши се на дизање материјала (Δp_g), на трење флуидизованих честица (Δp_{tr}) и ваздуха о унутрашњост цеви (Δp_f), и на савладавање противпритиска на крају цеви (Δp_e), тако да се може написати [80]:

$$\Delta p = \Delta p_g + \Delta p_{tr} + \Delta p_f + \Delta p_e.$$

Губитак услед судара честица за време транспорта занемарен је. Са друге стране, може се написати да се ова укупна разлика притисака при нестишљивом струјању троши на савладавање трења ваздуха о честице материјала (Δp_s) и на трење ваздуха о унутрашњост цеви (Δp_f), тј.

$$\Delta p = \Delta p_s + \Delta p_f. \quad (9.6)$$

Из претходне две једначине следи:

$$\Delta p_s = \Delta p_g + \Delta p_{tr} + \Delta p_e. \quad (9.7)$$

То значи да је пад притиска услед трења ваздуха о честице материјала једнак збиру падова притисака који се троше на дизање материјала, на трење флуидизованих честица о унутрашњост цеви и на савладавање противпритиска на крају цеви.

Израчунавање пада притиска Δp_f у једначини (9.6) не представља тешкоће. Потребно је само одредити коефицијент трења λ_f чистог ваздуха о унутрашњост цеви и, затим, искористити познати Дарсијев (*Darcy*) образац. Међутим, Дарсијев образац може формално да се искористи и за израчунавање пада притиска Δp_s . Наиме, може се ставити да је

$$\Delta p_s = \lambda_s \frac{l}{D_h} \frac{\rho_f w_f^2}{2}, \quad (9.8)$$

где је λ_s коефицијент трења ваздуха о честице материјала, D_h просторни хидраулични радијус и w_f стварна средња релативна брзина ваздуха у односу на честице материјала. Ако са v (m/s) означимо апсолутну средњу брзину ваздуха, а са c (m/s) апсолутну средњу брзину честица материјала, тада је

$$w_f = \frac{w}{\varepsilon} = \frac{v - c}{\varepsilon},$$

односно

$$w = \frac{\dot{m}_f}{A} \left(\frac{1}{\rho_f} - \frac{c_k}{\rho_s} \right), \quad (9.9)$$

јер су:

$$v = \frac{\dot{m}_f}{\rho_f A}, \quad c = \frac{\dot{m}_s}{\rho_s A}.$$

Просторни хидраулични радијус је дефинисан као:

$$D_h = 6 \frac{V - V_s}{O_s} = \frac{\varepsilon d}{\Phi (1 - \varepsilon)}, \quad (9.10)$$

јер је оквашени обим N честица у запремини V :

$$O_s = N \phi d^2 \pi, \quad V_s = N \frac{d^3 \pi}{6}.$$

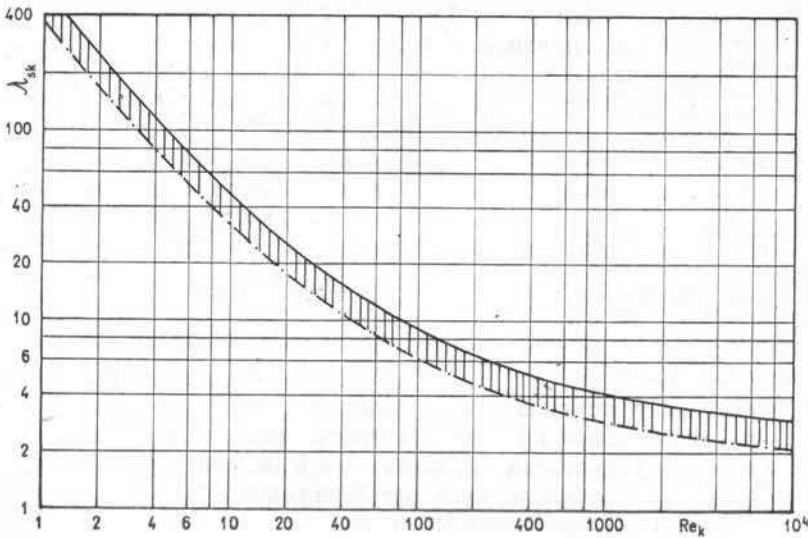
Дакле, заменом вредности за w_f и D_h у (9.8) добија се да је

$$\Delta p_s = \lambda_s \frac{\phi(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{l}{d} \frac{\rho_f w^2}{2}. \quad (9.11)$$

Коефицијент трења λ_s ваздуха о честице материјала зависи од Re броја, облика честица и хrapавости њихове површине. Ако се честице замене глатким еквивалентним куглицама ($\phi=1$), тада ће λ_s зависити само од Re броја који, сагласно томе прилазу, мора да буде дефинисан као:

$$Re = \frac{D_h w_f}{\nu_f} = \frac{1}{\phi(1-\varepsilon)} \frac{wd}{\nu_f}. \quad (9.12)$$

И заиста, обављени експерименти показују да је $\lambda_{sk}=f(Re_k)$, без обзира на величину куглица и остала њихова физичка својства (слика 9.5).



Слика 9.5
Зависност λ_{sk} — Re_k

Ова зависност може и аналитички да се прикаже као:

$$\lambda_{sk} = \frac{340}{Re_k}, \quad Re_k < 1$$

$$\lambda_{sk} = \frac{325}{Re_k} + \frac{9}{Re_k^{0.12}}, \quad 1 < Re_k < 10^4. \quad (9.13)$$

Према томе, увек се може израчунати вредност

$$\Delta p_{sk} = \lambda_{sk} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{l}{d} \frac{\rho_f w^2}{2}, \quad (9.14)$$

кад су позната физичка својства флуида и материјала који се транспортује. Међутим, јасно је да је пад притиска за време струјања ваздуха кроз простор између стварних честица већи од пада притиска који би се добио кад би уместо стварних честица биле куглице. То значи да се може ставити да је

$$\Delta p_s = \psi_s \Delta p_{sk}, \quad (9.15)$$

где је $\psi_s > 1$ ($\psi_s = 1,22$ за житарице), па израз (9.11) постаје

$$\Delta p_s = \psi_s \lambda_{sk} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{l}{d} \frac{\rho_f w^2}{2} = \zeta_s \frac{l}{d} \frac{\rho_f w^2}{2}. \quad (9.16)$$

Треба, дакле, познавати ψ_s за сваки материјал. То се лабораторијски може лако одредити мерењем пада притиска Δp_s за време флуидизације стварних честица и израчунавањем вредности Δp_{sk} која одговара еквивалентним куглицама. Разуме се, морали бисмо при томе употребити и израз (9.15).

Из формуле (9.16) види се да $\Delta p_s \rightarrow 0$ кад $\varepsilon \rightarrow 1$, што је физички исправно, јер Δp_s представља пад притиска услед трења ваздуха о честице материјала (кад $\varepsilon \rightarrow 1$ тада и последња честица нестаје из струјног простора). Треба напоменути да се приликом примене формуле (9.16) порозност ε мора што тачније израчунати. Није тешко проверити да грешка од $\pm 5\%$ приликом израчунавања порозности ε доводи до грешке од $\pm 20\%$ у паду притиска Δp_s , или да грешка од $\pm 10\%$ у ε ствара грешку од $\pm 43\%$ у изразу за Δp_s . Напоменимо и то да се у техничким прорачунима обично занемарује вредност за Δp_f у односу на Δp_s и да се узима да је укупан пад притиска ваздуха

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \Delta p_s. \quad (9.17)$$

То не мора да буде увек оправдано, поготову што нема тешкоћа у израчунавању пада притиска Δp_f .

Међутим, изведене једначине нису довољне да се прорачуна један конкретан случај вертикалног пнеуматског транспорта на основу флуидизације. Заправо, има више непознатих величина него једначина. Допунска једначина изводи се на основу равнотеже сила при устаљеном кретању флуидизованог материјала. На слици 9.6 приказан је део косог цевовода и на растојању x (m) од његовог почетка убележене су све силе које делују на елементарну масу флуидизованог материјала. Као нове величине у изразима за силе појављују се притисци p_{ex} и p_r и коефицијент трења μ_r флуидизованог материјала о унутрашњост цеви. Први притисак потиче од пригушника на крају цеви, а други је последица свих аксијалних притисака који владају у посматраним попречним пресецима цеви.

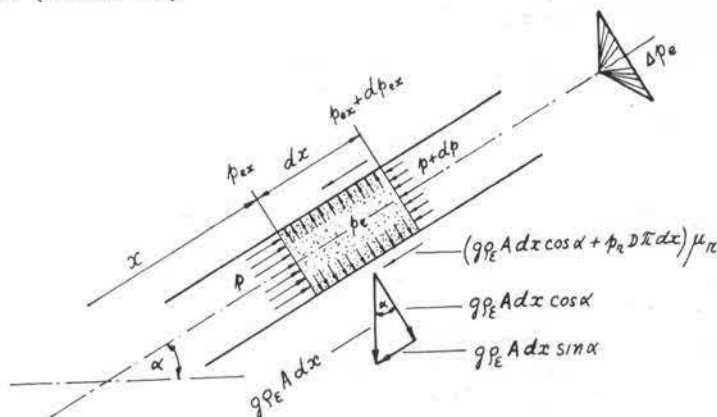
Равнотежа сила у правцу кретања материјала доводи до следеће диференцијалне једначине:

$$-\frac{dp_s}{dx} = \frac{dp_{ex}}{dx} + \frac{4 p_r \mu_r}{D} + g \rho_s (\sin \alpha + \mu_r \cos \alpha), \quad (9.18)$$

јер је, према (9.17) $dp \approx dp_s$. Што се тиче радијалног притиска p_r , може се узети да је он сразмеран било ком или свим аксијалним притисцима. Логично је узети да је притисак p_r сразмеран притиску p_{ex} , јер се на тај начин он повезује са физичким својствима материјала, а избегава се његова зависност од струјних услова. Исто тако, логично је узети линеарну зависност

$$p_r = \lambda_r p_{ex},$$

где је λ_r коефицијент сразмерности чија вредност зависи од физичких својстава материјала (табела 9.2).



Слика 9.6

Силе за време кретања флуидизованог материјала

За елементарну дужину струјног тока, према (9.16), биће:

$$-dp_s = \zeta_s \frac{dx}{D} \frac{\rho_x w_x^2}{2}.$$

Заменом последња два израза у једначину (9.18) добија се њен коначан облик:

$$-\frac{\zeta_s}{2} \frac{\rho_x w_x^2}{2} = \frac{dp_{ex}}{dx} + \frac{4 \lambda_r \mu_r}{D} p_{ex} + g \rho_s (\sin \alpha + \mu_r \cos \alpha). \quad (9.19)$$

Кад је струјање ваздуха кроз простор између честица материјала нестишљиво, тада су густина и брзина ваздуха константне, па је и

$$\rho_x w_x^2 = \rho_1 w_1^2 = \rho_2 w_2^2 = \text{const.}$$

Једначина (9.19) тада даје обичну диференцијалну нехомогену једначину првог реда са константом на десној страни;

$$\frac{dp_{ex}}{dx} + N p_{ex} = S - M, \quad (9.20)$$

где су:

$$N = \frac{4 \lambda_r \mu_r}{D}, \quad S = \frac{\zeta_s}{d} \frac{\rho_1 w_1^2}{2}, \quad (9.21)$$

$$M = g \rho_s (\sin \alpha + \mu_r \cos \alpha).$$

Табела 9.2

Материјал	d (mm)	ρ_s (t/m ³)	ρ_s (t/m ³)	v_s (m/s)	μ_r	λ_p^*	v (m/s)
Пшеница	3,8—4,2	1,32—1,42	0,76—0,84	8—10	0,27	0,002	23—26
Јечам	3,5—4,2	1,23—1,30	0,65	8—10	0,37—0,58	0,002	23—26
Раж	3,0—3,5	1,26—1,44	0,66—0,79	8—10	0,36—0,58	0,002	23—26
Пшенично брашно	0,2	1,41	0,5—0,6	1,2—1,5	0,75	0,006	12—20
Цемент	0,06—0,08	3,2	0,96—1,20	0,2—0,4			9—18
Угљена прашина	0,07	1,4	0,65—0,78	0,14	1	0,002	8—18
Камени угаљ	3—5	1,5	0,8		0,8	0,002	25—35
Кокс	5	1,25—1,40	0,3—0,5	7,5	0,8	0,003	25—35
Пепео	0,14	1,8	0,76	0,36		0,005	12—20
Шљака	0,80	1,80—3,00	0,61—1,00	2,5	1	0,030	12—22
Кварц	0,50—0,75	2,5	1,8	2,8	0,45	0,037	12—22
Ситан песак	0,27	2,65	1,8	2,2	0,45	0,037	12—22
Груби песак	0,90	2,65	1,45—1,85	5,6	0,45		12—22
Просо	2—2,5	1,06	0,70—0,85	8,5	0,35		18—20
Каолин	0,06	2,2—2,6	0,32—0,49	2	0,45	0,002	14—16
Штирак кукурузни	0,06	1,53—1,62	0,55	1,5—1,8	0,5		15—20
Соја	5—7	1,09	0,72	14—15	0,5		22—25

Решење једначине (9.20) гласи;

$$p_{ex} = \Delta p_e e^{N(l-x)} + \frac{M-S}{N} [e^{N(l-x)} - 1], \quad (9.22)$$

при чему је константа интеграције одређена из услова да је $p_{ex} = \Delta p_e$ за $x=l$. Једначина (9.22), у ствари, показује промену притиска p_{ex} дуж цеви. Најекономичнији транспорт на основу флуидизације остварује се кад се утицај противпритиска Δp_e изгуби на почетку цеви, тј. кад је $p_{ex}=0$ за $x=0$. Тај услов претвара једначину (9.22) у

$$\Delta p_e e^{Nl} + \frac{M-S}{N} (e^{Nl} - 1) = 0. \quad (9.23)$$

Пошто је $e^{Nl} \gg 1$ већ при $l \gg 3$ m (а висина флуид-лифта никад није мања од десетак метара), то се из (9.23) коришћењем (9.21) коначно добија:

$$\Delta p_s = g \varrho_s (\sin \alpha + \mu_r \cos \alpha) l + \frac{4 \lambda_r \mu_r \Delta p_e l}{D}. \quad (9.24)$$

Ова једначина даје исту вредност за Δp_s као и једначина (9.16) што практично значи да се последња једначина може искористити за израчунавање пада притиска Δp_s , јер су све величине на њеној десној страни познате, па једначина (9.16) служи за израчунавање производа $\lambda_{sk} w^2$. Коришћењем израза (9.12) за Re број, израчунате вредности $\lambda_{sk} w^2$ и дијаграма на слици 9.5 могу се одредити величине λ_{sk} , w , Re_k тако да буду сви услови транспорта задовољени. То је уједно и поступак за прорачун флуид-лифта за случај нестишљивог струјања ваздуха кроз простор између честица материјала.

9.5.2. Одређивање пада притиска при стишљивом струјању

По аналогiji са обрасцем (4.3), који важи за стишљиво струјање гаса у цевоводу константног пречника, за ову врсту струјања ваздуха кроз простор између честица за време њиховог кретања може се написати:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_1} = \zeta_s \frac{l}{d} \frac{\varrho_1 w_1^2}{2}, \quad (9.25)$$

Изостављен је индекс f код ϱ_{f1} као непотребан, јер не постоји ни ϱ_{s1} због $\varrho_s = \text{const}$. Из последње једначине се, дакле, добија однос

$$\frac{p_2}{p_1} = \sqrt{1 - \frac{2 \zeta_s l}{p_1 d} \frac{\varrho_1 w_1^2}{2}}, \quad (9.26)$$

па је, коришћењем (9.17),

$$\Delta p_s = p_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \zeta_s l}{p_1 d} \frac{\varrho_1 w_1^2}{2}} \right). \quad (9.27)$$

Овим једначинама за стишљиво струјање додају се још и помоћне једначине (9.9), (9.12) и (9.13) или дијаграм на слици 9.5. При томе треба имати на уму

да је $Re = \text{const.}$ јер је струјање изотермно и $\epsilon = \text{const.}$ као средња порозност. И овом приликом, као и код нестишљивог струјања, систем једначина за прорачун флуид-лифта није довољан, па се мора придодати и она једначина која следи из равнотеже сила у правцу кретања. Практично, потребно је наћи решење диференцијалне једначине (9.19) и за случај стишљивог струјања ваздуха кроз простор између честица материјала. У том случају, из једначине за проток и једначине стања за изотермно струјање следи:

$$w_x = w_1 \frac{\rho_1}{\rho_x} = w_1 \frac{p_1}{p_x}.$$

Сад се може формирати израз

$$\rho_x w_x^2 = \rho_x w_x w_x = \rho_1 w_1 w_1 \frac{p_1}{p_x},$$

одакле је

$$\frac{\rho_x w_x^2}{\rho_1 w_1^2} = \frac{p_1}{p_x} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2 \zeta_s}{p_1 d} \frac{\rho_1 w_1^2}{2} x}}.$$

Том приликом је искоришћена и једначина (9.26). Коначно, из последње једначине, уз ознаке (9.21), добија се:

$$\frac{\zeta_s}{d} \frac{\rho_x w_x^2}{2} = \frac{S}{\sqrt{1 - \frac{2 S}{p_1} x}}.$$

Заменом овог израза у (9.19) долази се до обичне нехомогене диференцијалне једначине првог реда, у којој њена десна страна зависи од променљиве x :

$$\frac{dp_{ex}}{dx} + N p_{ex} = \frac{S}{\sqrt{1 - \frac{2 S}{p_1} x}} - M. \quad (9.28)$$

Поступак решавања ове једначине почиње увођењем смене

$$\sqrt{1 - \frac{2 S}{p_1} x} = u,$$

после које она постаје

$$\frac{dp_{eu}}{du} - \frac{N p_1}{S} p_{eu} u = \frac{M p_1}{S} u - p_1. \quad (9.29)$$

Решење хомогеног дела ове једначине гласи:

$$p_{eu} = C e^{\frac{N p_1}{2 S} u^2}.$$

Применом Лагранжове (*Lagrange*) методе варијације константе, налази се

$$\begin{aligned} C &= \frac{Mp_1}{S} \int_0^u u e^{-\frac{Np_1}{2S}u^2} du - p_1 \int_0^u e^{-\frac{Np_1}{2S}u^2} du + C' = \\ &= -\frac{M}{N} \left(e^{-\frac{Np_1}{2S}u^2} + 1 \right) - p_1 \int_0^u e^{-\frac{Np_1}{2S}u^2} du + C'. \end{aligned}$$

Дакле, овај други интеграл представља Гаусов (*Gauss*) интеграл грешке, и његово решење је познато:

$$\int_0^u e^{-q^2 u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2q} \Phi(qu), \quad q > 0.$$

Упорађењем последњег са претходним интегралом види се да је $q = \sqrt{\frac{Np_1}{2S}}$.

Према томе, биће:

$$p_1 \int_0^u e^{-\frac{Np_1}{2S}u^2} du = \sqrt{\frac{\pi Sp_1}{2N}} \Phi\left(u \sqrt{\frac{Np_1}{2S}}\right).$$

Дакле, биће:

$$C = -\frac{M}{N} \left(e^{-\frac{Np_1}{2S}u^2} + 1 \right) - \sqrt{\frac{\pi Sp_1}{2N}} \Phi\left(u \sqrt{\frac{Np_1}{2S}}\right) + C'.$$

Према томе, решење једначине (9.29) гласи:

$$p_{ex} = e^{\frac{Np_1}{2S}u^2} \left\{ C' - \frac{M}{N} \left(e^{\frac{Np_1}{2S}u^2} + 1 \right) - \sqrt{\frac{\pi Sp_1}{2N}} \Phi\left(u \sqrt{\frac{Np_1}{2S}}\right) \right\}.$$

Повратком на променљиву x налази се решење једначине (9.28) у облику:

$$p_{ex} = e^{z_x^2} \left\{ C' - \frac{M}{N} \left(e^{z_x^2} + 1 \right) - \sqrt{\frac{\pi Sp_1}{2N}} \Phi(z_x) \right\}, \quad (9.30)$$

где је

$$z_x \equiv \sqrt{\frac{Np_1}{2S} \left(1 - \frac{2S}{p_1} x \right)}.$$

Константа C' одређује се из услова да је $p_{ex} = \Delta p_e$ за $x = l$. Тада се добија да је

$$C' = \Delta p_e e^{-z_l^2} + \frac{M}{N} \left(e^{-z_l^2} + 1 \right) + \sqrt{\frac{\pi Sp_1}{2N}} \Phi(z_l),$$

где је

$$z_l \equiv \sqrt{\frac{Np_1}{2S} \left(1 - \frac{2S}{p_1} l \right)}.$$

Заменом константе C' у (9.30) и сређивањем добијеног израза налази се решење полазне диференцијалне једначине (9.28):

$$p_{ex} = \frac{M}{N} [e^{N(l-x)} - 1] + \Delta p_e e^{N(l-x)} - \sqrt{\frac{\pi S p_1}{2N}} e^{\frac{z^2}{2}} [\Phi(z_x) - \Phi(z_l)]. \quad (9.31)$$

Вредности функције $\Phi(z)$ дате су табеларно. За велике вредности аргумента z (што је случај при стишљивом струјању ваздуха кроз простор између честица материјала) ова функција се може развити у ред:

$$\Phi(z) = 1 - \frac{2e^{-z^2}}{2z\sqrt{\pi}} \theta(z), \quad (9.32)$$

где је

$$\theta(z) = 1 - \frac{2!}{1!(2z)^2} + \frac{4!}{2!(2z)^4} - \dots$$

Из последњег израза види се да $\theta(z) \rightarrow 1$ кад $z \rightarrow \infty$. Тако је, на пример, $\theta(4) = 0,97$, а $z=4$ је тако рећи најмања вредност овог аргумента која може да се појави при стишљивом струјању ваздуха кроз простор између честица материјала. Узимајући, дакле, $\theta(z)=1$ у изразу (9.32) и његовом заменом у (9.31) налази се дефинитивно:

$$p_{ex} = \frac{M}{N} [e^{N(l-x)} - 1] + \Delta p_e e^{N(l-x)} - \frac{S}{N} \left[\frac{e^{N(l-x)}}{\sqrt{1 - \frac{2S}{p_1} l}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2S}{p_1} x}} \right]. \quad (9.33)$$

Кад се сад и овом приликом искористи услов најекономичнијег транспорта ($p_{ex}=0$ за $x=0$), из (9.33) следи:

$$\frac{M}{N} (e^{Nl} - 1) + \Delta p_e e^{Nl} - \frac{S}{N} \left(\frac{e^{Nl}}{\sqrt{1 - \frac{2S}{p_1} l}} - 1 \right) = 0,$$

одакле је, због $e^{Nl} \gg 1$,

$$\frac{S}{\sqrt{1 - \frac{2S}{p_1}}} = M + N \Delta p_e.$$

Најзад, заменом вредности за M, N, S према (9.21) је:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_2} = g \rho_e (\sin \alpha + \mu_r \cos \alpha) l + \frac{4 \lambda_r \mu_r \Delta p_e l}{D}. \quad (9.34)$$

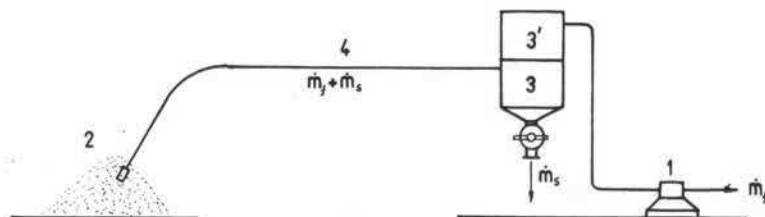
Према томе, кад се прорачунава флуид-лифт на основу стишљивог струјања ваздуха потребно је најпре из (9.34) одредити притисак p_1 па, затим, про-извод $\lambda_{sk} w_1^2$ (ζ_s садржи λ_{sk}). Коришћењем израза (9.12) за Re број и дијаграма са слике 9.5 или формула (9.13), могућно је наћи λ_{sk} , w_1 , Re , чиме је прорачун практично завршен. Највеће тешкоће и при том прорачуну ствара одређивање стварне порозности, односно запреминске густине ϱ_s у транспортованом стању. У ствари, сваки материјал има своју и то само једну тачку на дијаграму $\lambda_{sk} = f(Re_k)$, од које зависе све друге транспортне величине. Мора се још радити на усавршавању ове методе прорачуна флуид-лифта у правцу стварања поступка за изналажење поменуте тачке на дијаграму $\lambda_{sk} = f(Re_k)$, која одговара конкретном материјалу.

Напоменимо и то да је транспорт сипкавих материјала на основу флуидизације веома економичан и да су брзине кретања честица у границама: $c = (0,3 - 3) \text{ m/s}$ за зрнасте и $c = (2 - 5) \text{ m/s}$ за прашинасте материјале.

9.6. ЛЕТЕЋИ ПНЕУМАТСКИ ТРАНСПОРТ

Општа карактеристика летећег пнеуматског транспорта је да се он остварује при великим брзинама ваздуха које, на пример, за неке зрнасте материјале достижу и до 40 m/s на крају цевовода. Такође је и релативна брзина ваздуха у односу на честице материјала велика. Релативна брзина ваздуха је све већа што су честице крупније и што више одступају од куглица по облику. Подручје летећег пнеуматског транспорта обележено је са IV на слици 8.1. Види се да се приликом прорачуна летећег пнеуматског транспорта не сме занемарити пад притиска Δp_f , који одговара струјању чистог флуида истим протоком, у односу на допунски пад притиска Δp_s због присуства честица у струји ваздуха. Чак је код летећег пнеуматског транспорта Δp_f неколико пута већи од Δp_s јер се у струјном простору налази релативно мали број честица.

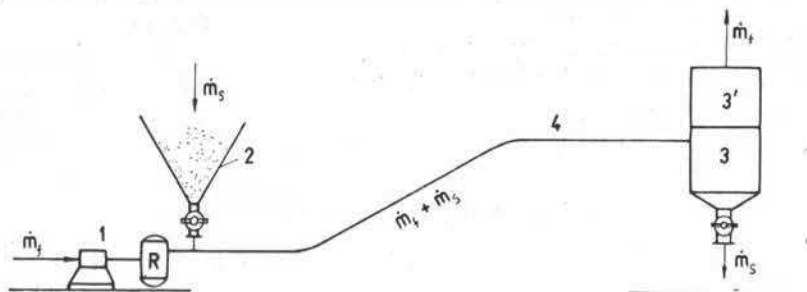
Видели смо да се летећи пнеуматски транспорт у односу на величину притиска дели на транспорт ниског, средњег и високог притиска. Али у односу на врсту притиска, летећи пнеуматски транспорт може бити усисни, потисни и комбиновани. На слици 9.7 приказана је инсталација усисног летећег пнеуматског транспорта. Струјна машина 1 извлачи из инсталације ваздух и на тај начин ствара у њој потпритисак. Потпритисак се преноси све до усисника 2 који је делимично уроњен у транспортовани материјал. Околни ваздух продире кроз простор између честица материјала ка усиснику повлачећи их за собом у инсталацију. Створена мешавина ваздуха и честица због пада притиска у правцу струјне машине креће се ка уређају 3 за одвајање честица материјала од



Слика 9.7

Инсталација усисног пнеуматског транспорта

ваздушне струје. Издвојени материјал се шаље на даљи поступак, а пречишћен ваздух у слободну атмосферу. За сада напоменимо да се уређај за одвајање честица материјала од ваздуха састоји од „грубих“ и „финих“ одвајача. Тип одвајача зависи од физичких својстава материјала који се транспортује и од струјне машине којом се ствара потпритисак у инсталацији. Усисни летећи пнеуматски транспорт примењује се за краћа растојања, ниже концентрације и мање капацитете. Максимални потпритисак износи 0,6 бара. Инсталација мора да буде добро заптивена како не би уз пут увлачила ваздух и тиме кварила вакуум од чије вредности зависи капацитет транспорта.

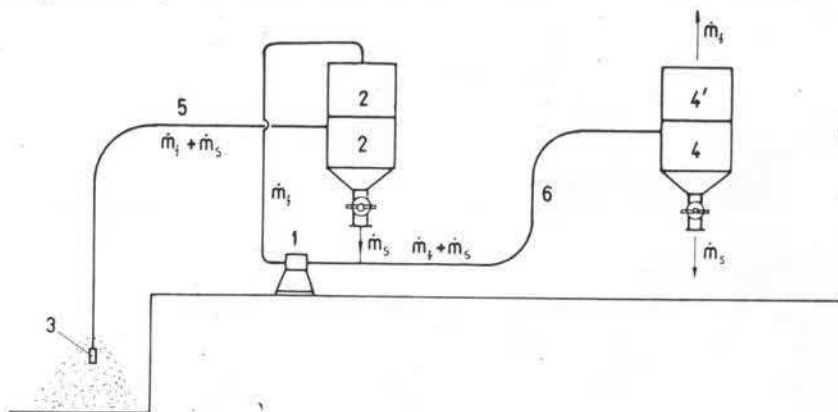


Слика 9.8

Инсталација потисног пнеуматског транспорта

На слици 9.8 приказана је инсталација потисног летећег пнеуматског транспорта. Струјна машина 1 шаље ваздух у потисни цевовод у који се „дозира“ транспортовани материјал из бункера 2. На крају цевовода налази се уређај 3 за издвајање материјала из ваздушне струје. У целој инсталацији потисног пнеуматског транспорта влада натпритисак. Она мора да буде добро заптивена, како најситније честице не би биле избачене у околну атмосферу. Потисни летећи пнеуматски транспорт примењује се за већа растојања, више концентрације и веће капацитете. Међутим, транспортна траса цевовода не прелази 2000 m.

Инсталација комбинованог усисно-потисног летећег пнеуматског транспорта приказана је на слици 9.9. Струјна машина 1 ствара потпритисак у



Слика 9.9

Инсталација комбинованог пнеуматског транспорта

уређају 2 за одвајање материјала од усисног ваздуха. Потпритисак се преноси све до усисника 3 кроз који улази материјал у инсталацију заједно са усисаваним ваздухом. Одвојени материјал после усисног цевовода помоћу уређаја 2 „дозира“ се у потисни цевовод кроз који струјна машина потискује ваздух исисан из усисног дела инсталације. На крају, материјал заједно са ваздухом стиже у уређај 4 у коме се издваја из потисне ваздушне струје. Чист ваздух одлази у слободну атмосферу, а издвојени материјал на даљи поступак.

9.6.1. Прорачун летећег пнеуматског транспорта при нестишљивом струјању

Као што је већ речено, а и дијаграм 8.1 то показује, укупан пад притиска за време летећег пнеуматског транспорта при нестишљивом струјању ваздуха може да се напише као:

$$\Delta p = \Delta p_f + \Delta p_s. \quad (9.35)$$

Овде је према Дарсијевом обрасцу

$$\Delta p_f = \lambda_f \frac{l}{D} \frac{\rho_f v^2}{2}, \quad (9.36)$$

где је $\lambda_f = f(Re, \delta/D)$. И допунски пад притиска Δp_s може да се напише у облику Дарсијеве формуле као [81]:

$$\Delta p_s = \lambda_s c_k \frac{l}{D} \frac{\rho_f v^2}{2}, \quad (9.37)$$

при чему се желело нагласити да концентрација c_k има посебан утицај на допунски пад притиска Δp_s . Не значи да и друге величине не зависе од концентрације c_k , на пример, коефицијент трења λ_s . Према томе, сабирањем последња два израза добија се да је

$$\Delta p = \lambda_m \frac{l}{D} \frac{\rho_f v^2}{2}, \quad (9.38)$$

где је

$$\lambda_m = \lambda_f + c_k \lambda_s. \quad (9.39)$$

Као што се види, одређивање пада притиска за време летећег пнеуматског транспорта своди се на израчунавање допунског коефицијента трења λ_s . Сигурно је да овај коефицијент зависи од више струјних величина за време транспорта. Да бисмо одредили њихову међусобну зависност, посматраћемо равнотежу сила у правцу кретања, које делују на једну малу али коначну масу у запремину ΔV (слика 9.10). При устаљеном струјању биће:

$$\Delta F_f - \Delta F_{tr} - \Delta F_g'' = 0, \quad (9.40)$$

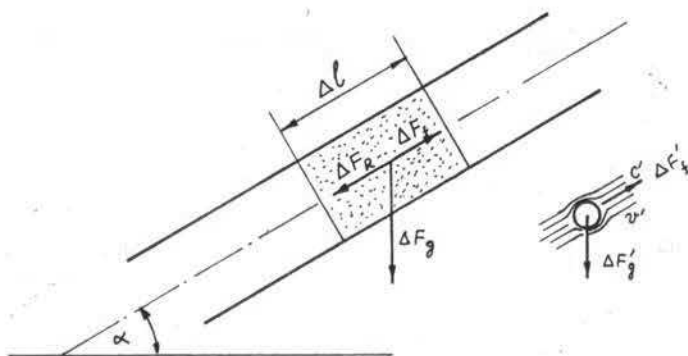
где је ΔF_f аеродинамичка сила која носи „облак“ честица материјала затечених у посматраној елементарној запремини ΔV , ΔF_{tr} сила трења честица о унутрашњост цевовода и $\Delta F_g''$ део силе Земљине тежине, која утиче на кретање

мешавине како у вертикалном тако и у хоризонталном цевоводу. Те силе могу да се изразе на следећи начин:

$$\begin{aligned}\Delta F_f &= \Delta p_s A = \lambda_s c_k \frac{\Delta l}{D} \frac{\rho_f v^2}{2} A = \\ &= \lambda_s \frac{\dot{m}_s}{\rho_f v A} \frac{\Delta l}{D} \frac{\rho_f v^2}{2} A = \lambda_s \frac{\Delta l}{D} \frac{\dot{m}_s v}{2}, \\ \Delta F_{fr} &= \tau_s D \pi \Delta l = k \rho_s c^2 D \pi \Delta l = \\ &= \frac{\lambda_s^*}{8} \frac{\dot{m}_s}{c A} c^2 D \pi \Delta l = \frac{\lambda_s^*}{2} \frac{\dot{m}_s c \Delta l}{D}, \\ F_g'' &= \beta \Delta F_g = \beta g \dot{m}_s \Delta t = \beta g \dot{m}_s \frac{\Delta l}{c},\end{aligned}$$

где је β Бартов (*Barth*) број чија је вредност:

$$\beta = \sin \alpha + \frac{v_s}{v} \cos \alpha.$$



Слика 9.10

Силе за време кретања на бази летећег пнеуматског транспорта

У изразу за силу трења ΔF_{fr} је λ_s^* специфични коефицијент трења чија вредност зависи од физичких својстава честица материјала који се транспортује и од физичких својстава материјала од кога је цевовод израђен. Заменом нађених сила у једначину (9.40) добија се после сређивања:

$$\lambda_s = \frac{c}{v} \lambda_s^* + \frac{2 \beta g D}{c} \frac{1}{v},$$

или

$$\lambda_s = \frac{c}{v} \lambda_s^* + \frac{2 \beta}{F_r^2 \cdot \frac{c}{v}}, \quad (9.42)$$

где је

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gD}},$$

Фраудов (*Froude*) број. Остаје још да се одреди зависност c/v која представља однос средњих брзина „облака“ честица материјала и ваздуха који их носи. Јасно је да је $c/v < 1$, иначе не би било ни силе ΔF_f . Ова сила може да се одреди и коришћењем закона аеродинамике. Наиме, ако се посматра једна честица облика куглице биће:

$$\Delta F_f' = c_w \frac{d^2 \pi}{4} \frac{\rho_f (v' - c')^2}{2},$$

где је c' њена брзина, а v' брзина ваздуха којом он опструјава куглицу. Коришћењем израза (7.26), може се из претходне једначине елиминисати коефицијент отпора c_w и добити:

$$\Delta F_f' = \Delta F_g' \left(\frac{v' - c'}{v_s} \right)^2,$$

где је $\Delta F_g'$ сила Земљине теже која делује на једну куглицу. По аналогiji са овим изразом, може се за „облак“ честица материјала написати

$$\Delta F_f = \Delta F_g \left(\frac{v - c}{v_s} \right)^2 = g \dot{m}_s \frac{\Delta l}{c} \left(\frac{v - c}{v_s} \right)^2.$$

Сад ће једначина равнотеже (9.40) имати облик:

$$g \dot{m}_s \frac{\Delta l}{c} \left(\frac{v - c}{v_s} \right)^2 - \frac{\lambda_s^*}{2} \frac{\dot{m}_s c \Delta l}{D} - \beta g \dot{m}_s \frac{\Delta l}{c} = 0,$$

или, после сређивања

$$\left(1 - \frac{\lambda_s^*}{2} F_r^* \right) \left(\frac{c}{v} \right)^2 - 2 \left(\frac{c}{v} \right) + 1 - \left(\frac{F_r^*}{Fr} \right)^2 = 0,$$

при чему је уведен још један Фраудов број

$$F_r^* = \frac{v_s}{\sqrt{gD}}.$$

Решење претходне једначине је:

$$\frac{c}{v} = \frac{1 - \sqrt{B(1 - E) + E}}{1 - B}, \quad (9.43)$$

где су

$$B = \frac{\lambda_s^*}{2} F_r^{*2}, \quad E = \beta \left(\frac{F_r^*}{Fr} \right)^2. \quad (9.44)$$

Према томе, прорачун летећег пнеуматског транспорта при нестишљивом струјању ваздуха почиње са одређивањем Фраудових бројева F_r и F_r^* и, затим, величина B и E према (9.44). После тога се налази однос брзина c/v па допунски коефицијент трења λ_s према (9.42). Тиме је и допунски пад притиска Δp_s одређен. Кад се још израчуна и пад притиска Δp_f , који се троши на савладавање трења ваздуха о унутрашњост цевовода, може се наћи и укупни пад притиска према једначини (9.35). Кад је у питању прашинасти материјал и хоризонталан цевовод, може се у изразу (9.42) занемарити други члан у односу на први члан, па је:

$$\lambda_s \approx \lambda_s^* \frac{c}{v}.$$

У наведеној литератури [82] се уместо израза (9.39) за израчунавање коефицијента трења мешавине за време летећег пнеуматског транспорта користи следећа формула:

$$\lambda_m = \lambda_f (1 + K c_k). \quad (9.45)$$

За константу K препоручују се ове вредности: $K=0,5$ за креч у праху, цемент, гипс и песак; $K=0,1-1,0$ за угљ у праху; $K=0,3-0,5$ за шљаку; $K=0,55$ за дрвену сечку (иверје); $K=0,4-1,4$ за дрвену пиљевину и шушке; $K=0,25-1,12$ за пепео итд. Веће вредности за коефицијент K треба узимати кад се за време транспорта очекује завојно кретање мешавине ваздуха и материјала у цевоводу. Ипак, за тачније одређивање параметра K треба користити формулу коју је дао Дзјадзио (*Дзядзио*) и која гласи:

$$K = 1,7 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\rho_f}{\rho_s} \right)^{0,33} \left(\frac{D}{d} \right)^{1,56} [Re(v_s)]^{1,33} [Re(v)]^{-0,81}. \quad (9.46)$$

Овде су: $Re(v_s) = v_s d / \nu_f$ и $Re(v) = v D / \nu_f$. Рејнолдсови бројеви дефинисани у односу на брзину таложења честица и брзину ваздуха у цевоводу. Формула (9.46) добијена је уопштавањем експерименталних резултата добијених за време летећег пнеуматског транспорта пшенице, ражи, јечма, овса, кукуруза, соје, проса, хељде, пшеничне прекрупне, пшеничног брашна и гриза, мекиња и речног песка. Мора се нагласити да је формула (9.46) добијена променом величина које у њој учествују у широким границама: $d=(0,2-7,2)$ mm, $D=(25-220)$ mm, $v=(12,5-35)$ m/s, $v_s=(1-14,3)$ m/s, $Re(v_s)=26,7-6530$ и $Re(v)=(25-510) 10^3$.

Скреће се пажња корисницима наведених теорија за прорачун летећег пнеуматског транспорта да се формуле (9.39) и (9.45) не смеју изједначити јер између њих постоји суштинска разлика. Наиме, док у формули (9.39) λ_m узима у обзир и трење мешавине о унутрашњост цевовода и нагиб цевовода, дотле λ_m у формули (9.45) узима у обзир само трење мешавине о унутрашњост цевовода. То практично значи да се израчунавом паду притиска по формули (9.38) уз коришћење формуле (9.45) мора још додати и пад притиска који одговара дизању мешавине на висину H :

$$\Delta p_g = \frac{v}{c} \rho_f g c_k H. \quad (9.47)$$

Разуме се, у оба случаја треба додати још и пад притиска који се троши на убрзање честица материјала од стања мировања до брзине c :

$$\Delta p_u = \rho_f v c c_k. \quad (9.48)$$

Што се тиче локалних отпора, најчешће су у питању кривине које је најлакше узети у обзир кроз повећање рачунске дужине цевовода. Наиме, сваки локални отпор може се претворити у одговарајући отпор услед трења. Коришћењем табеле 9.3 може се, дакле, одредити она дужина праве деонице цевовода l_e дуж које ће се услед трења остварити исти пад притиска као и услед одговарајуће кривине.

Табела 9.3 ($\alpha = 90^\circ$)

Материјал	l_e (m)			
	$R/D=4$	$R/D=6$	$R/D=10$	$R/D=20$
Прашинаст	4—8	5—10	6—10	8—10
Зрнаст	—	8—10	12—16	16—20
Ситно дробљен	—	—	28—35	38—45
Крупно дробљен	—	—	60—80	70—90

Ове вредности за l_e умањују се за углове $\alpha < 90^\circ$ према следећој табели (множењем горњих вредности са m):

α°	15	30	45	60	70	80	90
m	0,15	0,20	0,35	0,55	0,70	0,90	1

9.6.2. Прорачун летећег пнеуматског транспорта при стишљивом струјању

При већим променама притиска дуж струјног тока мора се узети у обзир и утицај промене густине ваздуха на пад притиска за време летећег пнеуматског транспорта. Експанзија ваздуха је тада изотермна, па се из једначине континуитета и једначине стања добија зависност између брзине ваздуха и његовог притиска:

$$v = v_1 \frac{\rho_1}{\rho} = v_1 \frac{p_1}{p}.$$

Одавде је

$$dv = -v_1 \frac{p_1}{p^2} dp.$$

Због пораста брзине ваздуха низводно, расте и брзина честица материјала, при чему њихов однос остаје приближно константан. Зато се може узети да је

$$dc = \left(\frac{c}{v}\right) dv = -\left(\frac{c}{v}\right) v_1 \frac{p_1}{p^2} dp.$$

Примена закона о промени количине кретања доводи до следеће једначине:

$$\dot{m}_f dv + \dot{m}_s dc = -dp A - \lambda_m \frac{dx}{D} \frac{\rho}{2} v^2 A,$$

где је $A \text{ (m}^2\text{)}$ површина попречног пресека цевовода. После замене нађених вредности за dv и dc и сређивања, претходна једначина постаје:

$$-\frac{p \, dp}{p_1} = \lambda_m \frac{\varrho_1 v_1^2}{2} \frac{dx}{D} - \frac{\dot{m}_f}{A} \left[1 + \left(\frac{c}{v} \right) c_k \right] v_1 \frac{dp}{p}.$$

Њено решење је:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_1} = \lambda_m \frac{l}{D} \frac{\varrho_1 v_1^2}{2} + \frac{\dot{m}_f}{A} \left[1 + \left(\frac{c}{v} \right) c_k \right] v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (9.49)$$

Да смо пошли од везе

$$v = v_2 \frac{\varrho_2}{\varrho} = v_2 \frac{p_2}{p},$$

дошли бисмо до следећег решења:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_2} = \lambda_m \frac{l}{D} \frac{\varrho_2 v_2^2}{2} + \frac{\dot{m}_f}{A} \left[1 + \left(\frac{c}{v} \right) c_k \right] v_2 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (9.50)$$

Оба ова решења могу да се сведу на један облик ако се у (9.49) замени

$$\varrho_1 v_1 = \frac{\dot{m}_f}{A}, \quad \varrho_1 v_1^2 = \frac{RT}{p_1} \left(\frac{\dot{m}_f}{A} \right)^2,$$

односно у (9.50),

$$\varrho_2 v_2 = \frac{\dot{m}_f}{A}, \quad \varrho_2 v_2^2 = \frac{RT}{p_2} \left(\frac{\dot{m}_f}{A} \right)^2.$$

Тај заједнички облик гласи:

$$p_1^2 - p_2^2 = RT \left(\frac{\dot{m}_f}{A} \right)^2 \left\{ \lambda_m \frac{l}{D} + 2 \left[1 + \left(\frac{c}{v} \right) c_k \right] \ln \frac{p_1}{p_2} \right\}. \quad (9.51)$$

Разуме се, и овде су коефицијент трења λ_m и однос c/v одређени изразима (9.39) и (9.43). Само се приликом њиховог израчунавања узима средња брзина вазду-

ха: $v = \frac{1}{2} (v_1 + v_2)$.

Сасвим други поступак за прорачун летећег пнеуматског транспорта за случај стишљивог струјања ваздуха такође је изложен у наведеној литератури [82]. Тај поступак се може приказати на следећи начин. Треба поћи од једначине (4.2) која одређује везу између притисака на почетку и на крају цевовода за случај стишљивог струјања и решити је у облику:

$$p_1 = p_2 \sqrt{1 + \lambda \frac{L}{D} \frac{1}{RT} v_2^2}, \quad (9.52)$$

или

$$p_2 = p_1 \sqrt{1 - \lambda \frac{L}{D} \frac{1}{RT} v_1^2}. \quad (9.53)$$

Формула (9.52) служи за израчунавање притиска p_1 на почетку хоризонталног ценовода кад је стање гаса на крају ценовода познато. Исто тако, формула (9.53) служи за израчунавање притиска p_2 на крају ценовода кад је стање на почетку ценовода познато. Ове формуле могу се користити и за прорачун летећег пнеуматског транспорта кроз хоризонталне ценоводе ако се под λ подразумева коефицијент трења мешавине за који се може узети $\lambda_m = \beta_0 c_k$, при чему β_0 мора да зависи од свих оних величина од којих зависи и коефицијент трења мешавине. Ако је даље у формули (9.52) притисак $p_2 = 1 \text{ bar}$, што је приближно испуњено кад се ради о потисном (натпритисном) летећем пнеуматском транспорту, а у формули (9.53) притисак $p_1 = 1 \text{ bar}$, што је опет приближно испуњено кад се ради о усисном (потпритисном) летећем пнеуматском транспорту, онда ће, у ствари, брзине v_1 и v_2 представљати брзине ваздуха у оним пресецима ценовода у којима је притисак приближно једнак атмосферском ($p_a = 1 \text{ bar}$). Управо Сегал (Сегал) је поставио формулу за израчунавање брзине ваздуха за време летећег пнеуматског транспорта у оном пресеку ценовода у коме је притисак једнак атмосферском и она гласи:

$$v = a \sqrt{\varrho_s} + BL_r^2, \quad (9.54)$$

где је $B = (2-5)10^{-5}$, $L_r = l + \Sigma l_s$, a — параметар који узима у обзир физичка својства транспортованог материјала и ϱ_s густина материјала (која се замењује у t/m^3). Вредности параметра a дате су у табели 9.4. Мање вредности параметра a треба узимати за сувље материјале, чије су честице по облику ближе куглицама и обратно.

Табела 9.4

Материјал	$d(\text{mm})$	a
Прашинаст	0—1	10—16
Зрнаст	1—10	16—20
Ситно дробљен	10—20	20—22
Крупно дробљен	40—80	22—25

Дакле, брзина v дефинисана формулом (9.54) означава и брзину v_1 (кад је $p_1 = 1 \text{ bar}$) и брзину v_2 (кад је $p_2 = 1 \text{ bar}$). Другим речима, формуле (9.52) и (9.53) могу да се напишу као:

$$p_1 = \sqrt{1 + \beta_0 \frac{c_k L_r v^2}{RTD}}, \quad (9.55)$$

$$p_2 = \sqrt{1 - \beta_0 \frac{c_k L_r v^2}{RTD}}. \quad (9.56)$$

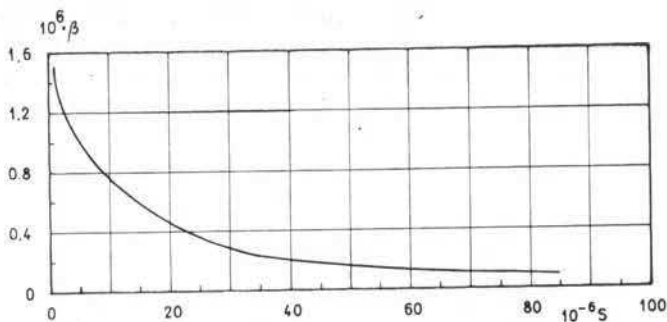
Најзад, ако ставимо

$$\frac{\beta_0}{RT} = \beta, \quad \frac{c_k L_r v^2}{D} = S,$$

тада претходне две једначине можемо написати у виду једне формуле као:

$$p_{1,2} = \sqrt{1 \pm \beta S}, \quad (9.57)$$

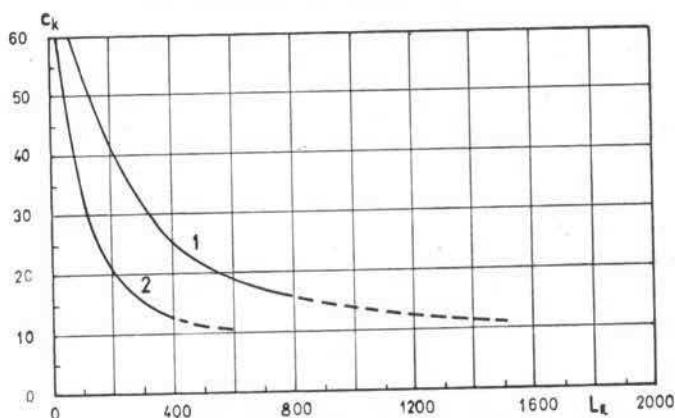
при чему ће се зависност $\beta = \beta(S)$ одредити експериментално тако да се притисак $p_{1,2}$ добија у барима кад се у изразу за S стави L_r (m), v (m/s) и D (m). Притиску p_1 припада „+“ под кореном, а притиску p_2 знак „-“. Зависност $\beta = \beta(S)$ дата је на слици 9.11 за *йойисни* (*нэййрийисни*) транспорт, док је $\beta = 0,15 \cdot 10^{-6} = \text{const.}$ за *усисни* (*йоййрийисни*) транспорт.



Слика 9.11

Зависност $\beta = \beta(S)$ за потисни транспорт

Поред тога, наведена метода прорачуна летећег пнеуматског транспорта прописује и дозвољену концентрацију материјала у струји ваздуха у зависности



Слика 9.12

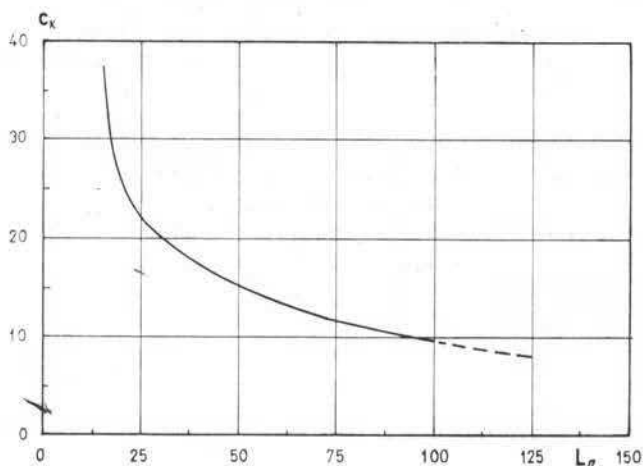
Зависност $c_k = f(L_r)$ за прашинасте материјале

од рачунске дужине ценовода. На слици 9.12 приказана је та зависност за прашинасте материјале (крива 1 за суве, 2 за влажне материјале) и на слици 9.13 за зрнасте материјале.

Најзад, и брзина израчуната по обрасцу (9.54) мора да буде већа од критичне брзине, за чије је одређивање у хоризонталном цевоводу Смолдирев предложи следећу формулу:

$$v_{kr} = C \sqrt{c_k \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) g D}, \quad (9.58)$$

где је $C=0,1-0,25$ за прашинасте материјале (мање вредности за сувље, а веће за влажније материјале); $C=0,3$ за зрнасте и $C=0,35-0,4$ за материјале добијене дробљењем и крупљењем. Формула (9.58) заправо даје вредност критичне брзине на почетку хоризонталног цевовода кад се у њу стави $\rho_f = \rho_{f1}$, односно вредност критичне брзине на крају хоризонталног цевовода за $\rho_f = \rho_{f2}$.



Слика 9.13
Зависност $c_k = f(L_r)$ за зрнасте материјале

Напомиње се да формула (9.57) одређује притисак p_1 на почетку потисног цевовода, или p_2 на крају усисног цевовода, које је потребно остварити да би се савладало само треће мешавине о унутрашњост цевовода. Ако је цевовод са успоном, тада се притиску p_1 мора додати, односно притиску p_2 одузети, пад притиска који се троши на дизање мешавине на висину H . Код цевовода са падом је обрнут случај. Овај пад притиска израчунава се по обрасцу (9.47). Што се тиче пада притиска који је потребан за убрзавање честица материјала од стања мировања до брзине c , њега увек треба додати притиску p_1 , односно одузети од притиска p_2 , без обзира да ли је цевовод са успоном или са падом. Његова се вредност одређује помоћу формуле (9.48).

9.7. ГРАНИЧНА КОНЦЕНТРАЦИЈА КОД ЛЕТЕЋЕГ ПНЕУМАТСКОГ ТРАНСПОРТА

Кад је реч о изложеним методама за прорачун летећег пнеуматског транспорта, мора се нагласити да је њихова примена, у принципу, ограничена на транспорт са нижим концентрацијама честица материјала у ваздушној

струји. Наиме, приликом извођења главних струјних једначина летећег пнеуматског транспорта коришћена је једначина континуитета у облику

$$\dot{m}_f = \rho_f v A.$$

Она, строго узев, важи за струјање чистог флуида. Међутим, она може да се користи и за прорачун летећег пнеуматског транспорта, али концентрација честица материјала у струји ваздуха не сме да буде велика. Колика је та гранична концентрација до које се ове методе могу користити тешко је рећи будући да она зависи од односа густина материјала и ваздуха и од односа њихових брзина. Материјали веће густине дају већу концентрацију и кад је број њихових честица у струји ваздуха релативно мали. Зато би било исправније поћи од коефицијента проточности дефинисаног изразом (7.19) и прописујући његову вредност (на пример, да је толико и толико процената проточни пресек заузет честицама, а остало флуидом), одредити граничну вредност концентрације за поједине групе материјала по формули (7.19). Не треба ту граничну вредност за концентрацију, граничну у односу на домен примене наведених метода, поистоветити са оном вредношћу концентрације при којој долази до таложења материјала на дну цевовода за време транспорта. Вредност оне концентрације зависи од физичких својстава транспортваног материјала, пречника цевовода и брзине ваздуха у њему (види формулу (9.58)). Барт (*Barth*) [83] је, такође, показао да је за време летећег пнеуматског транспорта испуњен услов:

$$\frac{v}{\sqrt{g D}} = \text{const. } c_k^{0,25},$$

при чему вредност константе исто тако зависи од физичких својстава транспортваног материјала.

Таложење транспортваног материјала у цевоводу или у другим уређајима пнеуматског транспорта не мора да буде увек последица неисправно одабране или израчунате концентрације. Врло често су нагле промене проточних пресека по величини или по облику узрок таложењу транспортваног материјала. Нарочито се таложе ситни прашинасти материјали у „мртвим“ зонама струјног простора, у регулационим органима, скретницама, кривинама итд. Та врста таложења не може потпуно да се спречи, али може да се смањи повољним обликовањем оквашених површина у струјном простору, или удувавањем ваздуха кроз специјално усмерене отворе на критичним местима (удување ваздуха на спољној кривини цевовода).

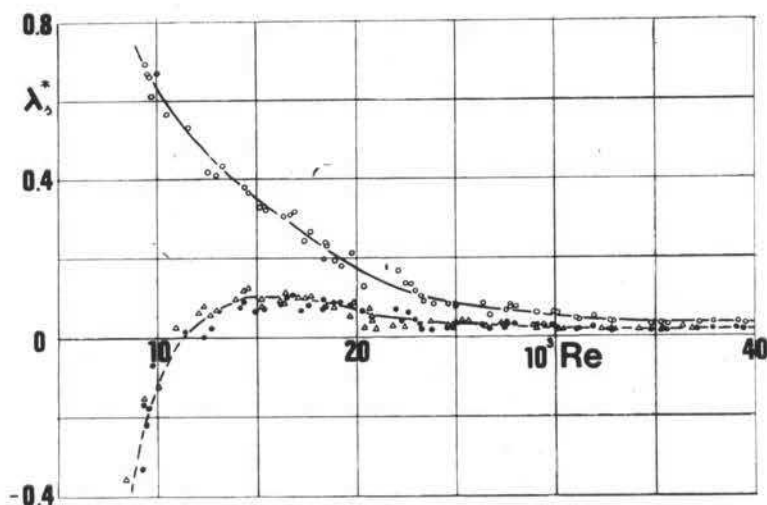
Још једна величина која се користи у наведеним методама за прорачун летећег пнеуматског транспорта заслужује да буде анализирана. То је специфични коефицијент трења λ_s^* транспортваног материјала о унутрашњост цевовода. За њега се каже да не зависи од струјних услова већ само од физичких својстава транспортваног материјала и од физичких својстава материјала од кога је направљен цевовод. Дакле, за један одређени транспортвани материјал и цевовод од одређеног материјала коефицијент λ_s^* треба да има сталну вредност (види табелу 9.2). Међутим, обављени експерименти у оквиру радова [64] и [65] показују да је то тачно само при нижим концентрацијама, односно при вишим вредностима Re броја. Експерименти су савршени са шест разних материјала у стакленом цевоводу пречника 74 mm. Овде се само прилаже

Табела 9.5

Материјал	$\rho_s(\text{kg/m}^3)$	$\rho_{so}(\text{kg/m}^3)$	$d(\text{mm})$	$v_s(\text{m/s})$	F_r^*	ψ_{gr}	C_{kgr}	$\lambda_{s,*}$	k	m
Натријум-триполифосфат	2540	685	0,190	0,70	0,82	0,910	150	0,030	2,8	0,73
Пшенично брашно	1434	709	0,388	2,06	2,42	0,905	123	0,030	2,6	0,73
Млевен камен	1856	703	0,511	3,26	3,82	0,887	110	0,035	2,6	0,73
Песак	2558	1412	0,300	2,30	2,70	0,896	245	0,050	2,2	0,77
Кукољ	870	497	2,840	8,38	9,84	0,855	40	0,010	2,6	0,70
Пшеница	1344	765	4,346	14,89	17,48	0,922	47	0,020	3,0	0,66

дијаграм за натријум-триполифосфат (слика 9.14, доња крива). За одређивање те зависности коришћене су формуле (9.39), (9.42), (9.43) и (9.51), из којих су израчунаване оне величине које за време експеримента нису мерене. Идући улево дуж Re осе, коефицијент λ_s^* почиње да расте да би, у тренутку кад примењена метода за прорачун потпуно отказује, почео да опада и да прелази у негативно подручје, што је физички неприхватљиво. Да би се избегла ова нелогичност, уместо формуле (9.39) предложена је следећа зависност за коефицијент трења мешавине:

$$\lambda_m = \lambda_f + k c_k^m \lambda_s, \quad (9.59)$$



Слика 9.14

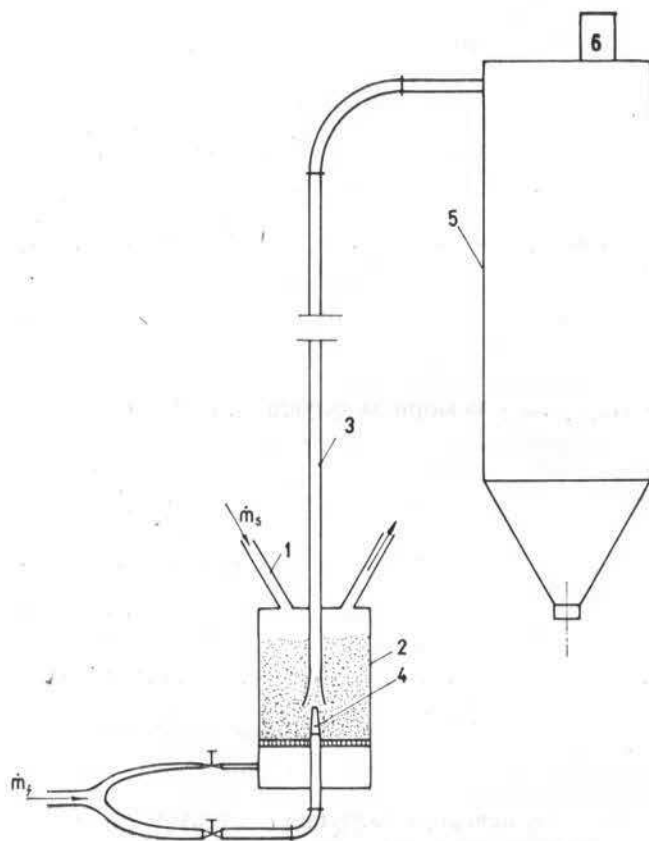
Зависност $\lambda_s^* = f(Re)$ за натријум-триполифосфат

којој одговара горња крива на дијаграму слике 9.14. У суштини, формуле (9.42), (9.43), (9.59) и (9.38) или (9.51), зависно од тога да ли се посматра нестишљиво или стишљиво струјање ваздуха у мешавини, одређују струјне параметре пнеуматског транспорта који се налази између класичног транспорта на бази флуидизације и летећег пнеуматског транспорта. То је, заправо, онај пнеуматски транспорт на принципу „два корака напред, један корак назад“, о коме је било речи приликом описивања хидромеханичких стања система флуид-чврсте честице. Вредност за константе k и m испитиваних материјала, као и вредности осталих величина које су уз пут коришћене, дате су у табели 9.5.

9.8. ВЕРТИКАЛНИ ПНЕУМАТСКИ ТРАНСПОРТ ВАЗДУШНИМ ЕЛЕВАТОРОМ

Ваздушни елеватор служи за транспорт прашинастих материјала вертикално навише. Висине транспорта износе $H = (10-80)$ m, а концентрације $c_k = 10-20$. На слици 9.15 приказан је тај уређај који ради на следећем принципу. Прашинасти материјал улази кроз цев 1 у комору 2 за флуидизацију, у којој

се налази вертикални цевовод 3. Цевовод је на почетку проширен и заобљен да би флуидизовани материјал био лакше усисаван млазом ваздуха који истиче из млазника 4. На крају цевовода налази се прихватни бункер 5 за транспортовани материјал, изнад кога је уграђен филтар 6 ради издвајања најситнијих честица из ваздуха пре његовог одласка у слободну атмосферу. Кретање честица материјала у цевоводу ваздушног елеватора обавља се на принципу летећег пнеуматског транспорта. Према томе, цео овај уређај може да се про-



Слика 9.15
Ваздушни елеватор

рачуна коришћењем образаца изведених у делу о летећем пнеуматском транспорту. Међутим, у литератури се може наћи и један полуемпиријски поступак за прорачун ваздушног елеватора, који се веома добро слаже са раније изложеном теоријом о летећем пнеуматском транспорту. Према том поступку се пад притиска у цевоводу ваздушног елеватора за време транспорта може израчунати помоћу формуле:

$$\Delta p = a \left(g H + \frac{1}{2} v_2^2 \right) \rho_{m2}, \quad (9.60)$$

а натпритисак ваздуха на излазу из млазника као:

$$p_{mM} = b \left(g H + \frac{1}{2} v_2^2 \right) \varrho_{m2}, \quad (9.61)$$

где су a и b параметри који зависе од пречника цевовода и дати су у табели 9.6.

Табела 9.6

$D(\text{mm})$	100	150	200	250	300
a	1,60	1,55	1,50	1,45	1,40
b	3,80	3,70	3,60	3,50	3,40

Густина мешавине ваздуха и материјала на крају цевовода одређује се коришћењем израза:

$$\varrho_{m2} = \frac{\dot{m}_f + \dot{m}_s}{q_2 + q_s} = \frac{(c_k + 1) \varrho_s \varrho_2}{\varrho_s + \varrho_2 c_k}. \quad (9.62)$$

Висина $h(\text{m})$ материјала у комори за флуидизацију треба да буде:

$$h = \frac{p_M - p_1}{\varrho_s g}, \quad (9.63)$$

где је p_M апсолутни притисак ваздуха на излазу из млазника,

$$p_M = p_a + p_{mM}.$$

Разуме се, пречник ваздушнoг елеватора, према једначини протока, износи:

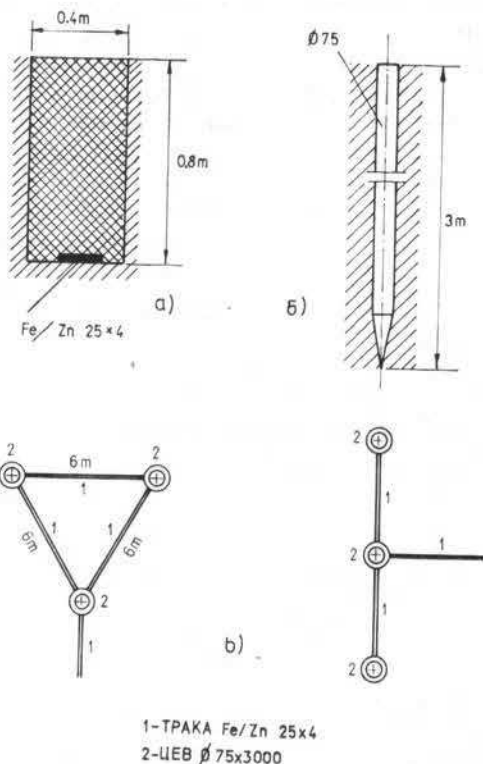
$$D = \sqrt{\frac{4 q_2}{\pi v_2}} = \sqrt{\frac{4 \dot{m}_s}{\pi v_2 \varrho_2 c_k}}. \quad (9.64)$$

Брзина ваздуха на крају цевовода ваздушнoг елеватора обично износи $v_2 = 20 \text{ m/s}$ уколико то није захтевано неким процесом или поступком.

9.9. СТАТИЧКИ ЕЛЕКТРИЦИТЕТ И ТАЛОЖЕЊЕ

Таложeње транспортованог материјала на границама струјног простора у уређајима за пнеуматски транспорт може да настане и услед наелектрисања честица материјала и граница струјног простора. Ово наелектрисање настаје због међусобног трења честица за време кретања, због трења ваздуха о честице и због трења ваздуха и честица о границе струјног простора. Јачина привлачне силе између граница струјног простора (на пример, цевовода) и наелектрисаних честица зависи од електропроводности и граница струјног простора и честица. Привлачна сила је најјача кад је, на пример, цевовод добар проводник а честице

добар изолатор (случај челичног цевовода и гранула или праха поливинилхлорида), или обрнуто. Разуме се, кад су и границе струјног простора и транспортовани материјал добри проводници, тада нема привлачне силе између њих. То не значи да нема привлачне силе и кад су границе струјног простора и транспортовани материјал изолатори. Привлачне силе настају и у овом случају јер је прелаз статичког електрицитета на оклину недовољан да спречи његово стално повећање.



Слика 9.16
Начини уземљења уређаја за пнеуматски транспорт

Кад је у питању пнеуматски транспорт прашинастих и зрнастих материјала са изолаторским својствима, онда се количина статичког електрицитета може држати у дозвољеним границама уземљењем свих елемената постројења израђених од проводног материјала, повећањем површинске електрспроводности транспортованог материјала његовим квашењем или додавањем антистатика, повећањем релативне влажнсти ваздуха (изнад 66%) којим се обавља транспорт и смањењем релативне брзине између ваздуха и честица транспортованог материјала. Набројаним мерама не спречава се стварање статичког електрицитета већ се само обезбеђује његово држање у одређеним границама за време рада.

Уземљење мора да буде изведено тако да укупан стпор од места везивања за цевовод и уређаје до уземљења буде испод 10^6 с ма. Кад се за уземљење

цевовода и осталих уређаја пнеуматског транспорта користи јединствени систем уземљења електричних и громобранских инсталација, онда је тај услов испуњен јер код њих отпор не прелази 20 ома. Као уземљивачи се, углавном, користе челичне поцинковане траке 25×4 mm, положене на дну канала ширине 0,4 m и дубине 0,8 m (сл. 9.16 а), челичне поцинковане цеви $\varnothing$ 75 mm, које се побијају у земљу до дубине од 3 m (сл. 9.16 б), или и траке и цеви (сл. 9.16 в). Разуме се, за комплетно решавање ове врсте проблема треба користити „Правилник о техничким нормативима за заштити од статичкој електрицијети“ (Службени лист СФРЈ 62/73). Иначе, ако се о томе не води довољно рачуна за време пројектовања пнеуматског транспорта или отпрашивања, може доћи до експлозије и пожара чим електростатичко псље буде довољне јачине за стварање варнице и ако то остали услови буду омогућавали.

УРЕЂАЈИ ПНЕУМАТСКОГ ТРАНСПОРТА

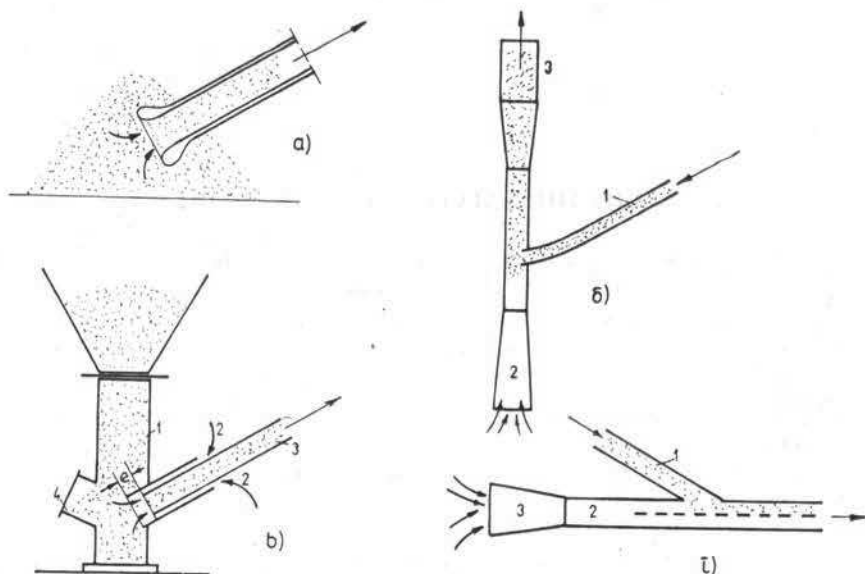
Овде ће претежно бити говора о уређајима за увођење транспортованог материјала у струју ваздуха на почетку цевовода и о уређајима за издвајање материјала из ваздушне струје на крају цевовода. Транспортни вентилатори, компресори и остале струјне машине, цевоводи и његова арматура обрађују се у другим предметима и о њима овде неће бити писано.

У уређаје за увођење материјала у струју ваздуха на почетку цевовода спадају разни усисници и дозатори, док се за издвајање честица материјала из ваздушне струје на крају цевовода најчешће користе циклони и филтери. Конструкција и функционалност тих уређаја зависи од система пнеуматског транспорта, физичких својстава транспортованог материјала, дужине цевовода, вредности концентрације итд. Тако су, на пример, уређаји за пнеуматски транспорт зрнастих материјала, у принципу, простији по конструкцији и функционалности од уређаја за пнеуматски транспорт прашинастих материјала. Потпуно издвајање прашинастих материјала из ваздушне струје на крају цевовода не може да се обави без филтера, док је, на пример, за одвајање зрнастих материјала од ваздушне струје довољно предвидети циклон или неки други сепаратор. Свакако да обе врсте уређаја подлежу строгим техничким прорачунима.

10.1. УСИСНИЦИ

Усисници се уграђују на почетку цевовода свих усисних система пнеуматског транспорта. Задатак им је да са што мањим падом притиска обезбеде улаз мешавине ваздуха и честица материјала у цевовод у оној количини која је предвиђена концентрацијом c_k у току прорачуна. Облик и конструкција усисника зависе од физичких својстава транспортованог материјала и стања у коме се тај материјал налази пре транспорта. Сасвим је други облик и конструкција усисника ако се њиме усисава слободно насути материјал од усисника којим се тај исти материјал, на пример, прихвата после изласка из неке машине у којој је био на обради. И обичан цевовод проширен и заобљен на улазу представља један облик усисника. На слици 10.1 приказани су неки облици усисника за разне намене. Усисник а) је остварен најобичнијим проширењем и заобљењем цевовода на почетку, који се урњава у слободно насути материјал ради транспорта. Услед потпритиска који се ствара у цевоводу помоћу струјне машине, спољњи ваздух бива усисаван кроз поре материјала повлачећи његове

честице за собом у цевовод. Жељена концентрација материјала у струји ваздуха остварује се променом дубине уроњавања усисника у материјал који се налази на хоризонталној подлози или у неком отвореном суду. Усисници под б) и в) функционишу на тај начин што у њих материјал долази из силоса гравитацијом кроз цевоводе 1, ваздух улази кроз отворе 2 повлачећи за собом материјал у



Слика 10.1

Усисници за пнеуматски транспорт

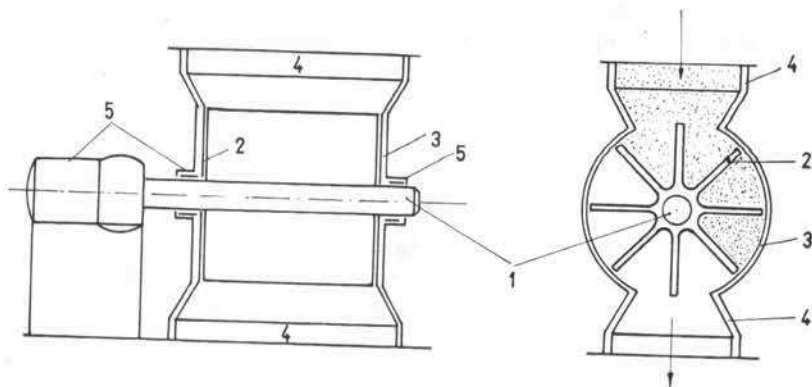
цевоводе 3. Отвор 4 служи за контролу и чишћење усисника в). Очигледно је да се ова два усисника разликују по конструкцији и принципу рада. Наиме, усисник в) изведен је у виду телескопске цеви и захваљујући томе растојање e између почетка коаксијалних цеви може да се мења и тиме регулише концентрација c_k . Мање вредности за e обезбеђују већу концентрацију материјала у струји ваздуха и обрнуто. Најзад, слика г) приказује један хоризонтални усисник у који материјал долази из силоса гравитацијски кроз цев 1, пада на перфорирану лимену плочу 2 изнад и испод које струји ваздух усисан кроз отвор 3, односећи честице материјала у транспортни цевовод.

10.2. ДОЗАТОРИ

Сам назив показује да се ради о уређајима који дозирају транспортовани материјал у струју ваздуха за време пнеуматског транспорта. Зависно од конструкције и начина рада, дозатори се деле на секторске, пужасте и коморне. Док се пужасти и коморни дозатори искључиво користе код потисних система пнеуматског транспорта да на почетку цевовода обезбеде прорачунску концентрацију c_k материјала у ваздушној струји, дотле секторски дозатори могу имати и друге намене. Ове намене ће бити наведене и списане у делу књиге који непосредно следи.

10.2.1. Секторски дозатори

Спадају у групу запреминских дозатора, а име су добили по секторима који чине њихову радну запремину. Главни делови секторског дозатора су: осовина 1 са радијалним лопатицама 2, кућиште 3, улазно и излазно грло 4, лежишта и погонски мотор са редуктором 5 (слика 10.2).



Слика 10.2
Секторски дозатор

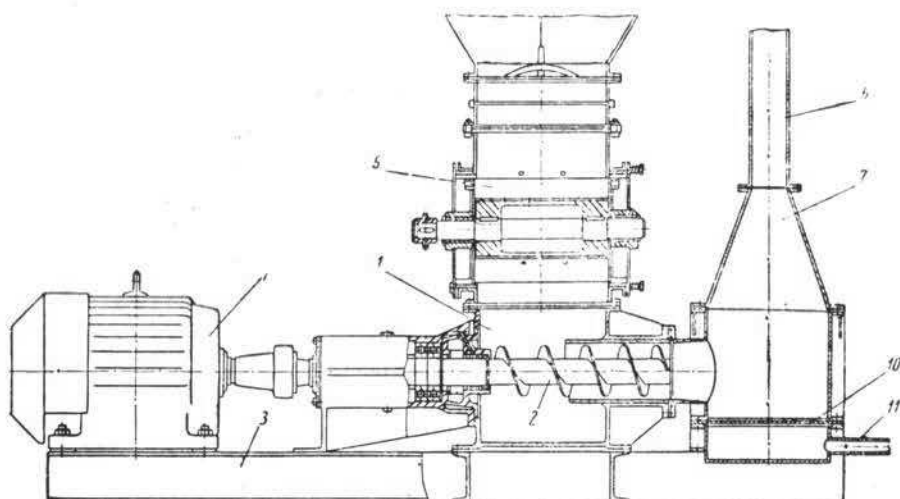
Секторски дозатори су цилиндричног облика и уграђују се тако да им осовина увек буде паралелна са осом цевовода. Транспортирани материјал долази из силоса гравитацијски и кроз улазно грло доспева у секторе између лопатица које ротирају и на тај начин „пребацују“ материјал у цевовод кроз излазно грло. Број обрта ротора секторског дозатора је $n=20-60$ o/min. Простор у корену лопатица мора да буде заобљен да се материјал у оштрим угловима не би задржавао за време пребацивања из улазног у излазно грло дозатора. Лежишта морају бити под сталним притиском товатне масти да не би у њих продирао материјал. Нарочито је опасан прашинасти материјал. С обзиром на величину главчине ротора и дебљину лопатица, корисна запремина дозатора износи приближно једну половину цилиндра чији је пречник једнак спољашњем пречнику лопатица, а висина дужине лопатица. Узима се да је коефицијент пуњења сектора између лопатица око 0,75 тако да капацитет дозатора износи:

$$q_{\varepsilon} = \frac{n}{60} \frac{3}{4} \frac{1}{2} \frac{D^2 \pi}{4} L. \quad (10.1)$$

Поред задатка да на почетку цевовода потисних система пнеуматског транспорта остваре жељену концентрацију материјала у струји ваздуха, секторски дозатори се постављају и испод циклona и филтера код усисних система пнеуматског транспорта, само су они тада много прецизније израде. Њихов задатак је у овом случају да раздвоје потпритисни простор у инсталацији од слободне атмосфере. Често их због тога називају и уставема или секторским затварачима. С обзиром на раздвајање потпритисног простора од слободне атмосфере, кућиште дозатора и чеона површина лопатица морају бити фино обрађени са врло фином толеранцијом. Што је гд већи потпритисак у инсталацији, то је овај захтев оштрији.

10.2.2. Пужаста дозатора

Једна врста пужастог дозатора приказана је раније на слици 9.4 у склопу флуид-лифта. Његов задатак је да непрекидно дотура материјал у комору за флуидизацију. Овде се на слици 10.3 приказује још једна конструкција пужастог дозатора за потребе флуид-лифта, који се нарочито користи за транспорт цемента и сличних прашинастих материјала. У табели 10.1 дају се подаци о овом дозатору за четири његове стандардне величине.



Слика 10.3 [84]

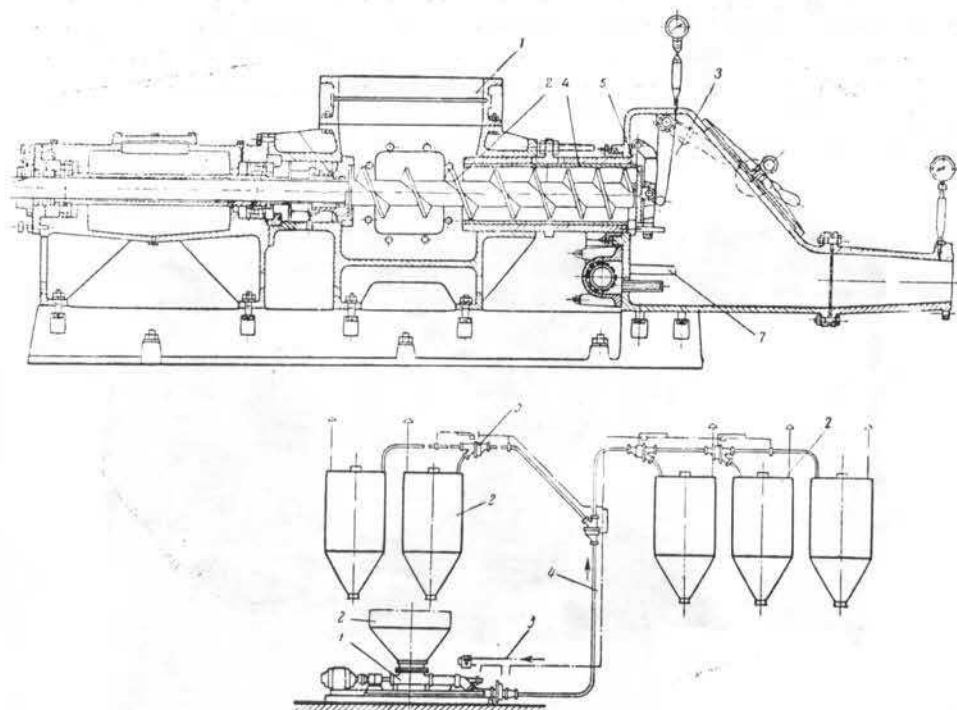
Пужаста дозатора флуид-лифта

Табела 10.1. [84]

Тип дозатора	C—670	C—671	C—672	C—558
Пречник пужа (mm)	140	170	170	200
Број обрта пужа (o/min)	980	980	1450	980
Погонска снага пужа (kW)	14	20	28	40
Капацитет транспорта (t/h)	20	40	60	100
Висина дизања (m)	25	25	25	25
Хоризонтални трансп. (m)	20	20	20	20
Притисак ваздуха у комори за флуидизацију (bar)	2,2	2,2	2,2	2,2
Пречник цеви флуид-лифта (mm)	100	125	130	150
Потрошња ваздуха (m^3/min)	1,5—2	2,8—3,3	4—6	6,5—7

Конструкција пужастог дозатора, који служи за убацивање транспортованог материјала у комору за стварање мешавине жељене концентрације за време летећег пнеуматског транспорта, приказана је на слици 10.4. Транспортвани материјал улази у дозатор кроз левак 1 да би помсћу пужа 2 био убачен у комору 3 за стварање мешавине, у коју истиче ваздух великом брзином кроз један или више цилиндричних млазника 4. Створена мешавина иде у потиски

цевовод 5 којим се транспортује на захтевано растојање. На крају кућишта пужа постављена је клапна са противтегом, чији је задатак да спречава продор



Слика 10.4 [85]

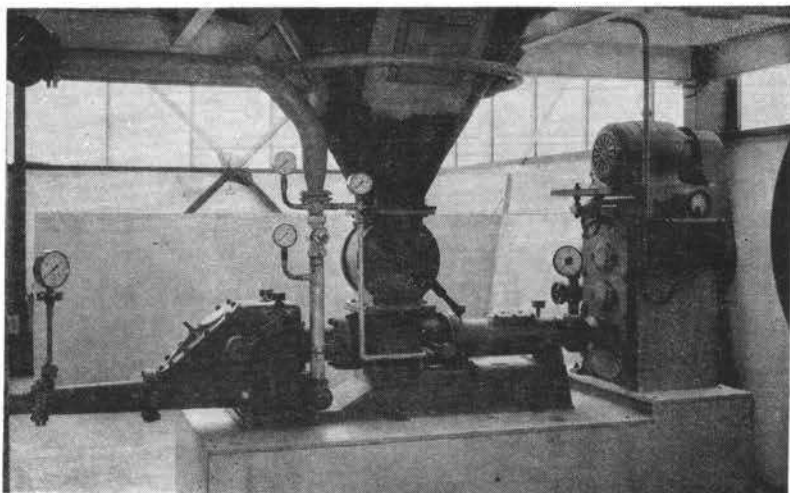
Пужасти дозатор за летећи пнеуматски транспорт

Табела 10.2 [85]

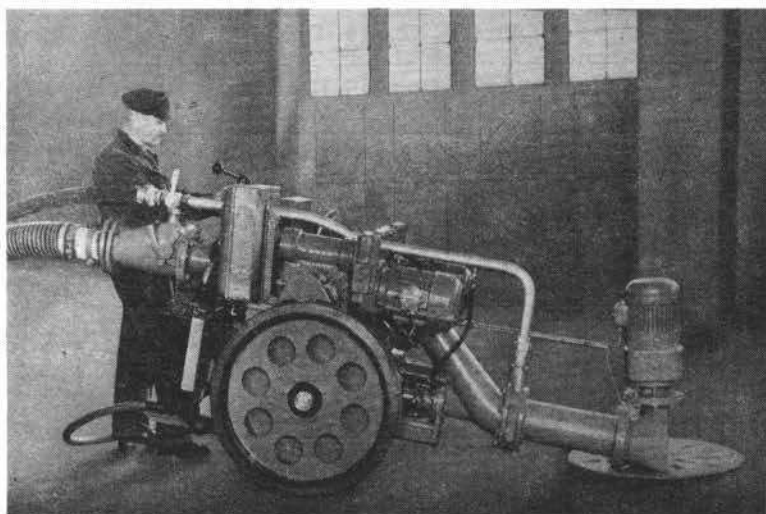
Пречник пужа	Капацитет трансп.	Дужина трансп.	Притисак ваздуха	Погонска снага	Пречник цеви
m	t/h	m	bar	kW	mm
150	42,5	100	1,40	26	125
		200	1,95	45	150
		300	2,10	64	150
		600	2,45	72	200
200	100,0	100	1,40	62	200
		200	1,95	92	200
		300	2,10	125	200
		600	2,45	135	250
250	170,0	100	1,40	88	250
		200	1,95	125	250
		300	2,10	162	250
		600	2,45	177	300

ваздуха из коморе за стварање мешавине у кућиште пужа. Између левка и улаза у кућиште пужа монтиран је плjosнати затварач којим се прекида истицање материјала из силоса за време ремонта и поправке пужастог дозатора. Корак пужа се смањује идући ка комори за стварање мешавине, чиме се постиже веће сабијање материјала, а тиме и теже продирање ваздуха у кућиште пужа. Број обрта пужа обично износи $n=980-1450$ о/мин, а капацитет транспорта дозатора

$$\dot{m}_s = q_s \frac{\pi}{60} \frac{sn}{4} (D^2 - d^2), \quad (10.2)$$

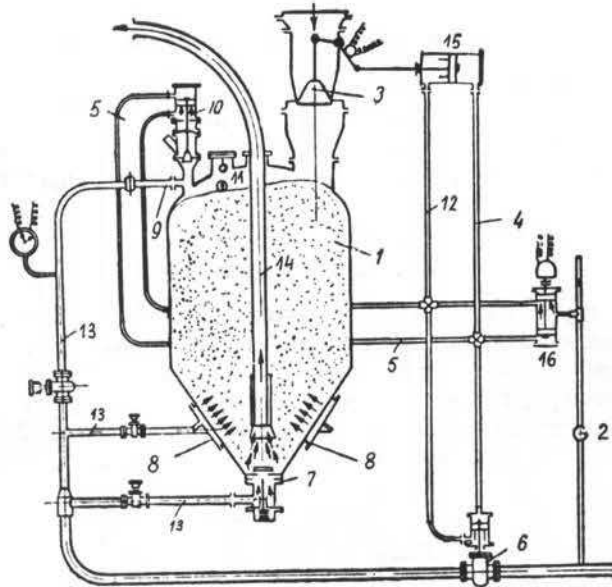


Слика 10.5
Непокретни пужасти дозатор



Слика 10.5'
Покретни пужасти дозатор

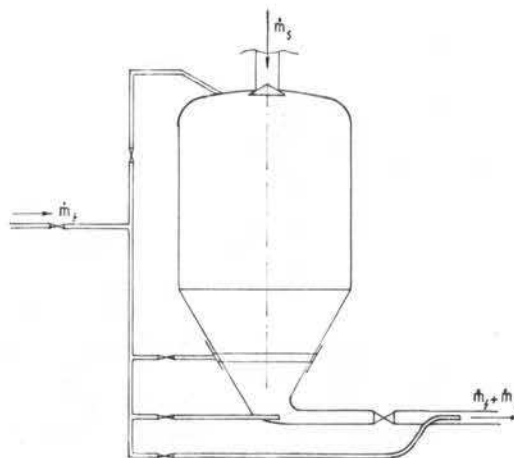
транспорт. За време пуњења дозатора нема транспорта материјала кроз цевовод. Уградњом два једнокоморна дозатора и њиховом синхронизацијом да раде наизменично, постиже се непрекидни транспорт. Док се један дозатор пуни материјалом, други се празни.



Слика 10.7 [84]

Ваздушна пумпа са пражњењем нагоре

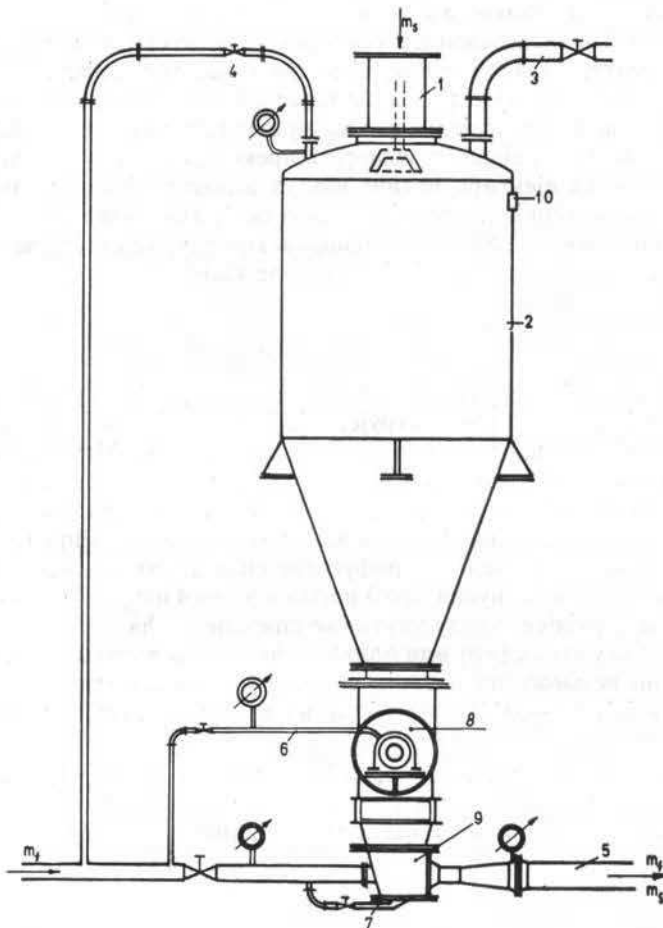
У коморне дозаторе спадају и пнеуматске или ваздушне пумпе. Њихов рад је аутоматизован, а уграђују се у пару или појединачно, зависно од тога да ли се жели непрекидни или прекидни пнеуматски транспорт. Њихово праж-



Слика 10.8 [86]

Ваздушна пумпа са пражњењем надоле

њење се обавља кроз цевовод који иде одмах вертикално навише (слика 10.7), или кроз цевовод који хоризонтално излази из доњег дела дозатора (слика 10.8). Овде ће бити детаљно описан рад ваздушне пумпе са пражњењем материјала кроз цевовод који иде вертикално навише, јер је она на цртежу приказана са свим помоћним уређајима. Принцип рада је следећи. Комора 1 ваздушне пумпе је празна, вентил 6 за довод сабијеног ваздуха у њу је затворен. Вентил 2 је отворен и сабијени ваздух улази у цилиндар 16, пролази кроз цевовод 5 у цилиндар 10 који отвара клапну за улаз атмосферског ваздуха у комору 1. Истовремено, сабијени ваздух из цилиндра 16 одлази цевоводом 12 у цилиндар 15, који отвара клапну 3 кроз коју улази материјал у комору 1 из силоса смештеног изнад коморе. Кад се материјал у комори 1 попне до показивача нивса 11, овај укључује одговарајуће струјно коло које преко електромагнетног покретача помера клип у цилиндру 16 у други крајњи положај, прекидајући тако довод материјала у комору затварањем клапне 3. Истовремено се прекида и веза коморе са слободном атмосфером затварањем вентила на сисцини



Слика 10.9 [4]

Коморни дозатор у спрези са секторским дозатором и ејектором

клипа цилиндра 10 и, најзад, отвара се вентил 6 ради упуштања сабијеног ваздуха у комору 1 кроз цевоводе 13. Флуидизован материјал бива увучен млазом ваздуха у транспортни цевовод 14 на чији је улаз усмерен млаз ваздуха који истиче кроз отвор 7. Тај ваздух, у ствари, обавља транспорт материјала за разлику од осталог ваздуха који само омогућава лакше истицање материјала из коморе ваздушне пумпе.

Ваздушне пумпе представљају веома поуздане уређаје за пнеуматски транспорт прашинастих материјала на велике даљине, јер у погледу величине притиска сабијеног ваздуха нема ограничења.

Коморни дозатори користе се и у комбинацији са другом врстом уводника материјала у цевовод. Слика 10.9 приказује један такав случај, при чему је коморни дозатор комбинован са секторским дозатором.

Принцип рада овог уређаја је очигледан. Материјал из силоса гравитацијски доспева кроз отвор 1 у комору 2, која је у вези са атмосфером или филтером за аспирацију преко одушне цеви 3. Вентил 4 је затворен и радни ваздух протиче кроз главни цевовод 5 и помоћне цевоводе 6 и 7. Цевоводом 6 доводи се ваздух ради заштите лежишта секторског дозатора 8, а цевоводом 7 за флуидизацију материјала у усиснику ејектора 9. Кад материјал доспе до горњег показивача нивоа 10, овај иницира затварање улаза 1 за довод материјала и отварање вентила 4 ради изједначавања притиска у цевоводу и комори. Тада почиње истицање материјала из коморе 2 преко секторског дозатора 8 у ејектор 9. Из млазника ејектора истиче ваздух великом брзином, повлачећи за собом дозирани материјал, предаје му део своје кинетичке енергије и у виду мешавине улази у цевовод 5 ради транспорта. Прорачун ејектора за нестишљиво струјање биће приказан у следећој глави ове књиге.

10.3. ЦИКЛОНИ

Циклони спадају у групу инерционих сепаратора. Користе се за издвајање честица материјала из ваздушне струје, чија је крупноћа изнад $10 \mu m$. На слици 10.10 приказан је обичан цилиндричноконусни циклон. Мешавина ваздуха и материјала улази тангентно кроз цев 1 у цилиндрични део 2 циклona. Под дејством Земљине теже, центрифугалне силе и силе отпора, мешавина добија просторно спирално кретање. Честице материјала одлазе најпре ка зиду цилиндричног дела циклona услед центрифугалне силе а, затим, под утицајем Земљине теже наниже кроз конусни део 3 и излазну цев 4 напуштају циклон. Очишћена ваздушна струја се у виду унутарње спирале враћа вертикално навише и кроз цев 5 излази у атмосферу или одлази у филтер на допунско пречишћавање. Наиме, циклон не може да издвоји све честице из ваздушне струје. Обични циклони издвајају 97—98% материјала из ваздушне струје, а специјални и до 99,5%.

На сваку честицу материјала, која се налази на спирали као путањи, делују за време њеног кретања следеће силе: инерцијална, центрифугална, Земљина тежа и сила отпора. Изрази за последње три силе гласе:

$$F_c = m \frac{c_t^2}{r_s} = \frac{\rho_s \pi d^3 c_t^2}{6 r_s},$$

$$F_g = \rho_s \frac{d^3 \pi}{6} g, \quad F_w = 3 \pi d \mu v_s,$$

при чему је узето да је опструјавање честице за време њеног кретања у циклону ламинарно. Оно је по правилу турбулентно, али се усваја наведена претпоставка јер се не зна стварни коефицијент отпора честице. У претходним једначинама је c_t (m/s) брзина честице која лежи у правцу тангенте на спирали, а r_s (m) полупречник кривине спирале у тачки у којој се налази честица. Обично је $c_t = (0,7 - 0,8) v_u$, где је $v_u = (12 - 18)$ m/s брзина ваздуха на улазу у циклон.

Стварна путања честице у циклону не може аналитички да се одреди јер се не знају углови које би те силе градиле са осам неког усвојеног координатног система. Због тога се и конструктивни параметри циклона одређују коришћењем приближних метода. На пример, ако би се честица кретала само под дејством центрифугалне силе и силе отпора, њиховим изједначењем би се добило [87]:

$$c_r = \frac{dr_s}{dt} = \frac{\rho_s d^2 c_t^2}{18 \mu r_s},$$

јер је у овом случају брзина v у изразу за силу отпора једнака радијалној компоненти c_r . Време које прође док честица пређе пут одређен полупречницима $r_s = D_u/2$ и $r_s = D_s/2$ добија се интеграљењем претходне диференцијалне једначине и оно износи:

$$t = \frac{18 \mu (D_s^2 - D_u^2)}{8 \rho_s d^2 c_t^2}.$$

Са друге стране, време које прође док честица пређе пут једнак висини H_c цилиндричног дела циклона је:

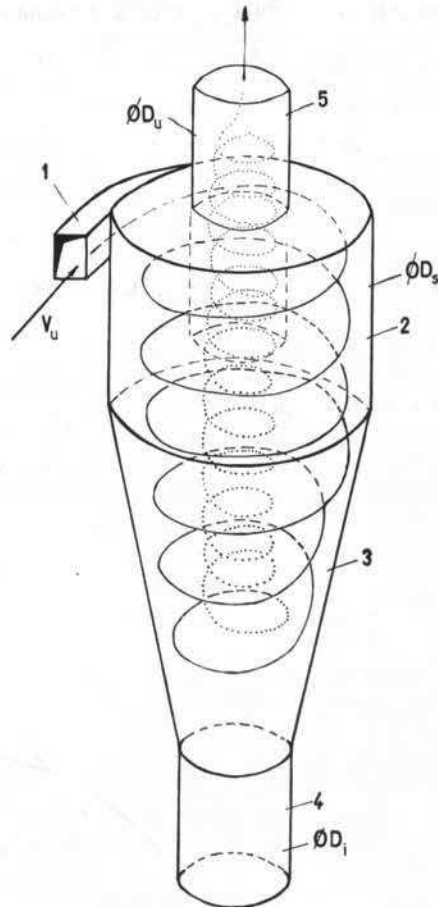
$$t_c = \frac{H_c}{v_a} = \frac{H_c \pi (D_s^2 - D_u^2)}{4 q_f},$$

где је v_a (m/s) брзина ваздуха у правцу осе циклона. Исправан рад циклона захтева $t_c > t$ тако да се, коришћењем последња два израза, добија:

$$H_c > \frac{9 \mu q_f}{\rho_s \pi d^2 c_t^2}. \quad (10.3)$$

Одавде се види да је висина цилиндричног дела циклона све већа што је транспортовани материјал ситнији. Међутим, случај равнотеже центрифугалне силе и силе отпора може и овако да се напише:

$$3 \pi \mu d = \frac{\rho_s \pi d^3 c_t^2}{6 r_s c_r}.$$



Слика 10.10
Изглед циклона

Ако би се, пак, честица кретала само вертикално наниже, тада би се из равнотеже силе отпора и Земљине теже добило:

$$3 \pi \mu d = g \frac{\rho_s}{v_s} \frac{d^3 \pi}{6},$$

јер је у том случају $v = v_s$ у изразу за F_w . Према томе, изједначењем последња два израза добија се однос брзина:

$$\frac{c_r}{c_t} = \frac{v_s c_t}{r_s g}.$$

Кад $r_s \rightarrow r$ (слика 10.11) биће:

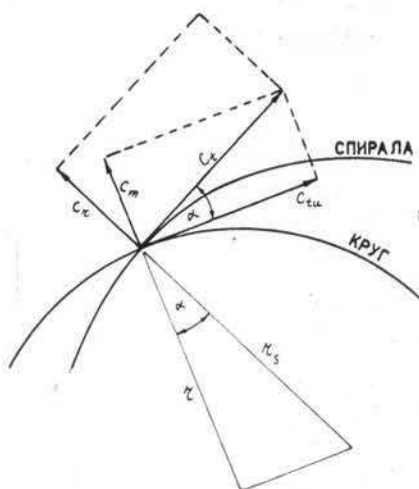
$$\frac{v_s c_{tu}}{r g} = \operatorname{tg} \alpha, \quad (10.4)$$

јер тада $c_t \rightarrow c_{tu}$ и $c_r \rightarrow c_m$. Са друге стране, за осамљени вртлг је

$$c_{tu} = \frac{\operatorname{const.}}{r} = \frac{C}{r},$$

па из (10.4) следи:

$$r = \sqrt{\frac{v_s C}{g \operatorname{tg} \alpha}}.$$



Слика 10.11

Најзад, кад се овде замени брзина v_s дата једначином (7.30), уз напомену да је $\rho \ll \rho_s$, добиће се

$$d = r \sqrt{\frac{18 \mu \operatorname{tg} \alpha}{\rho_s C}}.$$

У граничном случају је $r = D_s/2$ и $d = d_{gr}$, где d_{gr} одређује крупноћу честица које ће још доспети до зида цилиндричног дела циклсона, те је коначно

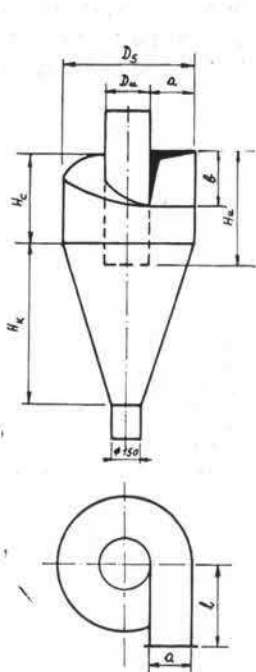
$$d_{gr} = \frac{1}{2} D_s \sqrt{\frac{18 \mu \operatorname{tg} \alpha}{\rho_s C}}. \quad (10.5)$$

Овде је $\operatorname{tg} \alpha = 0,03 - 0,05$. Према томе, циклон пречника D_s издвојиће све честице крупноће $d > d_{gr}$, односно честице крупноће $d < d_{gr}$ циклон неће издвојити већ ће га оне напустити кроз цев 5 (слика 10.10). За издвајање честица крупноће $d < d_{gr}$ мора да се угради ефикаснији пречистач ваздуха и о томе ће касније бити писано. Напоменимо да се константа C у изразу (10.5) одређује експериментално за сваки тип циклсона. Њена приближна вредност може да се израчуна применом формуле

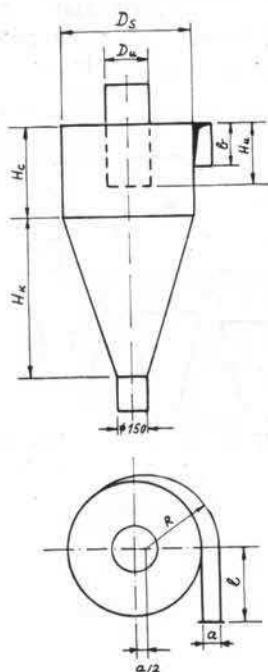
$$C = \frac{1}{2} (D_s \pm a) v_u, \quad (10.6)$$

што не представља ништа друго него вредност rc_{tu} на улазу у циклон. Знак „—“ узима се за циклоне типа ОТИ (слика 10.12), с друге стране „+“ за циклоне типа УЦ—38 (слика 10.13).

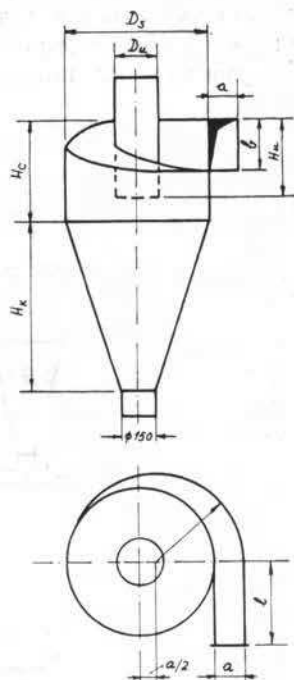
У последње време све више се примењују циклони који су настали сједињавањем добрих страна циклсона ОТИ и УЦ—38. То су циклони БЦМ, чији је изглед приказан на слици 10.14.



Слика 10.12 [66]
Циклон ОТИ



Слика 10.13 [87]
Циклон УЦ-38



Слика 10.14 [87]
Циклон БЦМ

Прорачунске формуле за та три типа циклона дате су у табели 10.3. Оне су, углавном, добијене експериментално. Раније изведене формуле служе само зато да се помоћу њих израчуна пречник честице коју ће циклон још издвојити, као и коефицијент сепарације циклона, будући да је гранулометријски састав транспортованог материјала познат.

Пад притиска ваздуха за време његовог проласка кроз циклон одређује се помоћу формуле:

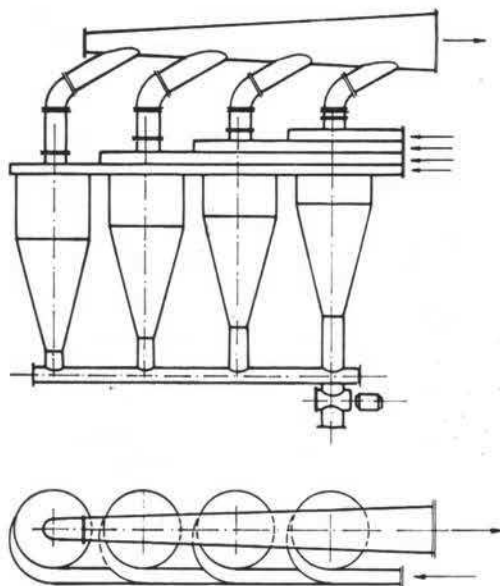
$$\Delta p_c = \zeta_c \frac{1}{2} \rho_f v_u^2 = m q_f^2, \quad (10.7)$$

у којој је ζ_c коефицијент отпора циклона, а $v_u = (12-18)$ m/s брзина ваздуха на улазу у циклон и m карактеристика циклона, чија се вредност може одредити само за циклоне типа ОТИ [66].

Брзина ваздуха у излазној цеви 5 циклсна сачетс изссси $v_i = (4-8,5)$ m/s. Према тој брзини и количини ваздуха q_f израчунаи је пресник D_u излазне цеви циклона.

У табелама 10.4 и 10.5 дати су подаци о стандардним циклсима УЦ—38 и ОТИ, које су добијене применом наведених прсрачуиских формула у табели 10.3.

Раније смо констатовали да циклони мањег пречника имају бољи коефицијент одвајања, јер издвајају и врло ситне честице из ваздушне струје. Међутим, циклони малог пречника имају и малу пропусну моћ уз истовремени пораст коефицијента отпора. Да би се остварили и већи капацитети пречишћавања ваздуха и задовољајући степени одвајања, циклони малог пречника се удружују у батерије циклона. Зависно од расположивог простора за уградњу батерије у погону, циклони се у њој распоређују у једном или у два реда (слика



Слика 10.15 [87]

Батерија са једним редом циклона

Табела 10.3

Тип циклона	q_f	Димензије у mm						ζ_c	m
		D_s	D_u	H_c	H_k	H_u	a		
ОТИ [66]	m^3/min	$117 \sqrt{q_s}$	$0,55 D_s$	$0,60 D_s$	$2,0 D_s$	$0,70 D_s$	$\frac{1}{2} (D_s - D_u)$	$0,45 D_s$	$\frac{0,019}{D_s^3}$
ОТИ [87]	m^3/h	$13,8 \sqrt{q_f}$	$0,55 D_s$	$0,60 D_s$	$2,5 D_s$	$0,70 D_s$	$0,225 D_s$	$0,45 D_s$	—
УЦ—38	m^3/h	$19,5 \sqrt{q_f}$	$0,38 D_s$	$0,80 D_s$	$2,3 D_s$	$0,50 D_s$	$0,250 D_s$	$0,25 D_s$	—
БЦМ [87]	m^3/h	$13,0 \sqrt{q_f}$	$0,40 D_s$	$2,20 D_s$	$2,0 D_s$	$1,40 D_s$	$0,200 D_s$	$0,58 D_s$	—

Табела 10.4 [87] Циклон УЦ-38

Тип циклона	q_f (m^3/h)	Димензије у mm							
		D_s	D_u	H_c	H_k	H_u	$a=b$	l	
УЦ—250	170	250	95	200	575	125	63	225	
УЦ—300	240	300	115	240	690	150	75	250	
УЦ—350	330	350	135	280	805	175	88	276	
УЦ—400	430	400	150	320	920	200	100	300	
УЦ—450	545	450	170	360	1035	225	110	325	
УЦ—500	670	500	190	400	1150	250	125	350	
УЦ—550	815	550	210	440	1265	275	137	375	
УЦ—600	965	600	230	480	1380	300	150	400	
УЦ—650	1135	650	245	520	1495	325	162	425	
УЦ—700	1320	700	265	560	1610	350	175	450	
УЦ—750	1525	750	285	600	1725	375	187	475	
УЦ—800	1725	800	300	640	1840	400	200	500	
УЦ—850	1950	850	320	680	1955	425	212	525	

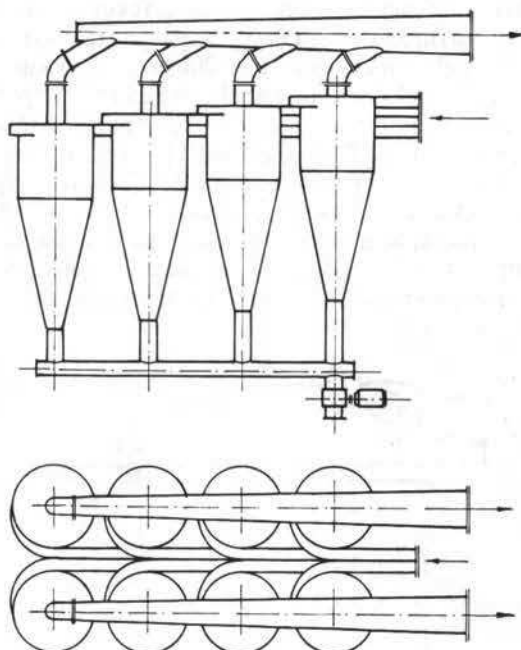
Напомена: Табела је направљена за $v_u = 12 \text{ m/s}$.

Табела 10.5 [66] Циклон ОГИ

q_f m^3/min	Димензије у mm							m
	D_s	D_c	H_c	H_k	H_u	a	b	
2,5	185	105	110	370	130	40	85	3,025
5,0	265	145	160	530	185	60	115	1,050
7,5	320	180	195	640	225	70	150	0,550
10,0	370	210	220	740	260	80	175	0,335
12,5	420	240	250	840	295	90	195	0,255
15,0	460	260	275	920	320	100	210	0,200
17,5	490	270	295	980	345	110	220	0,160
20,0	530	290	320	1060	370	120	230	0,130
22,5	560	310	335	1120	390	125	250	0,110
25,0	590	330	355	1180	410	130	270	0,095
27,5	620	350	370	1240	435	135	285	0,085
30,0	640	360	384	1280	450	140	300	0,072
35,0	690	380	415	1380	485	155	315	0,055

Напомена: Табела је направљена за $v_u = 12 \text{ m/s}$.

10.15 и 10.16). Разуме се, може у једном погону бити уграђено и више батерија циклона ако то проток мешавине ваздуха и честица материјала захтева. Излазне цеви појединих циклона у батерији повезују се пужним транспортером испод чије се излазне цеви поставља секторски дозатор (устава) кад год се ради о усисном систему пнеуматског транспорта. Кад је у питању мањи број циклона, онда се уместо заједничког пужног транспортера могу поставити и уставе испод сваког циклона, а њихов излаз може се повезати на заједнички одвод издвојеног материјала.



Слика 10.16 [87]

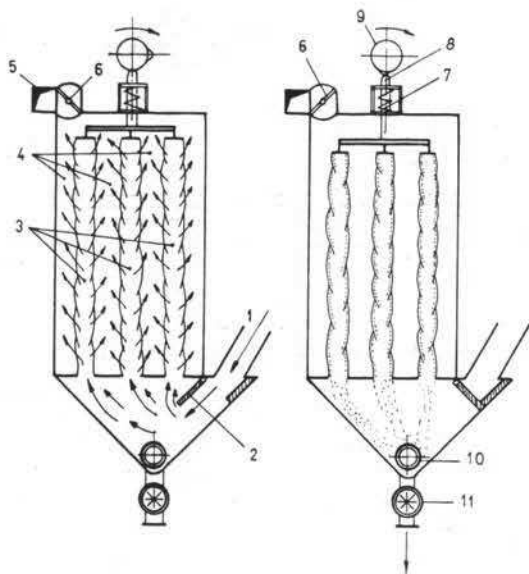
Батерија са два реда циклона

Прорачун батерије циклона обавља се на тај начин што се укупни проток ваздуха q_f подели на број циклона у батерији и њихове димензије одреде применом прорачунских формула датих у табели 10.3. Укупан пад притиска батерије једнак је за све циклоне јер су они у батерији повезани паралелно.

10.4. ФИЛТЕРИ

У одељку о циклонима речено је да они не могу да издвоје све честице транспортованог материјала из ваздушне струје. Ма колико мали био пречник циклона, увек ће у ваздуху бити честица крупније $d < d_{gr}$ које ће с њим напустити циклон и отићи у слободну атмосферу. Ради спречавања загађивања човекове околине и ради избегавања финансијских губитака, тај ваздух мора да се пропусти кроз неки ефикаснији филтер пре одласка у слободну атмосферу. Један од тих филтера је и филтер са врећама од тканине кроз коју се протисла запрашени ваздух. Ти филтери се једноставно називају врећастим филтерима.

Њихов степен одвајања иде и до 99,9%. Најпростији вид врећастог филтера примењен је код усисивача за прашину у домаћинствима. Индустриски филтери имају само већи број великих врећа и више секција. Данас се израђују филтери са 2, 3, 4, 5 и 6 секција. Увек се у једној секцији врши отресање врећа тако да је број активних секција мањи за један од укупног њиховог броја. Наиме, прорачун филтера почиње израчунавањем укупне филтерске површине. Дозвољава се $1\text{--}1,5 \text{ m}^3/\text{min}$ ваздуха по 1 m^2 филтерске површине кад се филтери уграђују у *пошисне* системе пнеуматског транспорта (у њиховим врећама тада влада натпритисак), односно $2\text{--}3 \text{ m}^3/\text{min}$ ваздуха по 1 m^2 филтерске површине кад се филтери уграђују у *усисне* системе пнеуматског транспорта (у њиховим врећама тада влада потпритисак). Овако израчуната укупна филтерска површина дели се на N врећа пречника $150\text{--}200 \text{ mm}$ и дужине $1,5\text{--}2 \text{ m}$. Тих N врећа смешта се у секције (3 реда по 4 вреће, 4 реда по 6 врећа итд., зависно од расположивог простора у погону где се филтер уграђује), при чему број секција не треба да буде већи од пет. Тако одређен број секција повећава се за једну, јер за време рада филтера увек се у једној секцији врши отресање врећа ради одстрањивања наталожене прашине. Отресање врећа врши се механички помоћу посебног механизма, или помоћу вибратора или, најзад, помоћу компримованог ваздуха притиска $3\text{--}6 \text{ бара}$. За време отресања врећа у секцији, кроз њу не пролази запрашени ваздух, што се постиже затварањем одређених клапни.

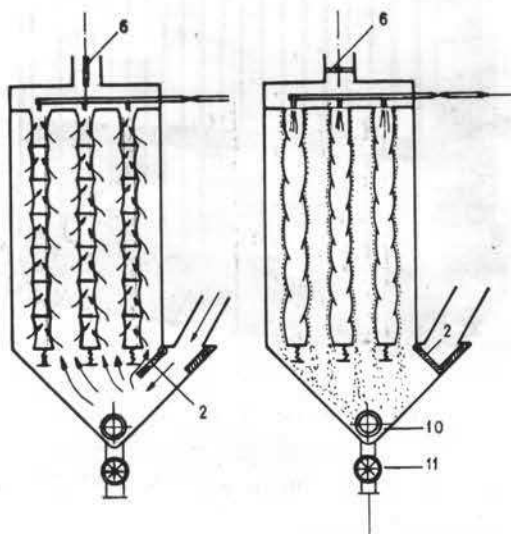


Слика 10.17

Лево — радно стање, десно — отресање врећа

Принцип рада врећастих филтера објаснићемо најлакше помоћу слике 10.17 на којој су приказане две секције једног истог филтера. Кроз једну секцију пролази запрашени ваздух, а у другој се истовремено врши отресање врећа. Дакле, делимично пречишћен ваздух у циклону улази кроз цев 1 у доњи део филтера, јер је клапна 2 у отвореном положају, а затим сизлази у вертикалне

вреће од тканине израђене специјално за сву ситицу (тканина је длакава-флаке-ласта на страни која је у додиру са запрашеним ваздухом). Очишћен ваздух излази из врећа у горњи део филтера 4, па онда кроз излазну цев 5 одлази у атмосферу, јер је клапна 6 у отвореном положају. Прашина се талжи на унутрашњој (длакавој) страни врећа и кад њен слој нарасте до одређене дебљине, укључује се механизам за отресање врећа, који се у овом случају састоји од опруге 7, заобљене осовине 8 и котура 9 са бегом. Док траје отресање врећа, наиласком котура и по неколико пута на заобљену осовину 8, клапне 2 и 6 налазе се у затвореном положају. Из доњег дела филтера се сакупљена прашина транспортује пужем 10 ка излазној цеви у којој је уграђена устава 11. Ако се отресање врећа врши помоћу компримованог ваздуха (импулсно), онда се запрашени ваздух уводи у простор око врећа у којима се налазе цилиндричне решетке направљене од округлих шипки, да се не би вреће спљоштиле за време рада филтера (слика 10.18). Чист ваздух продире у вреће и, затим, кроз отвор на врху филтера одлази у атмосферу. У другој секцији филтера се истовремено врши отресање врећа. Компримовани ваздух (3—6 бара) импулсно улази у вреће те секције, напуње их, слој прашине на спољној страни врећа пупа и пада у доњи део филтера. Клапне 2 и 6 су сада у затвореном положају. Из доњег дела филтера сакупљена прашина се избацује помоћу пужа 10 и уставе 11.

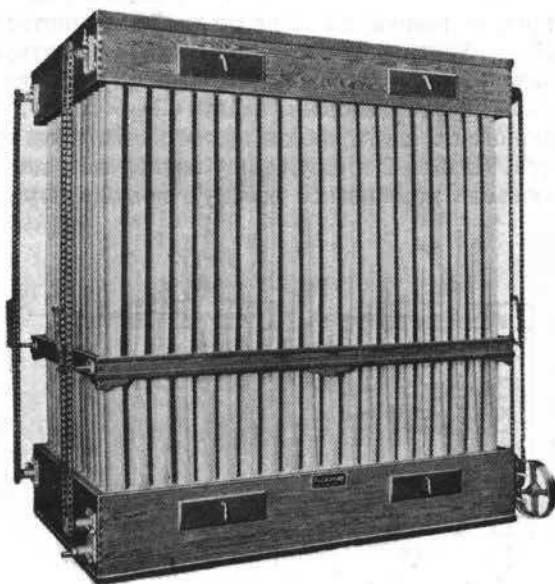


Слика 10.18

Лево — радно стање, десно — отресање врећа

Врећасте филтери су обично призматичног или цилиндричног облика. На слици 10.19 приказан је врећаст филтер, који се уграђује у потисним линијама пнеуматског транспорта. Филтер се састоји од доње и горње коморе, врећа и обичне жичане решетке са механизмом за вертикално кретање решетке. Запрашени ваздух улази у доњу комору и, затим, из ње у вреће остављајући на њиховој унутрашњој (длакавој) страни прашину. Чист ваздух излази из врећа у околни простор, јер та врста филтера нема заштитни оклоп. Ивице окаца жичане решетке су нешто мање од пречника врећа тако да решетка за време

кретања вертикално навише и наниже „ломи“ платно врећа, слој прашине пуца и пада у доњу комору из које се пужним транспортером изелачи напоље. Та врста филтера има неколико слабих страна. Прво, филтерска површина им је двоструко већа од филтерске површине усисних филтера. Друго, ваздух избачен из филтера остаје у просторији стварајући натпритисак у њој тако да просторија мора имати сталан контакт са слободном атмосфером. Осим тога, и температура ваздуха и његова влажност стално расту уколико је његов задатак био да хлади радне површине разних машина и да аспирира створену прашину (млинска и пекарска индустрија). Најзад, ти филтери су гломазнији од усисних филтера и захтевају већи простор за уградњу у погонима. Међутим, они пружају мањи струјни отпор ваздуху приликом рада.



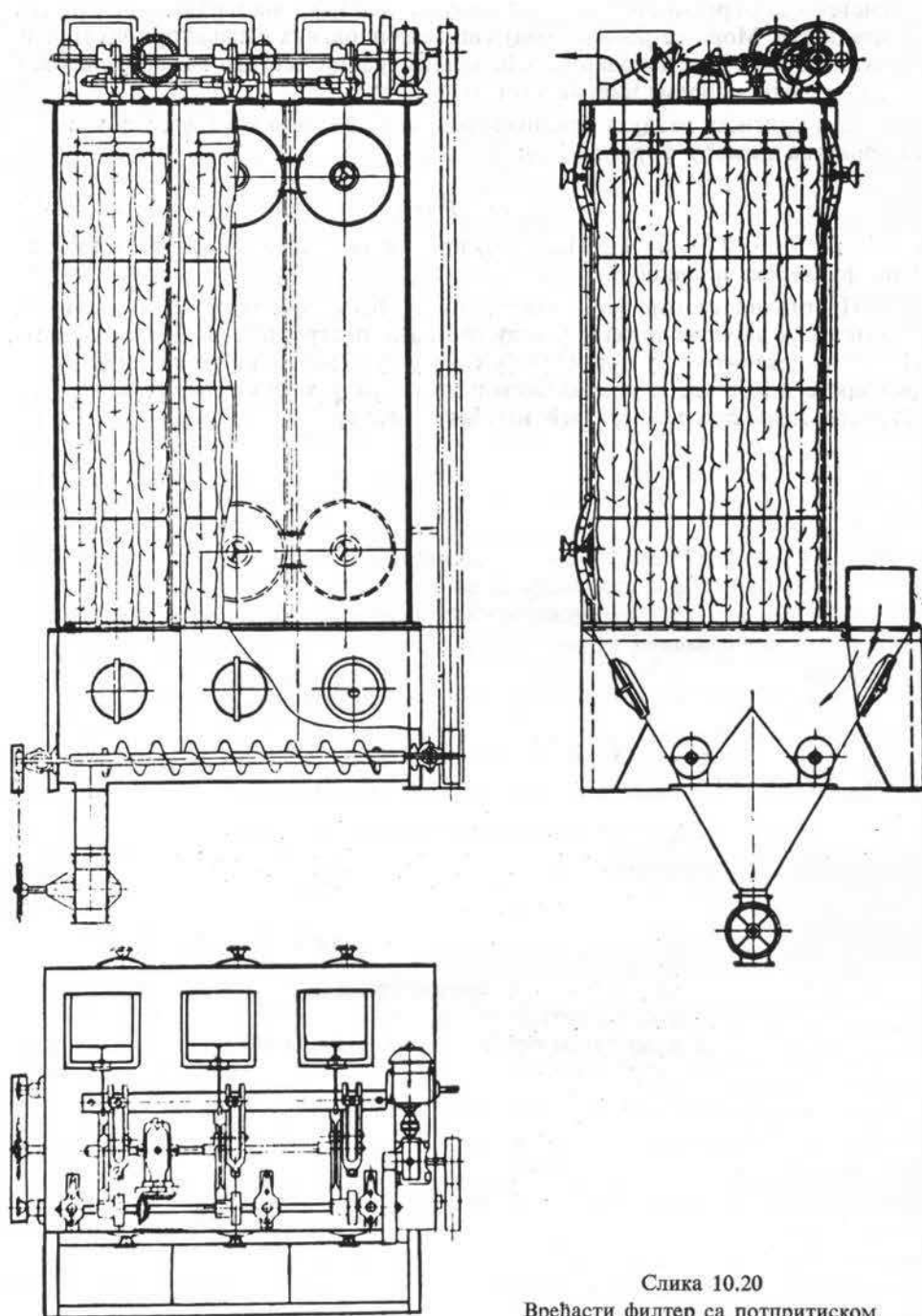
Слика 10.19

Врећасти филтер са натпритиском

На слици 10.20 приказан је усисни филтер са 6 секција. У једној од њих увек се врши отресање врећа (у овом случају механичко), тако да осталих пет секција прихвата запрашени ваздух.

То значи да је укупна филтерска површина расподељена у пет секција. Код ове врсте филтера се ваздух може избацивати напоље помоћу аспирационих вентилатора. Ови филтери уграђују се и у потисне система пнеуматског транспорта, само тада транспортна струјна машина савлађује све отпоре до филтера, а аспирациони вентилатор савлађује отпор у филтеру и у сопственом цевоводу.

У последње време граде се филтери и циклони у заједничком оклопу. Циклон је испод филтера и у њему се најпре одвоји главнина транспортованог материјала из ваздушне струје. Ваздух са најситнијим честицама продужава горе у филтер, пролази кроз његове вреће и одлази чист у атмосферу. Издвојена прашина остаје на унутрашњој (длакавој) страни врећа све док се једним



Слика 10.20
Врђасти филтер са потпритиском

од система за отресање не обруши у конусни део циклона и одавде не отпреми у складиште. Мора се рећи да овај тип комбинованих сепаратора честица из ваздушне струје није погодан за веће концентрације честица материјала у ваздушној струји за време пнеуматског транспорта.

Пад притиска ваздуха приликом његовог проласка кроз филтер може да се израчуна помоћу формуле [66]:

$$\Delta p_F = B q_f^n, \quad (10.8)$$

где је $B=0,13-0,14$, $n=1,2-1,3$ и q_f проток запрашеног ваздуха у m^3/h по 1 m^2 филтерске површине.

Практично се израђују стандардни врџасти филтери, за које њихови произвођачи дају све податке у виду табела и дијаграма у својим каталозима. Посао пројектанта се у том случају састоји у томе да на основу израчунате филтерске површине и расположивог простора у који се предвиђа уградња филтера правилно изабере већ израђени филтер.

ХИДРАУЛИЧНИ ТРАНСПОРТ

Под хидрауличним транспортом подразумева се транспорт уситњених материјала водом или неком другом течности, ако то транспортовани материјал захтева. Разуме се, хидраулично има смисла транспортовати материјале који не мењају своја физичка својства нити хемијски реагују у додиру с водом. Данас се углавном хидраулично транспортује песак, шљунак, кречњак, пепео, шљака, угаљ и све врсте руда, њихових јаловина и друго. Идеја да се водом транспортују уситњени материјали појавила се веома давно, у доба кад су људи почели да користе речне токове за транспорт стабала разног дрвећа, било у повезаном (сплав) или неповезаном виду.

Хидраулични транспорт уситњених материјала цевима први пут је разматран 1865. године у Швајцарској за време решавања неких транспортних проблема на железници. Ипак се 1900. година узима као почетак озбиљнијег коришћења хидрауличног транспорта кад је он у САД примењен за транспорт фосфатне руде на Флориди. Даља примена хидрауличног транспорта тесно је повезана са развојем рударства, металургије, грађевинарства и енергетике. Нарочито је у последњих тридесетак година учињен велики напредак у примени и развоју хидрауличног транспорта и опреме којом се тај транспорт обавља.

11.1. ПРЕГЛЕД ИЗГРАЂЕНИХ ЦЕВОВОДА ЗА ХИДРАУЛИЧНИ ТРАНСПОРТ

Изградња цевовода за хидраулични транспорт може се поделити на два периода: до 1950. године и после. До 1950. године изграђен је велики број цевовода за хидраулични транспорт уситњених материјала, али су сви они били релативно мале дужине. Тек после 1950. године, кад су створене и струјне машине високог притиска, могао је и хидраулични транспорт брже да се развија и да у погледу дужине цевовода практично буде неограничен. У табели 11.1 наведени су само неки од тих цевовода, са главним транспортним параметрима да би се стекла слика о њиховим величинама.

Ипак се скоро у свакој монографији или уџбенику о хидрауличном транспорту његов пун развој повезује са 1957. годином кад је у САД пуштен у погон цевовод за транспорт млевеног угља од рудника у *Kadizu (Cadis)* до термоелектране у *Кливеленду (Cleveland)*. Због његове важности овај цевовод биће детаљније описан. Дужине је 172 km, пречника 254 mm, има укупно три пумпне станице. Прва је на почетку, а друге две на растојању од по 48 km једна од друге. Последња

Табела 11.1 [4]

Земља или континент	Трансп. материјал	ρ_s	d	$\dot{m}_s$	q_m	c_z	c_k	D	L	q_m	Δp	v_m
		t/m ³	mm	t/h	m ³ /h	%	%	mm	km	t/m ³	bar	m/s
Југозападна Африка	руда уран + злато	2,7	0,07—0,6 0,07—0,6	52		27		150	18,7	1,46	15,8	1,13
		2,7		135		27		225	15,0	1,46	21,3	1,29
Африка	руда урана	2,7		40		32		150	10,0	1,54	9,7	0,74
		2,7		245		32		300	8,0	1,54	11,4	1,13
		2,7		340		32		400	11,0	1,54	14,0	1,20
		2,7										
Родезија	руда урана	2,7				28		225	7,5	1,48	11,0	
Јужна Африка	уран + гвожђе уран	3,0	0—0,7 0—0,5			20		125	4,8	1,40	14,0	1,35
		2,7		28		212		10,5	1,47		0,90	
Канада	концентрат никла, јаловина никла				195		35	203	12,0	1,28		1,65
				600	35		330	6,4	1,35		1,95	
Тенеси (САД)	фосфорит	2,7		100		25		200	4,8	1,2	12,0	2,60
Куба	руда никла	3,6			2600		45	610	4,6			2,50
Чиле	руда бакра				150			152	21,0			
Данска	песак	2,65			600			650	13,0		9,0	
СССР	руда бакра	3,9	0,2			15		150	7,0			
Кина	руда гвожђа							400	29,0		18,0	

деоница цевовода дуга је 76 km, јер је њен пад нешто већи од прве две деонице. Снага термоелектране је 660 MW и за њу се поменутим цевоводом транспортује 1,5 милиона тона угља годишње, што чини 80% од укупне годишње потрошње. Осталих 20% од годишње потрошње угља транспортује се железницом. Цена транспорта угља у време пројектовања била је 3,24 USD/t железницом, односно (1,5—2) USD/t цевоводом. Свака пумпна станица има по три клипне пумпе, капацитета 125 m³/h мешавине угља и воде и натпритиска 70 bari свака. По две пумпе у свакој станици везане су паралелно и обављају транспорт, а трећа је резервна. Угаљ се после копања и одстрањивања евентуалне јаловине меље на крупноћу од 0,07—0,14 mm и, затим, транспортује механички до три резервоара у којима се прави мешавина. Два резервоара су пречника 107 m, а трећи 53 m. Висина резервоара је 6 m. Овако велика запремина резервоара предвиђена је због тога што рудник угља ради у две смене, а транспорт угља цевоводом је непрекидан. Цевовод је укопан у земљу на дубини од 1,2—1,5 m, а дебелина његовог зида износи 12—18 mm зависно од притиска који трпи. Разуме се, цевовод је споља заштићен против корозије.

Још један важан цевовод, такође, за хидраулични транспорт пуштен је у погон 1957. године. Тим цевоводом се и данас транспортује гилсонит (угљоводонични минерал из кога се рафинисањем добија бензин, мазут и кокс) од рудника у држави Јутах до рафинерије у држави Колорадо. Дужина цевовода је 116 km, а пречник 152,4 mm. Има само једну пумпну станицу са три клипне пумпе од којих две раде истовремено, а трећа је резервна. Инсталисана снага сваке пумпе је 375 kW, а развијају натпритисак од 150 bari. Овај цевовод је још карактеристичан и због тога што он полази са коте 1750 m, прелази врх планине на коти 2565 m и крај му је на коти 1370 m.

У табели 11.2 наводе се цевоводи веће дужине и већег пречника, који су изграђени и пуштени у погон последњих неколико година. Пада у очи да се

Табела 11.2

Земља Локација	Трансп. материјал	<i>L</i>	<i>D</i>	<i>m_s</i>
		km	mm	10 ⁶ t/god
Канада	руда гвожђа	645	252	1
Канада — САД	руда гвожђа	805	458	10
СССР СССР	угаљ	430	400	4
	угаљ	430	500	4
Аризона	угаљ	440	457	4,4
Илиноис — Чикаго	угаљ	550	—	—
Јутах — Сан Диего	угаљ	1560	—	—
Аризона	угаљ	435	460	
Пољска	угаљ	210	250	

кроз већину тих цевовода транспортује млевени угаљ за потребе термоелектрана. Данас је само у САД у изградњи око 15000 km цевовода за транспорт млевеног угља, од којих је најдужи ETSI (2400 km, $\varnothing$ 1080 mm) и чији је годишњи капацитет раван композицији воза од 375000 вагона. При хидрауличном транспорту млевеног угља на највеће тешкоће се наилази на крају кад млевени угаљ треба одвојити од воде и осушити га. Постројења за дехидрацију и сушење угља су скупа и износе око 20% од укупних инвестиција. Зато се дошло на идеју да се конструишу и израде таква котловска ложишта у којима би се мешавина воде и угљене прашине директно или после незнатне дехидрације сагоревала. У томе се делимично и успело. Произведена су циклонска ложишта у којима се мешавина угљене прашине и воде сагорева кад се дехидрацијом постигне однос 70 : 30. Честице млевеног угља не прелазе 30 μ m. У литератури се наводи да се таква мешавина, уз додатак адитива за смањење отпора струјању, врло економично транспортује на удаљења и до 500 km.

11.2. КЛАСИФИКАЦИЈА ХИДРАУЛИЧНОГ ТРАНСПОРТА

Реч је о класификацији хидрауличног транспорта у односу на распоред концентрације и величину честица транспортованог материјала воденом струјом.

Ако су честице материјала равномерно распоређене у воденој струји за време транспорта, онда се таква мешавина назива хомогеном. У противном, мешавина је нехомогена. Строго узев, немогуће је остварити хомогену мешавину, нарочито у хоризонталном цевоводу. Наиме, за време струјања чистог флуида максимална брзина се у свим проточним пресецима поклапа са осом цевовода. Међутим, кад је реч о струјању мешавине, максимална брзина лежи на линији која је изнад осе хоризонталног цевовода. Растојање између тих двеју линија је све већа што је мешавина нехомогенија. А мешавина ће бити све мање хомогена што су честице веће, неправилнијег облика и различитије по крупноћи, а брзина струјања мања. За време струјања нехомогене мешавине концентрација честица је највећа у близини дна хоризонталног цевовода и све је мања што је посматрано место у струјном простору удаљеније од дна. Кад су у питању вертикални цевоводи, концентрација честица материјала је највећа у оси цевовода, тамо где је брзина највећа, а притисак најмањи. Честица, у ствари, и нема у близини зида вертикалног цевовода. Разуме се, изузетак чине честице испод 1 μ m, које се померавају законима брауновског кретања.

У одређеним условима хомогена мешавина, коју углавном чине честице испод 50 μ m, може да постане суспензија. Потребно је да се оствари и одређена концентрација тих ситних честица у течности која гради суспензију. О суспензијама и њиховом струјању биће касније писано. Нехомогене мешавине граде честице крупноће изнад 50 μ m.

Кретање честица у оквиру нехомогене мешавине може да се обавља на један од следећа три начина:

а) лебдењем у струји воде чија је брзина нешто већа од брзине честица (уопште је брзина воде у односу на брзину честица за време хидрауличног транспорта мала и увек је испод брзине таложења честица). Честице су крупноће испод 2 mm, а брзина струјања мешавине довољна да њене тренутне попречне компоненте одржавају честице у хоризонталним равнима за време кретања,

б) скакутањем које се састоји у томе да се честице у краћим или дужим скоковима крећу у воденој струји, зависно од тога какав је тренутни однос сила које на њих делују (*Земљина тежа, сила њојиска, хидродинамичка сила*). Честице су крупноће изнад 2 mm, а брзина струјања мешавине нешто већа од оне при којој би дошло до таложења честица на дну цевовода, и

в) котрљањем и клизањем по дну цевовода. Честице су знатно веће од 2 mm, а брзина струјања мешавине незнатно већа од брзине при којој настаје таложење.

Овде се под брзином мешавине подразумева њена средња вредност која, помножена проточним пресеком цевовода, даје онај проток мешавине који би се добио интеграњем по том истом проточном пресеку уз коришћење стварне брзине.

Разуме се, могу се и веома крупне честице кретати лебдењем ако је брзина струјања мешавине велика и, обрнуто, могу се и веома ситне честице кретати котрљањем и клизањем по дну цевовода ако је брзина струјања мешавине изразито мала. Начин кретања честица је, у ствари, одређен величином брзине чија је вредност, међутим, ограничена економичношћу хидрауличног транспорта. Наиме, отпори струјању расту са квадратом брзине, а инсталисана снага струјне машине са трећим степеном брзине.

На слици 11.1 приказана је зависност између брзине струјања мешавине и средњег еквивалентног пречника честица за претходно описане начине кретања за време хидрауличног транспорта. Три карактеристичне брзине граде четири области на овом дијаграму: брзина v_H (која представља граничну брзину између струјања *хомогене* и *нехомогене* мешавине), брзина v_B (која представља граничну брзину између струјања *нехомогене* мешавине и струјања са *покрећним слојем*) и брзина v_{kr} (*критична брзина* мешавине при којој почиње таложење честица материјала на дну хоризонталног цевовода). Прве две брзине одређују се помоћу формула:

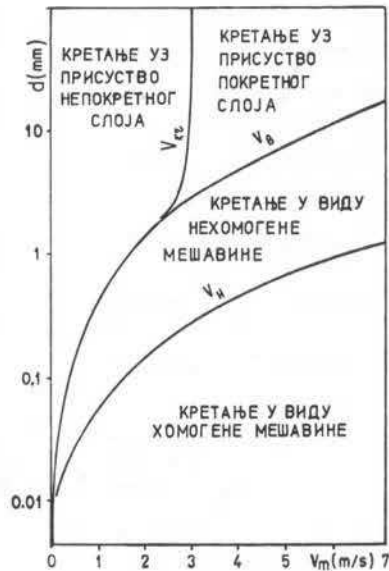
$$v_H = \sqrt[3]{1800 g D v_{ss}}, \quad v_B = 17 v_{ss},$$

које је поставио Њувит (*Newitt*), а трећа из

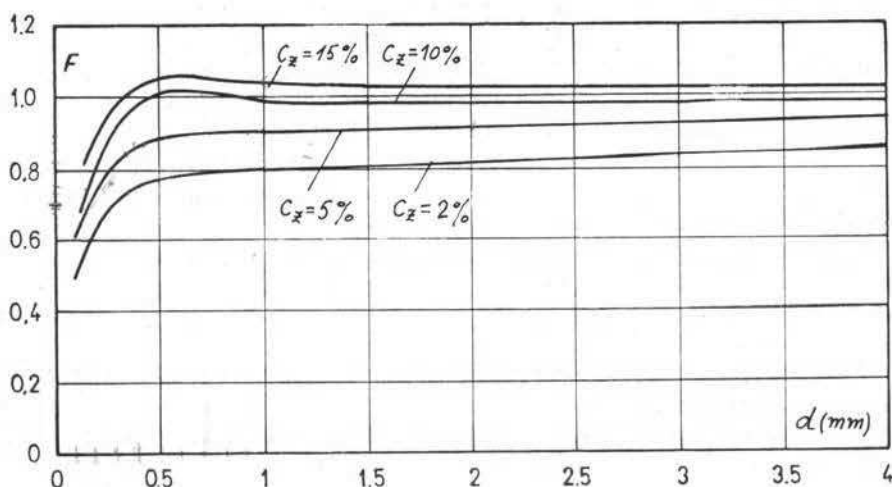
$$v_{kr} = F(c_s, d) \sqrt{2 g D (s - 1)},$$

коју су поставили Диран (*Durand*) и Кондолио (*Condolios*). У формули за v_{kr} функција $F(c_s, d)$ је иста за све материјале и зависи само од концентрације материјала у струји воде и од крупноће честица. На слици 11.2 приказан је график ове зависности. Иначе, о критичној брзини биће касније још говора.

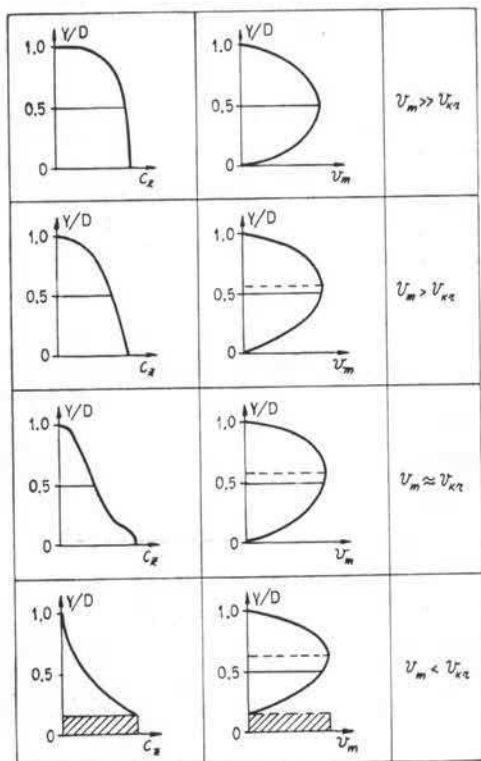
На слици 11.3 приказана је промена концентрације и брзине мешавине у проточном пресеку хоризонталног цевовода за разне режиме струјања мешавине. Ради лакшег објашњења те слике, замислимо да је реч о хидрауличном



Слика 11.1 [88]
Зависност $v_m - d$



Слика 11.2 [88]
Зависност $F(c_z, d)$



Слика 11.3 [88]

Промена концентрације и брзине мешавине у хоризонталном цевоводу

транспорту једног одређеног уситњеног материјала познатих физичких својстава. Сигурно је да се може постићи брзина мешавине $v_m \gg v_{kr}$ при којој ће се остварити струјање хомогене мешавине (слика 11.3 а). Концентрација честица је скоро иста у проточном пресеку, а оса максималне брзине се налази незнатно изнад осе цевовода. Смањењем брзине мешавине на $v_m > v_{kr}$ концентрација честица материјала се смањује у горњој а повећава у доњој половини проточног пресека. Растојање између оса максималне брзине и цевовода се повећава. Мешавина, дакле, постаје нехомогена (слика 11.3 б). Она је нехомогена још и по томе што се честице у овом случају разврставају и по крупноћи и по облику. У доњој половини цевовода биће крупније честице и неправилнијег облика. Ако се брзина мешавине смањи на $v_m \approx v_{kr}$, појавиће се на дну цевовода покретни слој транспортваног материјала. Мешавина постаје још нехомогенија, а оса максималне брзине се све више удаљава од осе цевовода (слика 11.3 в). Најзад, ако

се брзина цевовода смањи на $v_m < v_{kr}$, створиће се непокретни слој на дну цевовода од најкрупнијих честица које су и најнеправилнијег облика. Концентрација честица је у горњој половини цевовода незнатна, а оса максималне брзине се померила осетно изнад осе цевовода. У ствари, сбавља се транспорт само оних честица које су изнад непокретног слоја. То је режим транспорта са таложењем који треба избегавати, јер је од почетка таласења до престанка хидрауличног транспорта мали корак (слика 11.3 г).

11.3. СТРУЈАЊЕ ХОМОГЕНЕ МЕШАВИНЕ

Без обзира што се струјање хомогене мешавине може остварити одговарајућом комбинацијом брзине струјања, величине честица и њиховог облика, практично код свих уситњених материјала ипак, с обзиром на економичност транспорта, величина честица не прелази $50 \mu m$. У избору средње брзине мешавине иде се до оне вредности чије ће попречне компоненте бити у стању да одрже честице у лебдећем режиму транспорта. То практично значи да ће свака мешавина течности и чврстих честица бити хомогена и да ће струјати хомогено ако је, према Њувиту, испуњен услов:

$$\frac{1800 g D v_{ss}}{v_m^3} < 1. \quad (11.1)$$

Треба запазити да и пречник цевовода утиче на структуру мешавине. Практично се у цевима великог пречника не може остварити струјање хомогене мешавине.

Пад притиска услед трења при струјању хомогене мешавине може да се израчуна помоћу Дарсијеве (*Darcy*) формуле [89]:

$$\Delta p_m = \lambda_m \frac{L}{D} \frac{\rho_m v_m^2}{2}, \quad (11.2)$$

уколико се зна њен коефицијент трења у функцији Re броја за мешавину. Ако се, међутим, не располаже овим податком, могу се користити и зависности $\lambda(Re, \delta/D)$ за чист флуид, с тим да се у Re броју уместо вискозности и густине течности узме привидна „вискозност“ и густина мешавине. Привидна „вискозност“ мешавине може да се израчуна помоћу обрасца:

$$\mu_m = \mu_f (1 + 2,5 c_z), \quad (11.3)$$

где је μ_f динамичка вискозност течности која са честицама гради мешавину. Разуме се, претходним једначинама додаје се још и једначина протока.

11.3.1. Струјање суспензије

Под суспензијом се подразумева хомогена мешавина која, поред критеријума да честице материјала буду испод $50 \mu m$, може бити остварена само при одређеним концентрацијама чија величина зависи и од физичких својстава течности и од величине честица које граде суспензију. Обично је код суспензија $c_z > 20\%$. Веома су добро проучене суспензије угљене прашине и воде, глине и воде, магнетита и воде. До идеје да се чврсти материјали транспортују у виду суспензије није се дошло само због тога да се суспензија угљене прашине и воде директно сагорева у ложиштима парних котлова већ и због тога да се суспен-

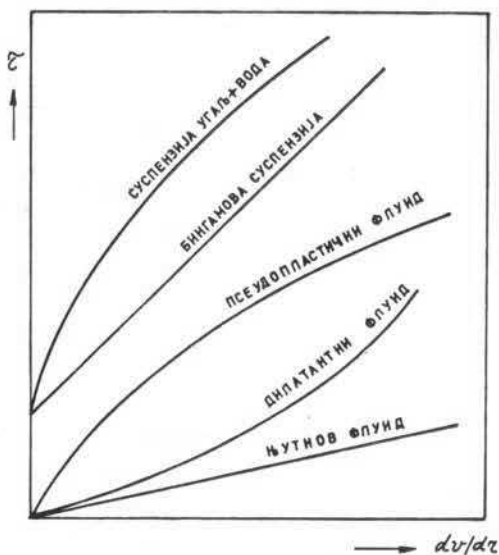
зијама, уместо водом, транспортују крупни комади оног материјала који је употребљен и за градњу суспензије. Суспензија је у овом случају „течност“ којом се обавља транспорт. Због веће густине него што је густина употребљене течности за прављење суспензије, она ствара већу силу потиска на тела која су у њој уроњена, тако да се транспортне брзине у цевоводу могу знатно смањити, а тиме и губици струјне енергије.

Суспензије имају мрежасто-еластичну структуру, која је веома постојана у дужем временском интервалу. То је њихов модул еластичности који им не дозвољава да се оне понашају по законима њутновских флуида. Бингам (*Bingham*) је први 1922. године предложио следећу зависност за тангентни напон суспензија за време ламинарног струјања:

$$\tau = \tau_0 + \mu_s \frac{dv}{dN}. \quad (11.4)$$

Овде је τ_0 део тангентног напона који се мора савладати да би се суспензија покренула (суспензије не следе закон спојених судова), μ_s „вискозност“ суспензије и N нормала на правац струјања. Код њутновских флуида је $\tau_0 = 0$ јер су њихови дељици веома покретљиви. Хоппе (*Hoppe*) је, међутим, 1966. године предложио другу зависност за тангентни напон суспензије у случају ламинарног струјања [90]:

$$\tau = \tau_0 + \mu_s \left(\frac{dv}{dN} \right)^n, \quad (11.5)$$



Слика 11.4 [90]
Зависност τ - dv/dr

где је n коефицијент који одређује облик криве τ — dv/dN . Очигледно је да зависност (11.5) садржи и њутновски флуид за $\tau_0 = 0$ и $n = 1$. За $\tau_0 = 0$ зависност (11.5) одређује промену τ — dv/dN код псеудопластичних и дилатантних вискозних средина. На слици 11.4 приказана је промена тангентног напона од брзине деформисања за њутновски флуид и за наведене неџутновске вискозне средине. Види се да је Хоппе направио комбинацију Бингамове суспензије и псеудопластичне или дилатантне вискозне средине (што зависи од вредности експонента n). Кад се посматра струјање суспензије кроз цевовод пречника $D = 2R$, биће према (11.5)

$$\tau = \tau_0 + \mu_s \left(-\frac{dv}{dr} \right)^n, \quad (11.6)$$

сер спољашња нормала $\vec{N}$ на оквашеној површини цевовода има супротан смер од потега r . Оса z се поклапа са осом цевовода. Из једначице (11.6) види је да се максимална брзина суспензије не поклапа са осом цевовода, већ је од

ње удаљена за растојање $r=r_0$. Пошто је на месту максималне брзине $dv/dr=0$, то се из (11.6) добија да је тамо $\tau=\tau_0$.

Са друге стране, при устаљеном струјању суспензије задовољена је једначина

$$\Delta p_{ms} r^2 \pi = \tau \cdot 2 r \pi \cdot \Delta l,$$

у којој Δp_{ms} представља пад притиска суспензије услед трења на дужини Δl цевовода. На укупној дужини l цевовода пад притиска услед трења износи $\Delta p_{ms}=p_1-p_2$, где су p_1 и p_2 притисци на његовом почетку и на крају.

Из последње једначине добија се зависност

$$\tau = \frac{\Delta p_{ms} r}{2 \Delta l}, \quad (11.7)$$

а одавде вредност тангентног напона на зиду ($r=R$) и на удаљењу $r=r_0$ од осе цевовода:

$$\tau_z = \frac{\Delta p_{ms} R}{2 \Delta l}, \quad \tau_0 = \frac{\Delta p_{ms} r_0}{2 \Delta l}. \quad (11.8)$$

Управо, види се да је вредност тангентног напона τ_0 на цилиндру полупречника r_0 , тј. тамо где је и максимална брзина суспензије. Из последњих једначина следи однос

$$\frac{\tau_0}{\tau_z} = \frac{r_0}{R}, \quad (11.9)$$

који је веома карактеристичан за сваку суспензију и у односу на који се приказују промене струјних параметара суспензије за време транспорта.

Профил брзине у проточном пресеку цевовода добија се интеграљењем диференцијалне једначине

$$-\frac{dv}{dr} = \left(\frac{\Delta p_{ms} r}{2 \mu_s \Delta l} - \frac{\tau_0}{\mu_s} \right)^{\frac{1}{n}},$$

која је добијена заменом напона τ из (11.7) у (11.6). Решење те диференцијалне једначине је:

$$v(r) = \frac{n}{n+1} \left(\frac{\Delta p_{ms} R^{n+1}}{2 \mu_s \Delta l} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_z} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{r}{R} - \frac{\tau_0}{\tau_z} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right], \quad (11.10)$$

при чему је интегралска константа одређена из граничног услова да је $v=0$ за $r=R$, а коришћена је и веза (11.9). Очигледно је да се из (11.10), за $\tau_0=0$ и $n=1$, добија познати профил брзине при ламинарном струјању њутновског флуида:

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4 \mu \Delta l} (R^2 - r^2),$$

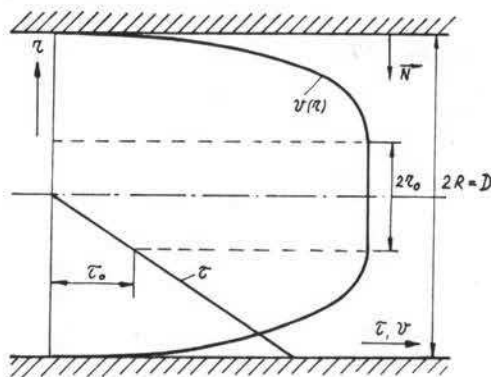
јер тада Δp_{ms} и μ_s прелазе у Δp и μ флуида. За $\tau_0 \neq 0$ и $n=1$ добија се профил брзине Бингамове суспензије:

$$v(r) = \frac{\Delta p_{ms}}{4 \mu_g \Delta l} [(R-r_0)^2 - (r-r_0)^2].$$

Из (11.10) следи вредност максималне брзине:

$$v_{\max} = v(r_0) = \frac{n}{n+1} \left(\frac{\Delta p_{ms} R^{n+1}}{2 \mu_s \Delta l} \right)^{\frac{1}{n}} \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_z} \right)^{\frac{n+1}{n}}. \quad (11.11)$$

Логично је сад поставити питање: како се мења брзина суспензије између потага $r=0$ и $r=r_0$. У том домену брзина не може имати већу вредност од



Слика 11.5
Профил брзине код суспензије

$v_{\max}$. Не може имати ни мању вредност од $v_{\max}$, јер би иначе линија $r=r_0$ пред стављала превојне тачке профила брзине. Једини исправан закључак је да је у овом подручју $v=v_{\max}=\text{const.}$, што се не противи ни изразима (11.10) и (11.11). На слици 11.5 приказан је профил брзине у проточном пресеку цевовода при устаљеном ламинарном струјању суспензије. Запремински проток суспензије кроз цевовод износи:

$$q_{ms} = v(r_0) r_0^2 \pi + \int_{r_0}^R v(r) 2 r \pi dr.$$

Са друге стране, тај исти проток се добија као производ средње брзине суспензије и проточног пресека:

$$q_{ms} = v_{ms} A = v_{ms} R^2 \pi,$$

где је са v_{ms} означена средња брзина суспензије. Дакле, биће:

$$v(r_0) r_0^2 \pi + \int_{r_0}^R v(r) 2 r \pi dr = v_{ms} R^2 \pi.$$

Кад се овде замене $v(r_0)$ и $v(r)$ изразима (11.10) и (11.11) и, затим, сбави назначено интегралчење, добија се после сређивања да је:

$$\Delta p_{ms} = \frac{4 \Delta l \mu_s v_{ms}^n}{C_H D^{n+1}}, \quad (11.12)$$

где је

$$C_H = \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_z} \right)^{n+1} \left[n \frac{(n+1)(2n+1) + 2n \frac{\tau_0}{\tau_z} \left(n+1 + n \frac{\tau_0}{\tau_z} \right)}{2(n+1)(2n+1)(3n+1)} \right]^n. \quad (11.13)$$

Такође је очигледно да се из (11.12), за $\tau_0=0$ и $n=1$, добија Поазејева (Poiseuille) формула за пад притиска при ламинарном струјању њутнских флуида:

$$\Delta p = \frac{32 \mu v \Delta l}{D^2},$$

односно, за $\tau_0 \neq 0$ и $n=1$ израз за пад притиска који је добио Бингам за своју суспензију:

$$\Delta p_{ms} = \frac{32 \mu_s v_{ms} \Delta l}{D^2 \left[1 - \frac{4 \tau_0}{3 \tau_z} + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_z} \right)^4 \right]}.$$

Јасно је да би се иста вредност за Δp_{ms} добила и коришћењем Дарсијевог обрасца

$$\Delta p_{ms} = \lambda_{ms} \frac{L}{D} \frac{\rho_{ms} v_{ms}^2}{2}, \quad (11.14)$$

кад би се познавао коефицијент трења одговарајуће суспензије у функцији Re броја за суспензију. Међутим, изједначењем израза (11.12) и (11.14) добија се зависност

$$\lambda_{ms} = \frac{8}{Re_s}, \quad (11.15)$$

где је

$$Re_s = \frac{C_H v_{ms}^{2-n} D^n \rho_{ms}}{\mu_s}, \quad (11.16)$$

Рејнолдсов број за суспензије. Овде је ρ_{ms} густина суспензије, која се израчунава помоћу формуле

$$\rho_{ms} = \rho_s c_{zs} + \rho_f (1 - c_{zs}), \quad (11.17)$$

у којој је c_{zs} запреминска концентрација честица испод $50 \mu m$ у течности, коју је потребно остварити да би се створила суспензија.

За $\tau_0 = 0$ и $n = 1$ је $C_H = \frac{1}{8}$ па из (11.16) следи:

$$Re_s = \frac{v D \rho}{8 \mu} = \frac{Re}{8},$$

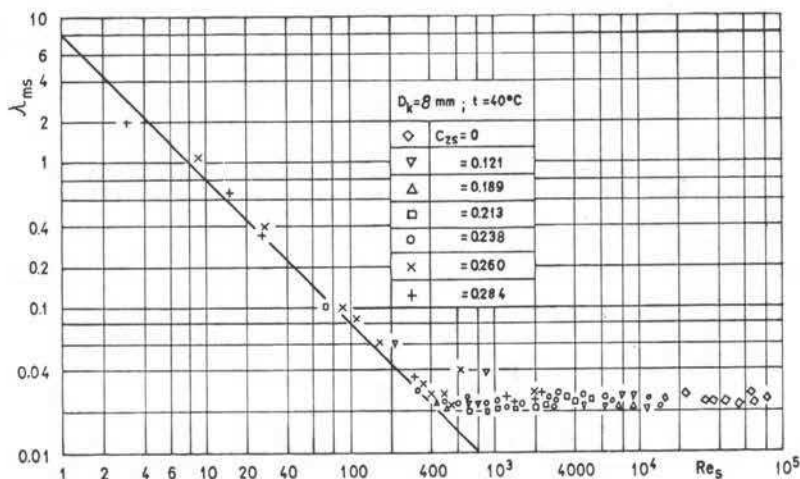
јер v_{ms} , ρ_{ms} и μ_s постају редом v , ρ , μ флуида који гради суспензију. Према томе, ако је $Re = 2320$ критеријум за режим струјања њутновског флуида у цевоводу пречника D , биће и $Re_s = 290$ критеријум за режим струјања суспензије у том истом цевоводу. Дакле, изведени обрасци за струјање суспензије важе све док је $Re_s < 290$, јер је тада струјање суспензије ламинарно. Обављени експерименти Хопа са суспензијом угљене прашине и воде то потврђују (слика 11.6). Међутим, у примени ове теорије наилази се на неколико тешкоћа. Прво, потребно је познавати параметре τ_0 , μ_s , n за све врсте суспензија које су од интереса за техничку праксу. Интересантно је да су експерименти показали да ти параметри не зависе од температуре суспензије (слика 11.7). Друго, мора се познавати

тангентни напон (τ_z) на зиду цеви, односно, извод $\left(\frac{dv}{dr} \right)_{r=R}$ да би се могла

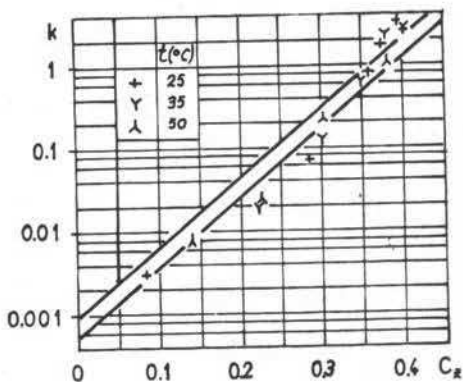
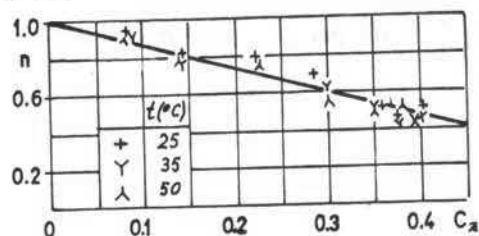
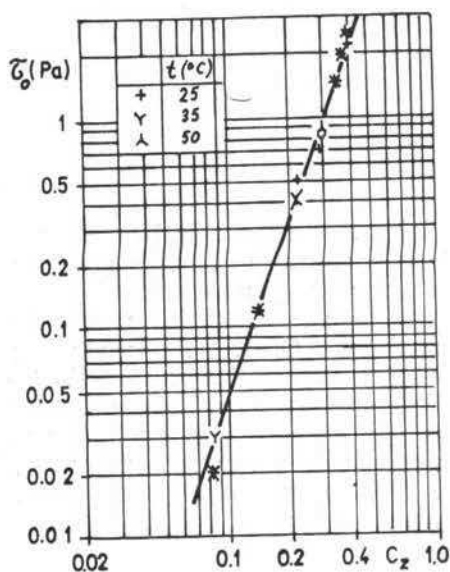
израчунати константа C_H , чија је вредност потребна за одређивање Re_s броја. Тек после овога, може се израчунати пад притиска Δp_{ms} приликом струјања суспензије. Кад се ради о турбулентном струјању суспензије, у литератури се не могу наћи поуздани начини за одређивање коефицијента трења λ_{ms} . Додџ (Dodge)

и Мецнер (Metzner) [91] су понудили следећи образац за израчунавање коефицијента λ_{ms} у случају турбулентног струјања суспензије у хидраулички глатким цевима ($500 < Re_s < 12500$):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{ms}}} = [C_1 \log Re_s \lambda_{ms}^{(2-n)/2}] + C_2, \quad (11.18)$$



Слика 11.6 [90]
Зависност $\lambda_{ms} - Re_s$



Слика 11.7 [90]
Зависност $\tau_0, n, \mu_s - c_{zs}$

при чему је, као што се види, потребно познавати константе C_1 и C_2 за разне суспензије. Очигледно је да се зависност (11.18) своди на облик који у себи садржи елементе Колбрукове (Colebrook) формуле за $n=1$. Закључак је јасан: изучавање понашања и струјања суспензија је тек почело.

11.3.2. Транспорт суспензијама

С обзиром да се суспензије за време струјања понашају као „течности“ веће густине и „вискозности“ него што их има вода, то оне стварају и већу силу потиска па су погодне за транспорт „тежких“ материјала релативно малим брзинама. На тај начин се, у ствари, знатно смањују отпори струјању за време транспорта, а тиме и инсталирана снага пумпне станице.

Позната је суспензија магнетита и воде, којом се транспортује пречишћена и иситњена руда магнетита од рудника до места за прераду. Густина те суспензије је око 2500 kg/m^3 . Мешавина суспензије и пречишћене руде која се њоме транспортује је нехомогена и прорачун те врсте хидрауличног транспорта може да се обави по методама које важе за нехомогене мешавине [92]. Те методе ће бити изложене у наставку овог дела књиге, а овде се само напомиње да се густина мешавине суспензије и руде која се њоме транспортује одређује, такође, по формули (7.20), само што се уместо густине воде ρ_f узима густина ρ_{ms} суспензије која се израчунава помоћу формуле (11.17).

11.4. СТРУЈАЊЕ НЕХОМОГЕНЕ МЕШАВИНЕ

Свака мешавина чврстих честица и воде кретаће се у хоризонталном цевоводу, према Њувиту, као нехомогена ако је

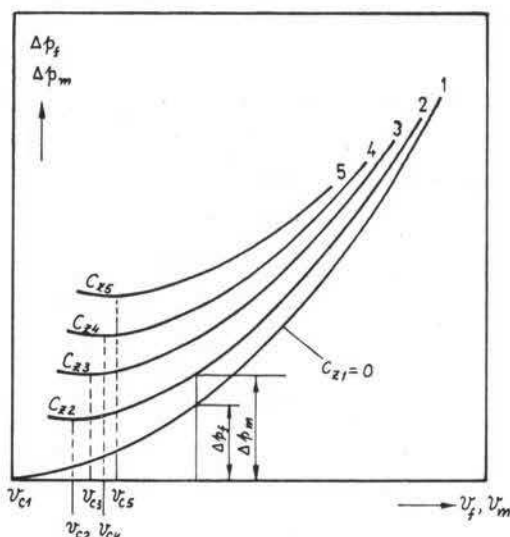
$$v_m < \sqrt[3]{1800 g D v_{ss}},$$

где је v_m (m/s) њена средња брзина. Присуство чврстих честица у води у том случају неће мењати њена реолошка својства. С обзиром на економичне брзине транспорта и одговарајуће пречнике цевовода, честице изнад $50 \mu\text{m}$ кретаће се по правилу у виду нехомогене мешавине. Средња брзина нехомогене мешавине је у пракси толика да се честице између $50 \mu\text{m}$ и 2 mm крећу, углавном, лебдењем јер су попречне компоненте брзине турбулентне водене струје довољне да их одржавају у том стању. Честице изнад 2 mm кретаће се скакутањем или клизањем и котрљањем по дну цевовода у виду покретног слоја. То практично значи да ће се за време кретања нехомогене мешавине, у којој учествују честице неједнолике крупноће, појавити сви облици кретања честица: лебдење, скакутање, клизање и котрљање по дну цевовода. Најситније честице ће се кретати лебдењем у горњем делу хоризонталног цевовода, а најкрупније клизањем и котрљањем по његовом дну.

11.4.1. Пад притиска услед трења нехомогене мешавине у хоризонталном цевоводу

Познато је да се пад притиска услед трења за време турбулентног струјања њутновског флуида мења са квадратом средње брзине тока. Нема разлога да то не буде и за време кретања мешавине чврстих честица и њутновског

флуида. Исто тако, логично је да пад притиска услед трења за време кретања мешавине буде већи од пада притиска услед трења приликом струјања нутновског флуида при истом протоку, ако због ничег другог а оно због тога што је густина мешавине већа од густине носећег флуида. Наиме, сасвим је свеједно у погледу протока да ли кроз цевовод струји чиста вода или мешавина која



Слика 11.8

Зависност пада притиска од средње брзине

тога је на апсциси нанета и средња брзина, воде и средња брзина мешавине, а на ординати и пад притиска услед трења чисте воде и пад притиска услед трења мешавине у истом цевоводу пречника D . Сад је могућно упоређивати пад притиска Δp_m и пад притиска Δp_f у истом цевоводу и при истом протоку мешавине и воде. То практично значи да су брзине воде v_f и мешавине v_m бројно једнаке. Другим речима, брзина v_f не представља брзину воде унутар мешавине, већ средњу брзину воде која би се остварила кад би кроз цевовод протицала само вода прстоксм мешавине. Са слике 11.8 се види да је, при једној одређеној концентрацији чврстих честица у води, пад притиска услед трења мешавине већи од пада притиска услед трења који би се остварио кад би кроз тај исти цевовод струјала чиста вода истим запреминским прстоксм. Што је год концентрација честица материјала у воденој струји већа, то је и разлика падова притисака ($\Delta p_m - \Delta p_f$) већа за исти материјал у истом цевоводу. То значи да разлика падова притисака ($\Delta p_m - \Delta p_f$) при истој концентрацији не зависи само од физичких својстава материјала већ и од пречника цевовода и средње брзине мешавине v_m . Са повећањем средње брзине мешавине поменута разлика падова притисака се смањује. Теоријски, $\Delta p_m \rightarrow \Delta p_f$ кад $v_m \rightarrow \infty$, исто као и кад $c_z \rightarrow 0$. Најмањи пад притиска услед трења при кретању мешавине остварио би се при оној брзини мешавине која би се добила као решење једначине

$$\frac{d(\Delta p_m)}{dv_m} = 0. \quad (11.19)$$

је настала убацавањем чврстих честица материјала уместо једног дела воде. Ни вода ни честице не мењају запремину за време струјања, па је такав прилаз могућан и целисходан. Кретање нехомогене мешавине приказано је на слици 8.1 под ознаком IV. За један одређен материјал (ϕ_s, d), у цевоводу пречника D , пад притиска услед трења ће при кретању мешавине зависити само од концентрације c_z и средње брзине мешавине v_m . На слици 11.8 приказана је зависност $\Delta p_f = f(v_f)$ за чисту воду (крива 1) и три зависности $\Delta p_m = F(v_m)$ за мешавину при константним концентрацијама $c_{z2} < c_{z3} < c_{z4}$ (криве 2, 3, 4). И криве са мешавину су параболоподобне другог реда, јер се и Δp_m мења са квадратом брзине мешавине. Због

Ту брзину ћемо обележити са v_c (m/s), и она се налази на апсциси дијаграма 11.8 кад се из темена парабола $\Delta p_m = F(v_m)$ спусте нормале на осу v_m . За сада ћемо напоменути само то да велики број истраживача брзину v_c поистовећује са критичном брзином v_{kr} при којој настаје таложење честица материјала на дну хоризонталног цевовода. Међутим, то није тачно јер се при брзини v_c не може појавити таложење материјала у виду непокретног слоја на дну хоризонталног цевовода. Таложење честица материјала на дну хоризонталног цевовода у виду непокретног слоја појављује се при брзинама кретања мешавине које су по вредности блиске критичној брзини ($v_m \approx v_{kr}$). То даље значи да је увек $v_{kr} < v_c$. Међутим, као што ће се касније видети, то није увек испуњено. Изрази за критичне брзине које су поставили разни истраживачи не могу да се добију као решење једначине (11.19), што је доказ да се брзине v_c и v_{kr} не могу поистоветити.

У наставку овог поглавља биће показано како се, према писцу ове књиге, долази до разлике падова притиска ($\Delta p_m - \Delta p_f$) која настаје због присуства чврстих честица у воденој струји за време хидрауличног транспорта. Тај прилаз је заједнички за све методе које се, захваљујући њему, могу свести на универзалну формулу ради упоређивања бројних вредности добијених коришћењем разних метода прорачуна.

11.4.2. Метода Диран-Кондолиоа

Уместо падова притиска Δp_m и Δp_f за време хидрауличног транспорта обично се користе одговарајући хидраулични нагиби цевовода i_m и i_f при истом протоку, који су дефинисани изразима:

$$i_m = \frac{\Delta p_m}{\rho_m g L}, \quad i_f = \frac{\Delta p_f}{\rho_f g L}. \quad (11.20)$$

Пошто $i_m \rightarrow i_f$ кад $c_z \rightarrow 0$, то се може написати једначина

$$i_m = i_f + \Delta i_m, \quad (11.21)$$

у којој је Δi_m допунски хидраулични нагиб цевовода због присуства честица материјала у воденој струји. Он зависи од физичких својстава транспортованог материјала, пречника цевовода, брзине мешавине и концентрације честица материјала у води за време транспорта. Ако би се обавила мерења за време хидрауличног транспорта једног конкретног материјала, у цевоводу одређеног пречника, при разним концентрацијама и брзинама мешавине добила би се фамилија кривих линија која повезује поменуте параметре при $c_z = \text{const.}$ (слика 11.9). Међутим, све те криве стапају се у једну кад се на ординату нанесе вредност $(i_m - i_f)/c_z$ (слика 11.10). То показује да је допунски хидраулични нагиб цевовода Δi_m целисходно приказати у облику:

$$\Delta i_m = i_f \varphi_D c_z,$$

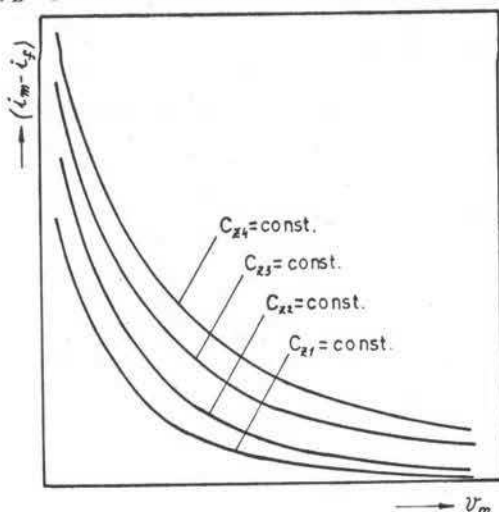
и да се тада једначина (11.21) може написати као:

$$i_m = i_f (1 + \varphi_D c_z), \quad (11.22)$$

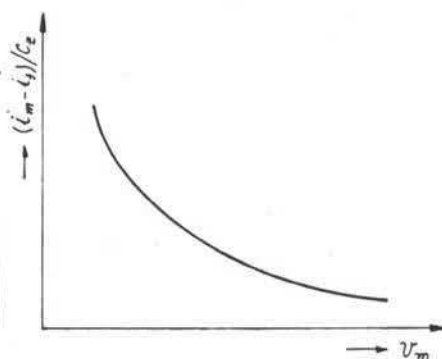
или

$$\varphi_D = \frac{i_m - i_f}{i_f c_z}. \quad (11.23)$$

На тај начин су Диран-Кондолио (*Durand-Condolios*) [94] дефинисали параметар φ_D приликом стварања једне од најкомплетнијих метода за прорачун хидрауличног транспорта уситњених материјала цевоводима. Дакле, параметар φ_D представља допунски хидраулични нагиб цевовода због присуства честица



Слика 11.9 [93]



Слика 11.10 [93]

материјала у води у односу на хидраулични нагиб цевовода који би он требало да има кад би кроз њега струјала чиста вода прстоком мешавине, и у односу на концентрацију честица у води за време транспорта. Питање је сад: како доћи до јединствене зависности (11.23) која ће важити за све материјале и за све услове струјања. Да би дали одговор на то питање, Диран и Кондолио су обавили велики број мерења за време хидрауличног транспорта песка разне крупноће ($d=0,2-25$ mm) у хоризонталним цевоводима разног пречника ($D=40-580$ mm). Најпре су за неколико крупноћа песка и пречнике цевовода потврдили теоријску зависност између релевантних параметара транспорта, која је раније проучена и приказана на слици 11.8. На пример, та зависност је за песак $L8$ ($d=2,04$ mm) и цевовод пречника $D=150$ mm, приказана на слици 11.11. Затим су показали да свакој крупноћи песка и сваком пречнику цевовода одговара само једна крива $\varphi_D(v_m)$ без обзира на концентрацију c_z песка у води (слика 11.12). Сви ти дијаграми могу да се прикажу једним дијаграмом, без обзира на пречник цевовода, кад се на апсиси уместо брзине мешавине v_m нанесе Фраудов број (слика 11.13). Најзад, кад се на апсиси уместо Фроудовог броја нанесе параметар, $\frac{v_m^2}{gD} \sqrt{c_w}$ добиће се јединствена крива која важи

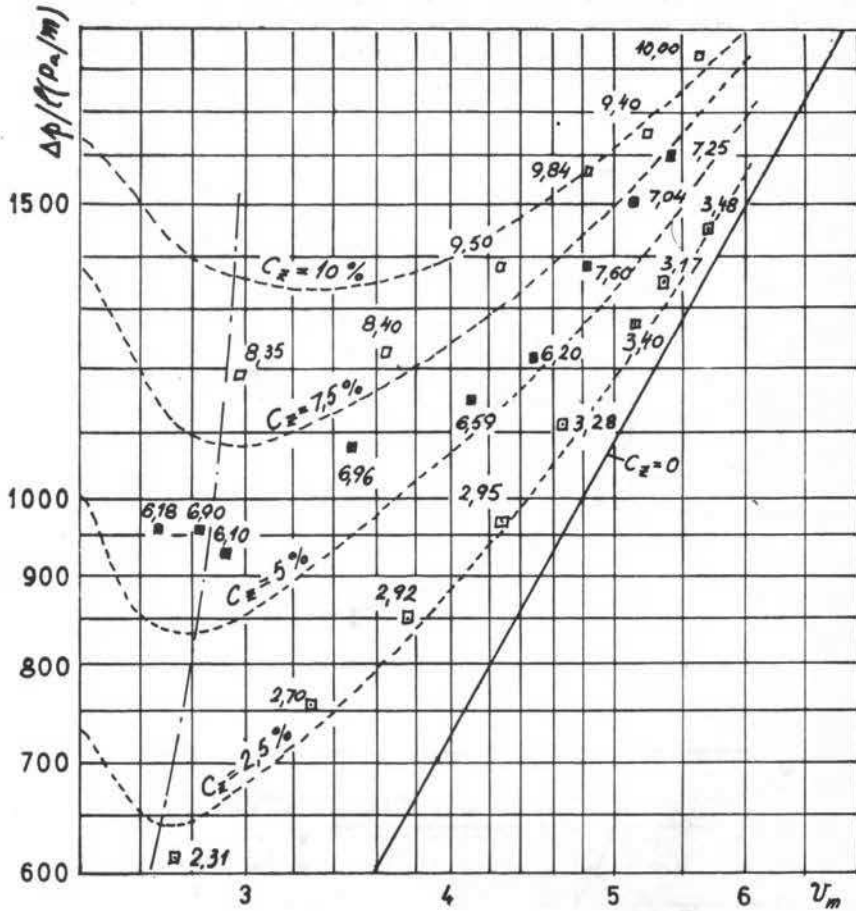
за све пречнике цевовода, за све крупноће песка и за све концентрације које се у пракси остварују (слика 11.14). Та крива је у *log-log* систему приказана на слици 11.15.

Диран и Кондолио су дали и аналитички израз за φ_D који гласи:

$$\varphi_D = K_D \left(\frac{v_m^2}{gD} \sqrt{c_w} \right)^{-1,5} = K_D \left(\frac{gD}{v_m^2} \frac{1}{\sqrt{c_w}} \right)^{1,5}. \quad (11.24)$$

Међутим, вредност константе K_D они нису одредили. То су учинили други истраживачи предложивши веома различите вредности за K_D , зависно од тачке коју су тачку на дијаграму 11.14 одабрали. На пример, тачки

$$\frac{v_m^2}{gD} \sqrt{c_w} = 6,8, \quad \varphi_D = 10,$$



Слика 11.11 [94]

одговара $K_D=176$ и ту вредност већина истраживача наводи. У раду Кондолио-Чапуса (Condolios-Chapus) [95] се нешто касније предлаже вредност $K_D=180$, која се битно не разликује од претходне.

Формули (11.24) може се дати и други облик, на пример, елиминисањем коефицијента отпора c_w помоћу обрасца (7.26). Кад се то уради, добиће се:

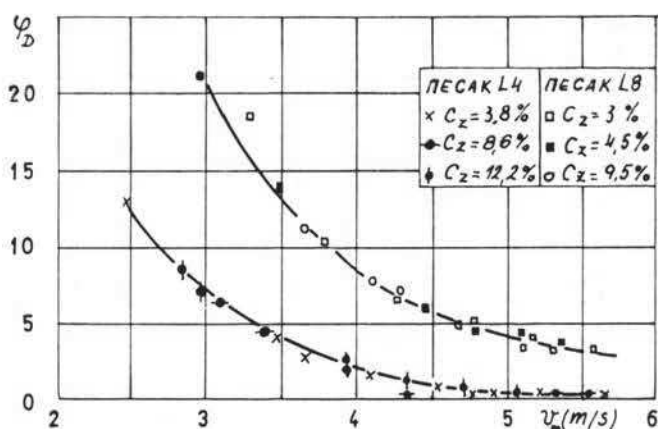
$$\varphi_D = K \left(\frac{gD}{v_m^2} \frac{v_{ss}}{\sqrt{gd}} \right)^{1,5}, \quad (11.25)$$

где је

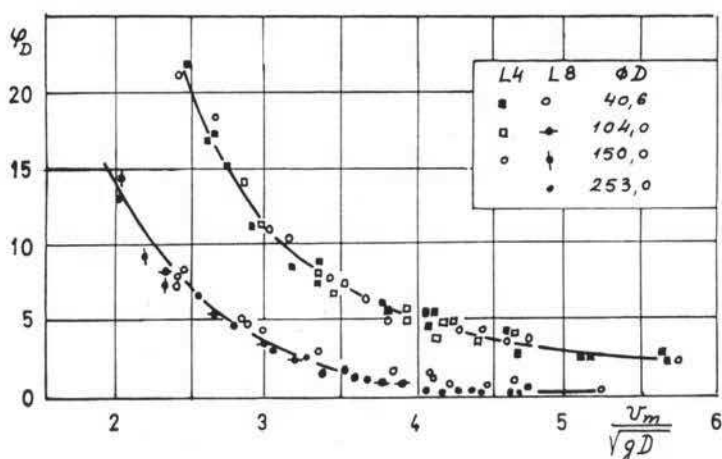
$$K = K_D \left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{s-1}} \right)^{1,5}$$

Стављено је v_{ss} уместо v_s јер су експерименти вршени при одређеним концентрацијама, а не са једном честицом. Интересантно је овде напоменути да и Ворстер (Worster) [96], такође, предлаже формулу (11.25) задржавајући вредност $K=176$, мада би требало да буде $K=98$ ако је $K_D=176$ (погледати рад [97]). Ворстер је на основу мерења за време хидрауличног транспорта млевеног угља, уопштио формулу (11.25) давши јој следећи облик:

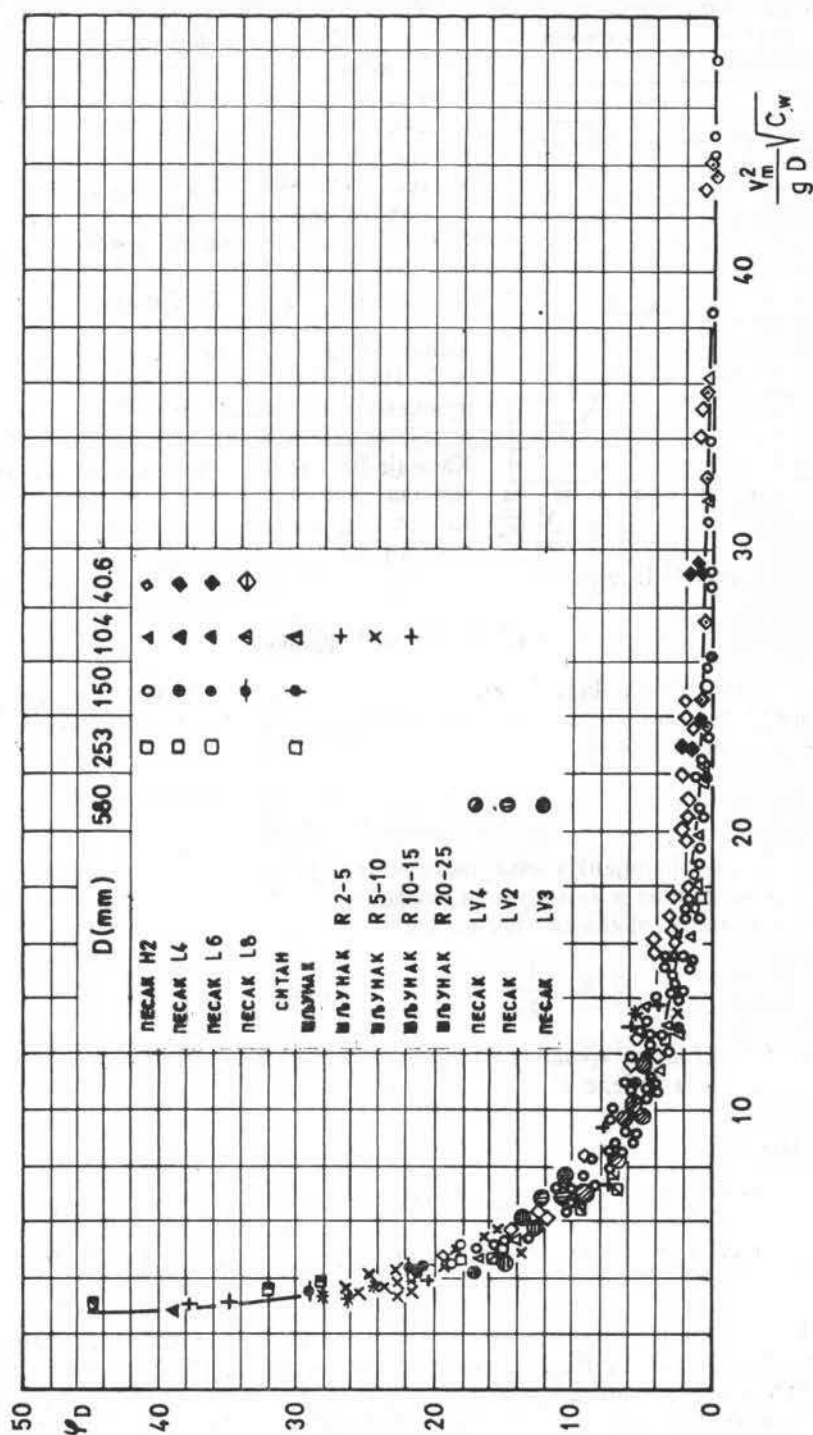
$$\varphi_D = 167 \left(\frac{gD}{v_m^2 \sqrt{gd}} \sqrt{s-1} \right)^{1,5} \quad (11.26)$$



Слика 11.12 [94]

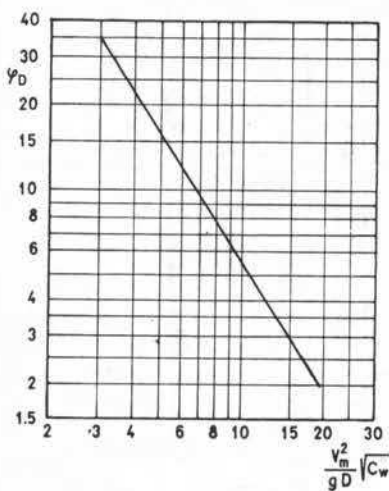


Слика 11.13 [94]



Слика 11.14 [94]

Ова формула би, према Ворстеру, требало да важи за све материјале, а не само за песак. Иако се она своди на формулу (11.24) кад се формално стави $s=2,65$



Слика 11.15 [94]

(релативна густина песка у односу на воду), ипак се мора нагласити да су само формуле (11.24), за $K_D=176$, и (11.25), за $K=98$, сагласне и коректно написане кад је у питању метода Диран—Ксидолиса. Услов за примену њихове методе је $v_m > v_{kr}$, при чему је критична брзина мешавине одређена изразом:

$$v_{kr} = F(c_z, d) \sqrt{2 g D (s - 1)}. \quad (11.27)$$

Функција $F(c_z, d)$ приказана је на слици 11.2. Израз (11.27) даје вредности $v_{kr} < v_c$, при чему је v_c решење једначине (11.19) и то је, према нашем мишљењу, једино исправно. Касније ће у једној упоредној анализи неких метода за прорачун хидрауличног транспорта бити показано да има и метода које дају $v_{kr} > v_c$.

11.4.3. Метода Горјунова

По аналогiji са Дарсијевим обрасцем у виду изгубљене висине, Горјунов (Горјунов) [98] је пошао од следећег израза који важи за струјање мешавине чврстих честица и воде:

$$h_m = (\lambda_f + \lambda_s) \frac{L}{D} \frac{v_m^2}{2g}. \quad (11.28)$$

У њему је λ_f коефицијент трења чисте воде који би она имала кад би струјала протоком мешавине и λ_s допунски коефицијент трења због присуства чврстих честица у води. Коефицијент трења чисте воде одређује се по формули

$$\frac{1}{\lambda_f} = \left(2 \log \frac{D}{\delta} + 1,14 \right)^2, \quad (11.29)$$

са $\delta=0,15$ mm (радна хрпаовост цевовода за време хидрауличног транспорта) или коришћењем табеле 11.3.

Табела 11.3

$D(\text{mm})$	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
$10^2 \lambda_f$	1,96	1,83	1,74	1,67	1,61	1,55	1,53	1,50	1,46	1,44

И Горјунов је допунски коефицијент трења λ_s одредио експериментално за разне вредности осталих параметара транспорта, разврставајући песак и ситни шљунак по крупноћи у осам група. За сваку групу песка дао је табеларно вредности за λ_s у зависности од физичких и струјних параметара песка.

Табела 11.4 [98]

ГРУПА I		100 λ_s																
$v_m(m/s)$		1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,25	4,50	4,75	5,00	5,25
$c_k(\%)$	5	1,65	1,00	0,70	0,50	0,35	0,25	0,20	0,15	0,10	0,10	0,10	0,10	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
	10	2,40	1,45	1,05	0,70	0,55	0,35	0,30	0,25	0,20	0,20	0,15	0,15	0,15	0,10	0,10	0,10	0,10
	15	2,95	1,85	1,30	0,85	0,70	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,20	0,20	0,15	0,15	0,15	0,15
	20	3,40	2,20	1,45	1,10	0,80	0,55	0,50	0,45	0,35	0,30	0,25	0,25	0,25	0,20	0,20	0,15	0,15
	25	—	2,45	1,60	1,25	0,90	0,65	0,60	0,50	0,40	0,35	0,30	0,30	0,30	0,25	0,25	0,20	0,20
	30	—	2,70	1,75	1,35	1,00	0,75	0,65	0,55	0,45	0,40	0,35	0,30	0,30	0,25	0,25	0,20	0,20
	35	—	2,90	1,90	1,45	1,10	0,88	0,70	0,60	0,50	0,45	0,40	0,40	0,35	0,30	0,30	0,25	0,25
	40	—	3,05	2,05	1,50	1,15	0,95	0,75	0,65	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,35	0,30	0,25	0,25

У табели 11.4 наведене су вредности за λ_s за песак групе I. Дакле сви подаци сврстани су у осам оваквих табела што чини ту методу непрегледном и глобализмом. Међутим, могуће је све параметре транспорта који су наведени у ових осам табела сместити у једну табелу и једну формулу. Овде се неће објашњавати како је то постигнуто, већ ће се само навести резултат а то је табела 11.5 и следећа формула:

$$\lambda_s = K/v_m^n. \quad (11.30)$$

Табела 11.5 [4]

ГРУПА	ПАРА- МЕТРИ	$c_k(\%)$				$d_{30} \text{ (mm)}$
		10	20	30	40	
I	K	0,047	0,063	0,063	0,061	0,035—0,06
	n	2,60	2,40	2,20	2,00	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	1,25	1,25	1,50	1,50	
II	K	0,087	0,132	0,151	0,166	0,06—0,10
	n	2,76	2,66	2,56	2,48	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	1,75	1,75	2,00	2,00	
III	K	0,234	0,309	0,363	0,380	0,10—0,18
	n	3,04	2,96	2,90	2,82	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	2,00	2,25	2,25	2,50	
IV	K	0,416	0,600	0,707	0,760	0,18—0,30
	n	3,16	3,14	3,10	3,08	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	2,25	2,50	2,50	2,75	
V	K	0,630	1,000	1,230	1,380	0,30—0,80
	n	3,20	3,20	3,20	3,20	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	2,75	3,00	3,00	3,25	
VI	K	1,440	1,900	2,240	2,400	0,80—3,00
	n	3,60	3,54	3,50	3,46	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	3,25	3,50	3,50	3,75	
VII	K	3,380	4,460	4,360	4,070	3,00—6,00
	n	4,04	3,94	3,82	3,70	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	3,75	4,00	4,00	4,25	
VIII	K	14,400	13,800	10,700	8,100	6,00—15
	n	4,80	4,54	4,28	4,04	
	$v_{\min} \text{ (m/s)}$	4,50	4,75	5,00	5,00	

У последњој колони табеле 11.5 наведен је еквивалентни пречник зрнаца песка појединих група, који је добијен на бази 30% пресека кроз одговарајуће сито. У тој табели је, такође, наведена и минимална брзина мешавине, како би се за време прорачуна хидрауличног транспорта по методи Горјунова могло вршити упоређивање ове са стварном брзином мешавине, јер мора да буде испуњен услов $v_m > v_{\min}$.

Треба приметити да допунски коефицијент λ_s према Горјунову, не зависи од пречника цевовода, што је прихватљиво само кад су у питању већи пречници

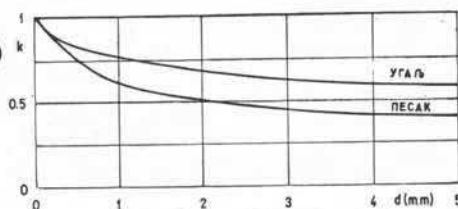
цевовода (бар изнад 300 mm). Вредности за λ_s у његовим табелама за разне групе песка, а тиме и вредности за λ_s одређене табелом 11.5 и изразом (11.30), добијене су мерењем пада притиска услед трења у метрима стуба воде, и зато се пад притиска услед трења за време хидрауличног транспорта по његовој методи мора рачунати по формули:

$$\Delta p_m = (\lambda_f + \lambda_s) \frac{L}{D} \frac{\rho_f v_m^2}{2}. \quad (11.31)$$

Исти прилаз за одређивање пада притиска услед трења за време струјања мешавине имао је и Кригел (*Kriegel*) [99]. Он је на основу експеримената поставио следећу зависност за допунски коефицијент трења:

$$\lambda_s = 0,282 c_z \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) \left(\frac{v_s'^3}{v g} \right)^{\frac{1}{3}} Fr^{-\frac{4}{3}}. \quad (11.32)$$

Овде је: $Fr = v_m^2 / gD$ и $v_s' = kv_s$, при чему коефицијент k узима у обзир облик честица транспортованог материјала, и он је одређен дијаграмом приказаним на слици 11.16. Као што ће се касније видети, вредности за λ_s израчунате по формулама (11.30) и (11.32) веома много се разликују. При истим транспортним условима, формула (11.30) даје веће вредности за λ_s од формуле (11.32).



Слика 11.16

11.4.4. Остале методе за прорачун хидрауличног транспорта у хоризонталном цевоводу

Методе осталих истраживача могу се, углавном, приказати у облику једначине (11.23), при чему сад сваки од њих предлаже други израз за израчунавање допунског коефицијента трења због присуства честица материјала у воденој струји. Видели смо да су Диран и Кондолио за одређивање допунског коефицијента трења предложили формулу (11.24), а Ворстер (*Worster*) формулу (11.26). Занди (*Zandi*) и Говатос (*Govatos*) [100], међутим, предлажу следеће изразе за израчунавање допунског коефицијента трења:

$$\varphi_{ZG} = 6,3 \left[\frac{gD(s-1)}{v_m^2 \sqrt{c_w}} \right]^{0,354}, \quad (11.33)$$

ако је $\psi > 10$ (тачније $\psi > 11$) и

$$\varphi_{ZG} = 280 \left[\frac{gD(s-1)}{v_m^2 \sqrt{c_w}} \right]^{1,93}, \quad (11.34)$$

ако је $\psi < 10$ (тачније $\psi < 11$), при чему је са ψ означено:

$$\psi = \frac{v_m^2 \sqrt{c_w}}{gD(s-1)}. \quad (11.35)$$

Средња брзина мешавине v_m мора да буде већа од критичне брзине, за чије одређивање њих двојица нуде образац:

$$v_{kr} = \sqrt{\frac{40 g D (s-1) c_z}{\sqrt{c_w}}} \quad (11.36)$$

Од осталих метода за прорачун хидрауличног транспорта у хоризонталном цевоводу овде ће се навести још само метода Јуфина (*Юфин*) [101]. Он, наиме, предлаже следеће формуле за израчунавање хидрауличног нагиба цевовода за време струјања мешавине:

$$i_m = i_f \beta \varrho_m, \quad (11.37)$$

$$\beta = 1 + (3,5 + 2 D + 0,5 \sqrt{d}) (\varrho_m - 1)^{0,8} \left(\frac{v_{kr}}{v} \right)^{2,35},$$

$$v_{kr} = 9,8 \sqrt[3]{D} \sqrt[4]{v_s} \left(\frac{\varrho_m}{\varrho_f} - 0,4 \right),$$

за $d=(0,1-0,5)$ mm и $D=(100-400)$ mm, односно

$$i_m = i_f + \left[i_{kr} - i_f \left(\frac{v_{kr}}{v} \right)^2 \right] \sqrt[4]{\frac{v_{kr}}{v}}, \quad (11.38)$$

$$i_{kr} = 1,31 \varrho_m \sqrt{\frac{\varrho_m - 1}{\varrho_s - 1}} \sqrt[3]{\frac{v_s^2}{g D}},$$

$$v_{kr} = 9,8 \sqrt[3]{D} \sqrt[4]{v_s} \left(\frac{\varrho_m}{\varrho_f} - 0,4 \right),$$

за $d=(0,5-10)$ mm и $D=(100-400)$ mm. У овим формулама замењује се D (m), d (mm), v_s (m/s), ϱ_m (t/m³), ϱ_s (t/m³). Сам Јуфин скреће пажњу корисницима своје методе да треба да буду опрезни у односу на израз за критичну брзину јер је он добијен само на основу експеримената са песком.

11.4.5. Упоредна анализа неких метода за прорачун хидрауличног транспорта у хоризонталном цевоводу

Обрасци за израчунавање појединих физичких величина у оквиру разних метода за прорачун хидрауличног транспорта могу међусобно и да се разликују јер се они добијају, углавном, обрадом експерименталних података, али њихове бројне вредности морају бити приближно једнаке, како би све методе биле подједнако поуздане. Међутим, једна упоредна анализа која је направљена [97] коришћењем најчешће примењиваних метода показује да се бројне вредности истих физичких величина осетно разликују при истим транспортним условима.

Овде ће најпре бити речи о израчунавању средње брзине мешавине у цевоводу за време транспорта. Већ је речено да та брзина мора да буде већа од критичне брзине при којој почиње таложење транспортованог материјала на дну цевовода. У табели 11.6 наведене су само неке од формула за одређање критичне брзине мешавине.

Табела 11.6 [102]

Аутор	Извор	Формула
Диран—Кондолио	[94]	$v_{kr} = F(c_z, d) \sqrt{2gD(s-1)}$
Занди—Говатос	[100]	$v_{kr} = \sqrt{\frac{40gD(s-1)c_z}{\sqrt{c_w}}}$
Јуфин	[101]	$v_{kr} = 9,8 \sqrt[3]{D} \sqrt[4]{v_s \left(\frac{q_m}{q_f} - 0,4 \right)}$
Горјунов	[98]	Вредности су дате табеларно као v_{min} за сваку, групу песка
Карасик	[103]	$v_{kr} = \alpha(d) \sqrt[3]{2gDv_s} \sqrt{s-1} \sqrt[6]{c_z}$
Кнороз	[15]	$v_{kr} = v_s \sqrt[6]{c_k (D/d)^{3,5}}$

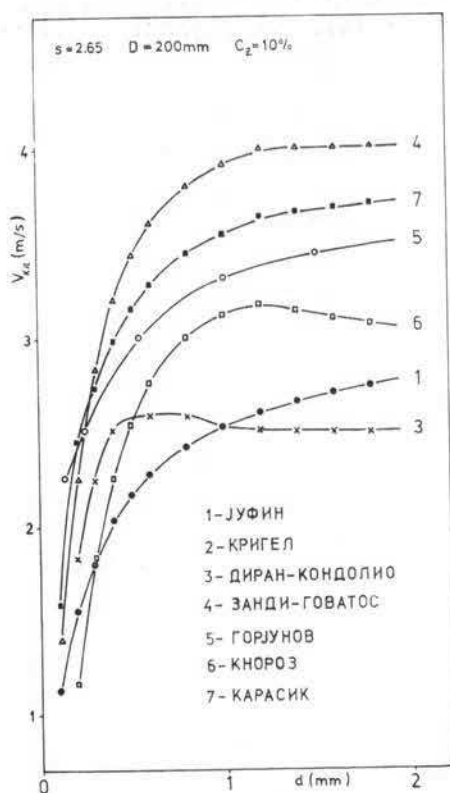
$$\alpha(d) \approx 4,52/d^{0,111}$$

На слици 11.17 приказане су графички ове функције за песак ($s=2,65$) разне крупноће, цевовод пречника 200 mm и концентрацију $c_z=10\%$. Види се да највеће вредности за v_{kr} даје формула Занди-Говатоса, а најмање вредности формула Диран-Кондолиоа. С обзиром да мора да буде $v_m > v_{kr}$ и да отпори услед трења за време струјања зависе од квадрата средње брзине мешавине, а инсталисана снага пумпне станице од трећег степена, може се видети пред каквим тешкоћама стоји онај ко треба да прорачуна један конкретан случај хидрауличног транспорта. Томе треба додати и чињеницу да многи истраживачи и писци књига поистовећују брзину v_{kr} са брзином v_c , која се добија као решење једначине (11.19). На пример, кад се посматра метода Диран-Кондолиоа, тада је:

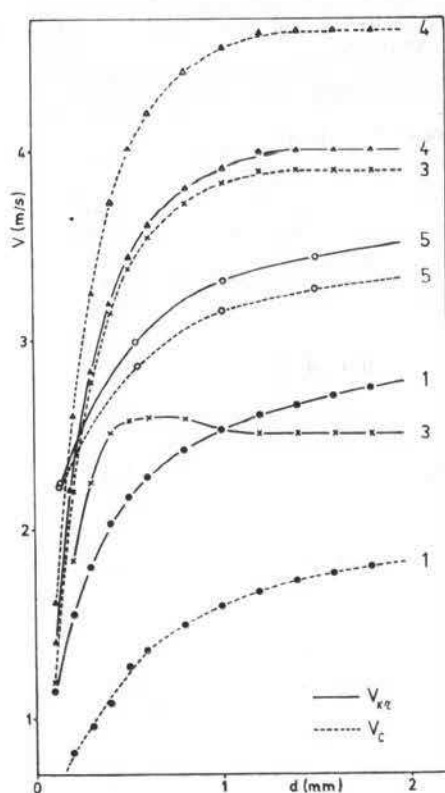
$$v_c = \sqrt[3]{\frac{1}{2} K_D c_z \left(\frac{gD}{\sqrt{c_w}} \right)^{1,5}}$$

На слици 11.18 приказане су те две брзине за песак и посматране четири методе које се најчешће примењују приликом прорачуна хидрауличног транспорта.

Види се да је $v_{kr} < v_c$ код метода Диран-Кондолисоа и Занди-Говатесса, сдесно $v_{kr} > v_c$ код метода Горјунова (Горјунов) и Јуфина (Јуфин).



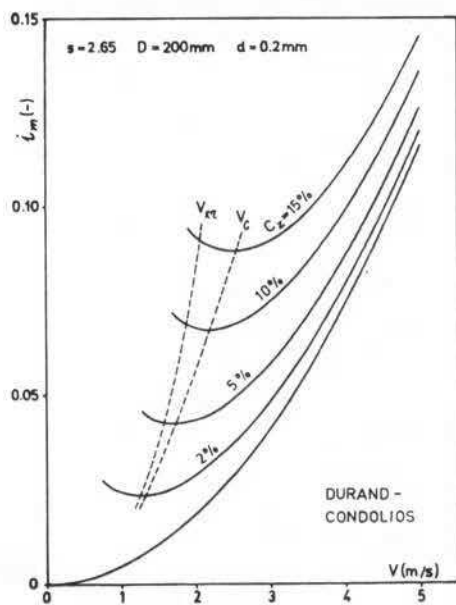
Слика 11.17 [102]



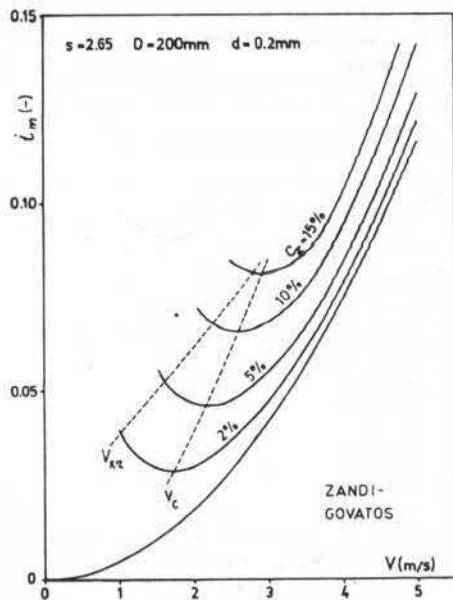
Слика 11.18 [102]

Занимљиво је приметити и то да се код Диран-Кондолисове методе разлика ($v_c - v_{kr}$) смањује кад концентрација честица материјала у воденој струји опада, док је то обрнуто код методе Занди-Говатесса (слика 11.19 и 11.20). Нама се чини да је први случај логичнији, јер разлика ($v_c - v_{kr}$) треба да тежи нули кад концентрација тежи нули.

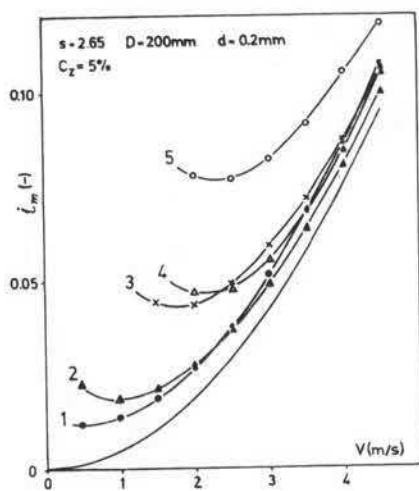
Исто тако се добијају и велике разлике у падовима притиска услед трења за време струјања мешавине, израчунатих према анализираним методама. Испитиван је утицај концентрације (c_z), крупноће материјала (d), пречника цевовода (D) и брзине мешавине (v_m) на пад притиска услед трења за време струјања мешавине. Направљен је велики број дијаграма, од којих се само њих неколико наводи у овој књизи ради извођења неких закључака (дијаграми 11.21 до 11.27). Бројеви уз ове криве означавају ауторе као и на слици 11.17 [102]. О некаквом слагању анализираних метода за прорачун хидрауличног транспорта може да се говори само кад се транспорт обавља великим брзинама мешавине. То је и логично, јер се тада мешавина у смислу изгубљене



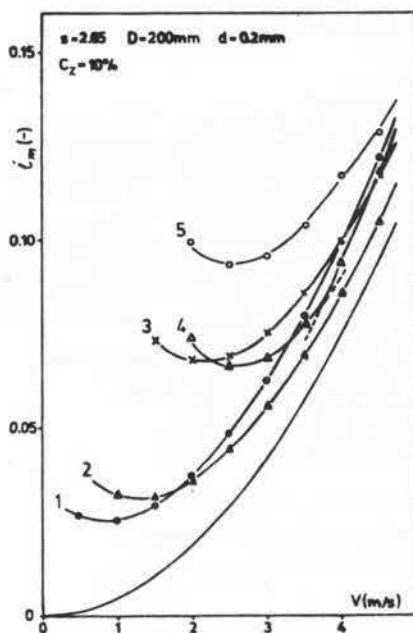
Слика 11.19 [102]



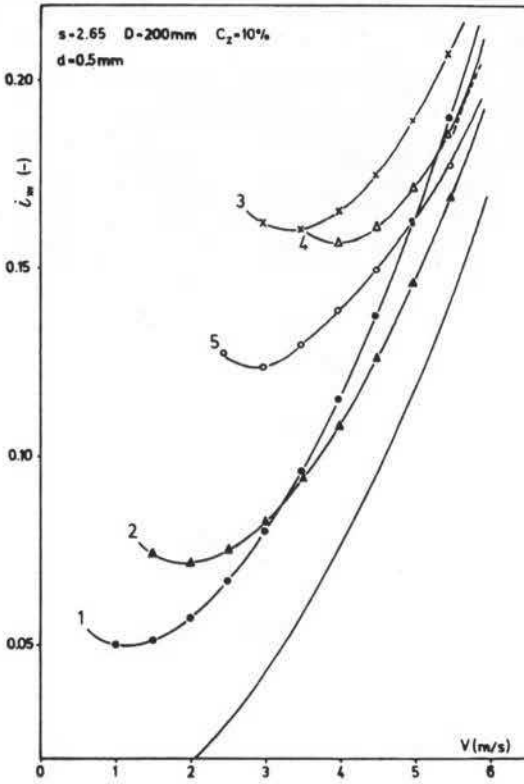
Слика 11.20 [102]



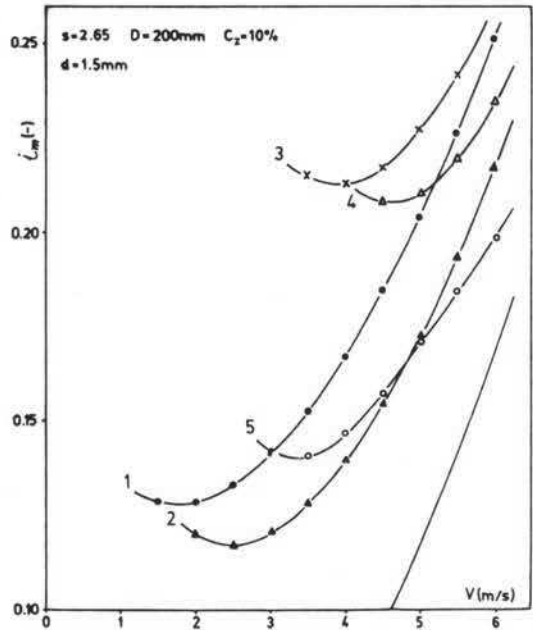
Слика 11.21 [102]



Слика 11.22 [102]

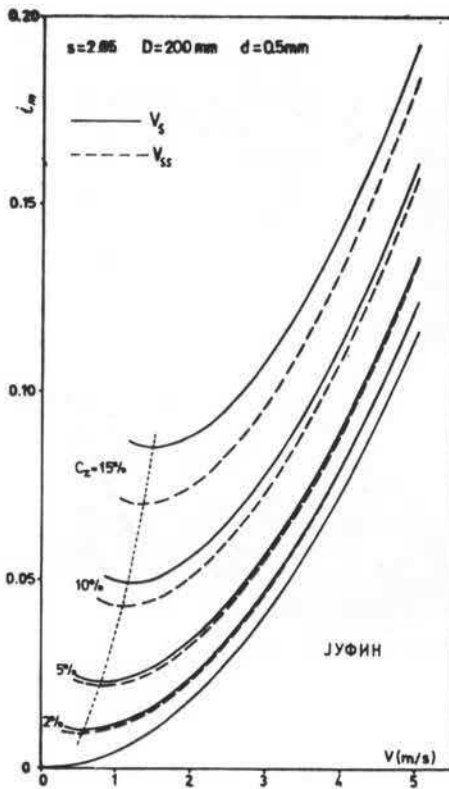


Слика 11.23 [102]



Слика 11.24 [102]

струјне енергије понаша као чиста вода. Чак и при нижим концентрацијама честица материјала у воденој струји добијају се осетне разлике за величину ($i_m - i_f$), мада мора да буде задовољен основни захтев да $i_m \rightarrow i_f$ кад $c_z \rightarrow 0$. Ипак, боље појединачно слагање показују методе Диран-Кондолиса и Занди-Говатоса, с једне стране, и методе Кригела (*Kriegel*) и Јуфина, с друге стране. Метода Горјунова осетно одступа од претходне две групе метода. Исто тако, најравномернији пораст изгубљене струјне енергије, при повећању крупноће и концентрације честица материјала у воденој струји, показују методе Диран-

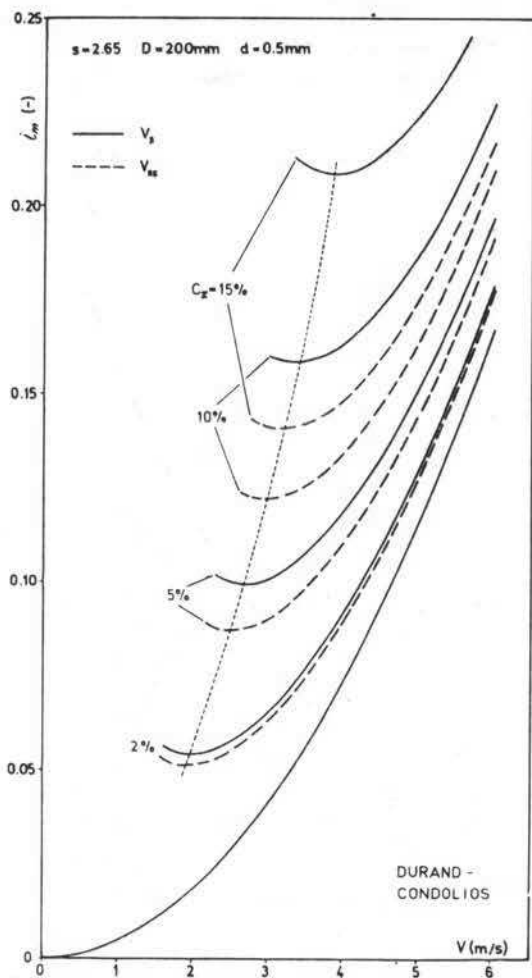


Слика 11.25 [102]

-Кондолиса и Занди-Говатоса. Метода Кригела даје равномернију промену изгубљене струјне енергије само у односу на промену крупноће материјала, што није случај и са променом концентрације честица материјала у воденој струји. Јуфинова метода се у том погледу може сценити као задовољавајућа. Исто тако се са приложених дијаграма види да је метода Занди-Говатоса применљива само за $\psi < 10$ (тачније $\psi < 11$), јер с област $\psi > 10$ (тачније $\psi > 11$)

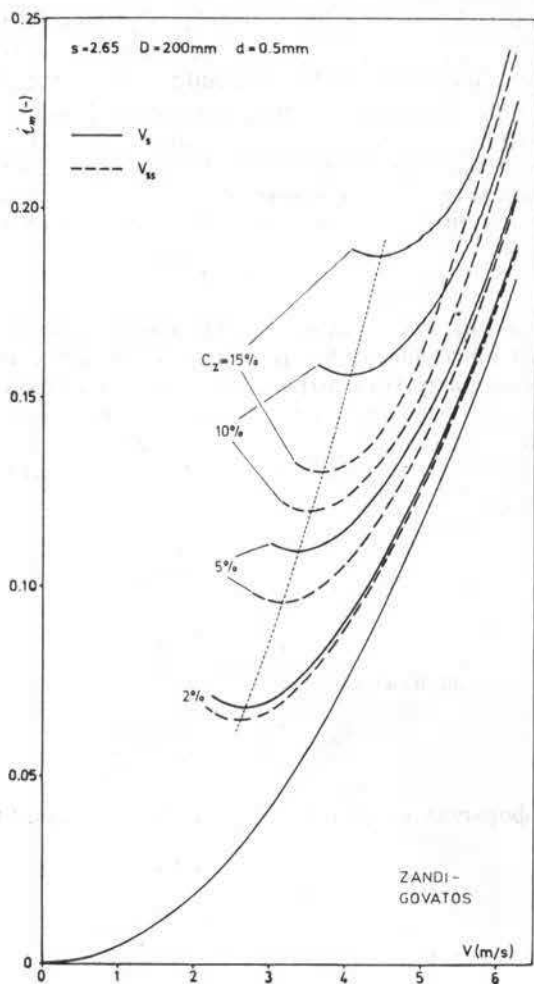
садржи изразито велике брзине мешавине које нису дозвољене због неекономичности транспорта.

Најзад, на дијаграмима 11.25 до 11.27 приказан је утицај стварне брзине таложења v_{ss} и брзине таложења једне честице сблика куглише v_s на пад притиска услед трења за време транспорта. Разлика у изгубљеној струјној енергији, израчунатој помоћу те две брзине, код свих метода је све мања што је концентрација c_z нижа. Најмање разлике у овом погледу показује метода Јуфина.



Слика 11.26 [102]

Остале методе показују веће разлике, које су све изразитије што је концентрација честица материјала у воденој струји виша.



Слика 11.27 [102]

11.4.6. Пад притиска услед трења нехомогене мешавине у вертикалном цевоводу

Струјање мешавине честица материјала и воде у вертикалном цевоводу правилније је од струјања мешавине у хоризонталном цевоводу. Честице материјала се у вертикалном цевоводу крећу искључиво лебдењем у воденој струји која их носи, док су се оне у хоризонталном цевоводу могле кретати још и скакутањем или котрљањем и клизањем по дну цевовода. Распоред концентрације честица материјала у вертикалном цевоводу је такав да се оне, углавном, гомилају око осе цевовода, тј. у области максималне брзине, а минималног притиска. Уз сам зид цевовода честица материјала уопште нема, изузев оних које подлежу брауновском кретању. Последица те чињенице је релативно једноставан израз за израчунавање губитка струјне енергије у вертикалном

цевоводу. Наиме, изгубљена струјна енергија обухвата губитке услед трења чисте воде о зид цевовода, енергију услед промене геодезијске висине цевовода и енергију изгубљену на савлађивање локалних отпора у цевоводу.

Методу за прорачун хидрауличног транспорта у вертикалном цевоводу поставио је Ворстер [96]. Ако се стварна средња брзина воде у вертикалном цевоводу обележи са v_f , тада ће се честице материјала у њему кретати вертикално навише брзином $(v_f - v_s)$, при чему је узето да је брзина таложења свих честица иста и да износи v_s . Према томе, проток честица материјала у вертикалном цевоводу је

$$q_s = (v_f - v_s) A_s,$$

где је $A_s = c_{zv} A$, стварни пресек цевовода кроз који прслазе честице, а c_{zv} , у ствари, коефицијент проточности проточног пресека за честице (мада ту величину у литератури називају концентрацијом у вертикалном цевоводу). Подсетимо се да смо раније изразом (7.16) дефинисали коефицијент проточности проточног пресека за флуид за време флуидизације.

Ако би мешавина из вертикалног цевовода настављала струјање кроз хоризонтални цевовод, било би

$$q_s = c_z q_m = c_z v_m A.$$

Разуме се, мора да постоји једнакост:

$$(v_f - v_s) c_{zv} A = c_z v_m A,$$

одакле се добија следећа важна веза:

$$\frac{v_f}{v_m} = \frac{c_z}{c_{zv}} + \frac{v_s}{v_m}. \quad (11.39)$$

С друге стране, из формула за протоке флуида кроз вертикални и хоризонтални цевовод,

$$\begin{aligned} q_f &= v_f A_f = A (1 - c_{zv}) v_f, \\ q_f &= q_m - q_s = A (1 - c_z) v_m, \end{aligned}$$

слеђује друга важна веза:

$$\frac{v_f}{v_m} = \frac{1 - c_z}{1 - c_{zv}}. \quad (11.40)$$

Изједначењем десних страна израза (11.39) и (11.40) добија се квадратна једначина

$$c_{zv}^2 + \left(\frac{v_m}{v_s} - 1 \right) c_{zv} - \frac{v_m}{v_s} c_z = 0,$$

чије само једно решење физички постоји и оно је:

$$c_{zv} = -\frac{1}{2} \left(\frac{v_m}{v_s} - 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{v_m}{v_s} - 1 \right)^2 + \frac{v_m}{v_s} c_z}. \quad (11.41)$$

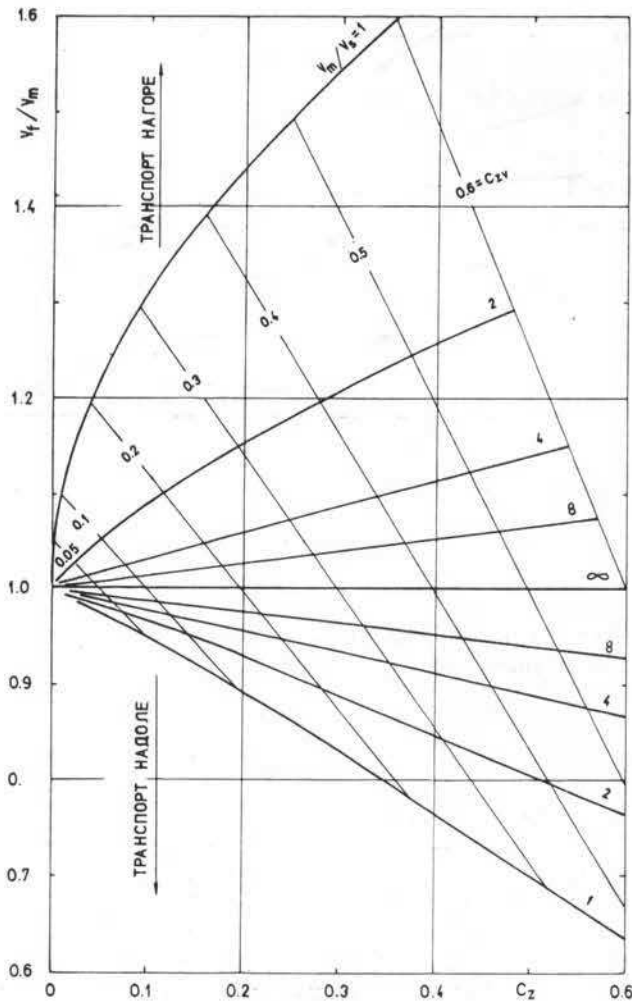
За случај транспорта вертикално наниже $(v_f + v_s)$ добило би се решење:

$$c_{zv} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_m}{v_s} + 1 \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{v_m}{v_s} + 1 \right)^2 - \frac{v_m}{v_s} c_z}. \quad (11.42)$$

Према томе, густина мешавине у вертикалном цевоводу за време транспорта износиће:

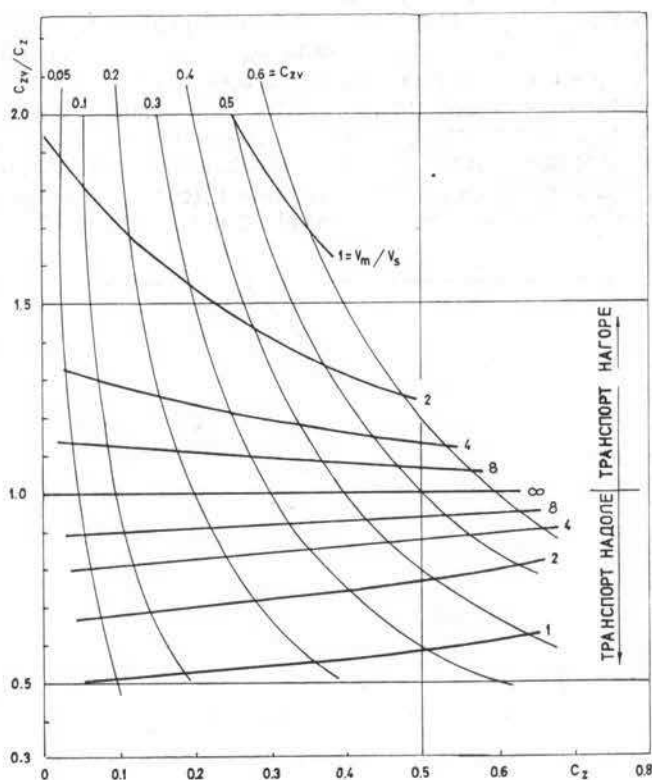
$$\rho_{mv} = \rho_s c_{zv} + \rho_f (1 - c_{zv}). \quad (11.43)$$

Приметимо да је $c_{zv} > c_z$ јер је $v_f > v_m$. На сликама 11.28 и 11.29 приказане су зависности v_f/v_m и c_{zv}/c_z у функцији c_z за разне вредности v_m/v_s и c_{zv} . Запажа се да односи v_f/v_m и c_{zv}/c_z опадају када v_m/v_s расте. У граничном случају $v_f/v_m \rightarrow 1$ и $c_{zv}/c_z \rightarrow 1$ кад $v_m/v_s \rightarrow \infty$, тј. кад $v_s \rightarrow 0$ (изузетно ситан материјал). Оно што нарочито треба запазити на датим дијаграмима је то да мора бити $v_m/v_s > 1$ било да се мешавина креће вертикално навише или наниже. Међутим, ни овај однос не може произвољно да се повећава за један одређен материјал, јер отпори струјању расту са квадратом брзине v_f ($v_f > v_m$). Економска рачуница показује да овај однос треба да буде између 2 и 3, тј. $v_m/v_s = 2 - 3$, ако то није



Слика 11.28 [96]

другачије одређено неким условом. Што се тиче максималне крупноће честица материјала при вертикалном транспорту, критеријум је да највећа димензија честице не буде већа од једне трећине пречника цевовода.



Слика 11.29 [96]

Пад притиска за време хидрауличног транспорта у вертикалном цевоводу одређује се коришћењем формуле:

$$\Delta p_{mv} = \left(\rho_f \frac{H_g}{D} + \Sigma \zeta \right) \frac{\rho_f v_f^2}{2} \pm \rho_{mv} g H_g, \quad (11.44)$$

где је H_g (m) истовремено и дужина цевовода. Знак „+“ узима се за транспорт вертикално навише, а знак „-“ за транспорт вертикално наниже. Запажа се да отпори услед трења мешавине у вертикалном цевоводу износе управо онoliko колико износе и отпори услед трења чисте воде. То је, како је већ раније наведено, због тога што се честице материјала у вертикалном цевоводу гмилају за време кретања у близини осе цевовода. Њих у близини зида цеви уопште нема. Разуме се, коефицијент трења λ_f чисте воде одређује се коришћењем израза (11.29) или табеле 11.3.

11.4.7. Пад притиска нехомогене мешавине за време транспорта косим цевоводом

У техничкој пракси се често јавља потреба за постављање кссг цевсвсда ради хидрауличног транспорта. Струјна слика у косом цевоводу садржи елементе струјања у хоризонталном и у вертикалном цевоводу. Несиметричност профила брзине и концентрације честица у воденој струји јавља се као и код хоризонталног цевовода, а дејство хидродинамичких сила слично је онм дејству у вертикалном цевоводу.

За одређивање пада притиска нехомогене мешавине за време струјања у косом цевоводу, који настаје услед трења и промене геодезијске висине проточних пресека цевовода, може да се израчуна помсћу формуле [101]:

$$i_{mk} = i_f + \Delta i_m \cos^2 \alpha \pm \left(\frac{\rho_m}{\rho_f} - 1 \right) \left(1 + \frac{v_{ss}}{v_m} \right) \sin \alpha. \quad (11.45)$$

Ту је α угао нагиба цевовода а Δi_m хидраулични нагиб цевовода који би било потребно остварити кад би он био хоризонталан. Дакле Δi_m се израчунава коришћењем изложених метода за прорачун хидрауличног транспорта у хоризонталном цевоводу. Знак „+“ узима се код цевовода са успонем, а знак „—“ код цевовода са падом.

У монографији [93] наведена је следећа формула за израчунавање пада притиска нехомогене мешавине у косом цевоводу:

$$i_{mk} = i_f + \Delta i_m \cos \alpha \pm c_z (s - 1) \sin \alpha, \quad (11.46)$$

при чему знак „+“ важи за цевоводе са успоном, а знак „—“ за цевоводе са падом.

УРЕЂАЈИ ХИДРАУЛИЧНОГ ТРАНСПОРТА

У уређаје хидрауличног транспорта, поред цевовода, убраја се још и опрема за прављење мешавине честица материјала и воде, уводници уситњеног материјала у водену струју, опрема за одвајање материјала од воде на крају транспорта и струјне машине које одговарајући вид енергије претварају у струјну енергију транспортоване мешавине. Коју ће опрему у свом саставу имати једна инсталација за хидраулични транспорт зависи од примењеног система транспорта у конкретном случају, струјне машине којом ће се обављати транспорт и физичких и струјних својстава транспортованог материјала. Овом приликом ће се поменути опрема описати у оквиру поглавља у којима ће бити проучаван одговарајући начин хидрауличног транспорта.

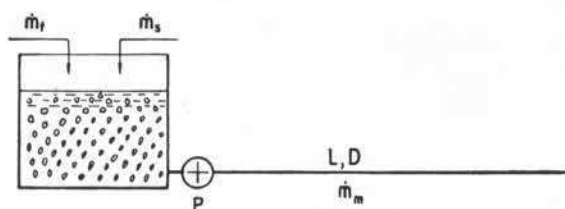
12.1. ПУМПЕ ЗА МЕШАВИНУ

За хидраулични транспорт уситњених материјала користе се и центрифугалне и клипне пумпе. Разуме се, њихов прорачун и конструкција припадају другим предметима који се предају на Машинском факултету. Овом приликом оне ће бити обрађене у оном обиму у коме је то потребно учинити због њихове специјалне намене.

Клипне пумпе се примењују за хидраулични транспорт суспензија и ситнијих материјала у виду нехомогене мешавине. Користе се за транспорт на већа растојања, јер се њима може остварити већи притисак који је потребан за савлађивање отпора струјању за време транспорта. Добра страна клипних пумпа је и та што оне дају константан проток без обзира на промену притиска у цевоводу, уколико је инсталисана снага довољна. Оне имају већи степен корисности од центрифугалних пумпа. Лоше стране клипних пумпа су јако хабање клипа, цилиндра и вентила, осетљивост на хидраулични удар и, најзад, њихова цена и већи погонски трошкови код краћих цевовода.

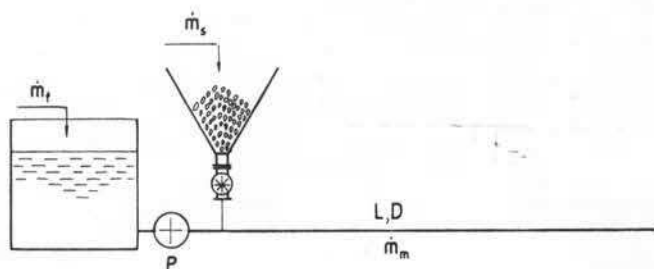
Центрифугалне пумпе се примењују за транспорт крупнијих материјала у већим количинама и за мања растојања. Пројектују се и израђују као пумпе за мешавину и као пумпе за чисту воду. У првом случају, оне из резервоара утисавају припремљену мешавину коју, затим, потискују кроз цевовод до одредишта (слика 11.30). Дакле, мешавина уситњеног материјала и воде пролази кроз пумпу, хаба њене оквашене површине и отежава заптивљање простора између покретних делова. Хабање се донекле смањује изградом одговарајућих делова од врло тврдог материјала или се потпуно избегава облагањем тврдом

гумом свих оквашених површина пумпе. Заптивање се обавља убацивањем чисте воде посебном пумпом у заптивна места. Све то повећава цену пумпа за



Слика 11.30

мешавину, због чега се све више иде на решење транспорта пумпама за чисту воду, увођењем уситњеног материјала у цевовод иза пумпе (сл. 11.31). Међутим, увођење уситњеног материјала у цевовод иза пумпе није лако, нарочито кад у њему влада високи притисак диктиран транспортом. Напсменимо да се

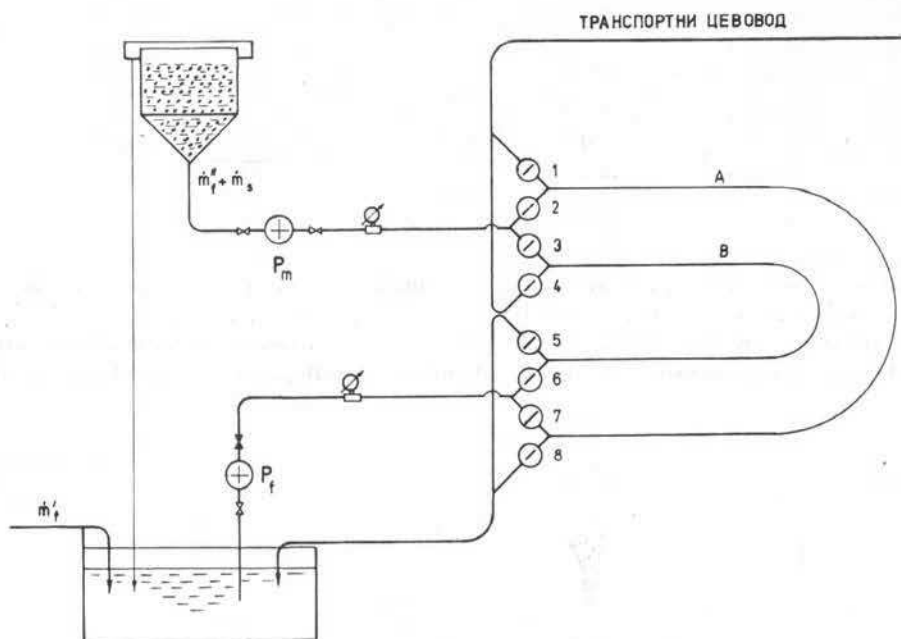


Слика 11.31

увођење уситњеног материјала у цевовод под притиском савља помоћу секторских и коморних дозатора и помоћу ејектора. Прва два уређаја проучена су у одељку о пнеуматском транспорту, док ће ејекторима бити посвећено посебно поглавље.

Да би се избегло хабање и смањиле тешкоће око заптивања код пумпа за мешавине и искористиле добре стране пумпа за чисту воду (већи степен корисности, лакше заптивање) у последње време се све више примењује комбиновани систем транспорта коришћењем обе пумпе (слика 11.32). У том случају пумпа за мешавину убацује исту у савијене цевоводе *A* и *B* (ради, дакле, са ниским притиском), коју потом пумпа за чисту воду потискује из савијених цевовода *A* и *B* у потисни цевовод ради транспорта (ова пумпа, дакле, ради са високим притиском). То решење се врло често користи за хидраулични транспорт пепела и шљаке из топлана и електрана до депоније, јер су пепео и шљака веома абразивни материјали. Иначе, приказана инсталација ради на следећи начин. За време транспорта се у сваком тренутку у једном од савијених цевовода *A* и *B* налази мешавина, а у другом чиста вода, које су у њих доспеле у претходном циклусу. Тренутни положај вентила означених са 1 до 8, показује да се у савијеном цевоводу *A* налази чиста вода и да се он пуни мешавином помоћу пумпе за мешавину (јер су вентили 2 и 8 отворени, а вентили 3 и 7 затворени), односно да се у савијеном цевоводу *B* налази мешавина која се

помоћу пумпе за чисту воду потискује у транспортни цевсвод (јер су вентили 6 и 4 отворени, а вентили 7 и 3 затворени). Кад се тај циклус заврши, затварају се вентили 2 и 6, а отварају се вентили 7 и 1. Из савијеног цевовода *A* чиста

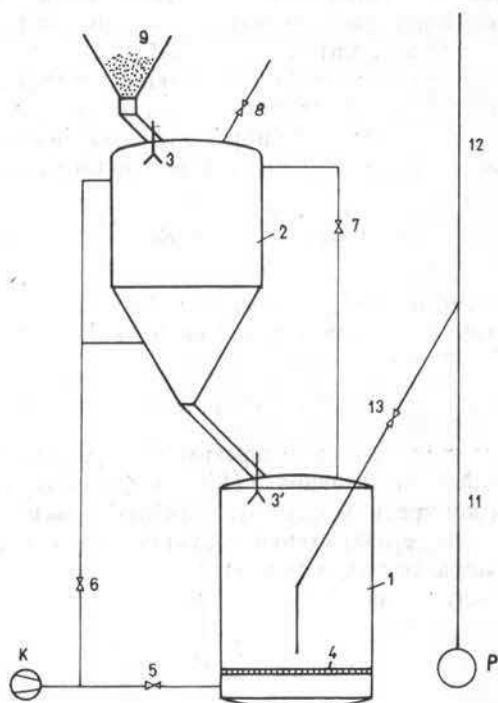


Слика 11.32 [104]

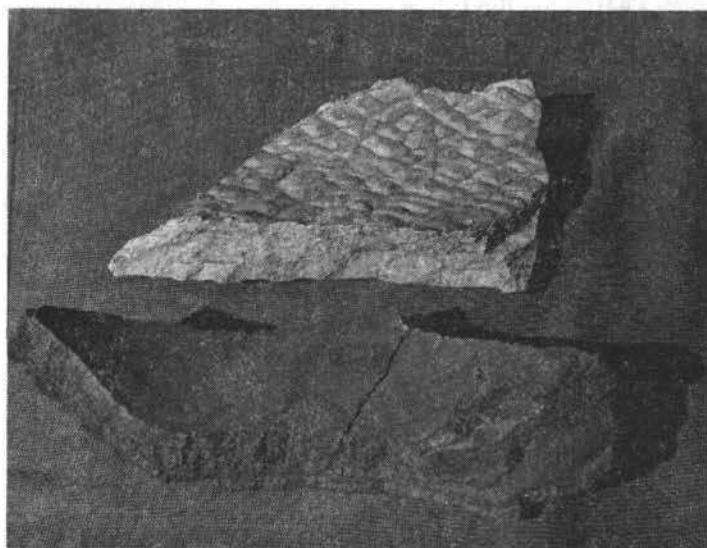
вода потискује мешавину у транспортни цевовод, док се савијени цевовод *B* истовремено пуни мешавином јер су вентили 3 и 5 отворени. На тај начин се добија непрекидан транспорт мешавине пепела, шљаке и воде кроз транспортни цевовод.

Кад је реч о хидрауличном транспорту пепела и шљаке, наведимо још једно успело решење које је развијено у Мађарској. Инсталација је приказана на слици 11.33, и она ради на следећем принципу. У почетку рада бункер 9 је пун пепела. Вентил 8 и клапна 3 су затворени. Бункери 1 и 2 су празни. Вентили 6, 7 и 13 су затворени, пумпа *P* транспортује мешавину шљаке и воде кроз цевовод 11 (која је припремљена у посебном резервоару и њена концентрација је мала). Рад инсталације почиње отварањем вентила 8 и клапне 3 (клапна 3' је затворена). Пуни се резервоар 2 из 9. Кад се резервоар 2 напуни, вентил 8 и клапна 3 се затварају (пепео и даље долази у резервоар 9), отварају се вентили 6 и 7 да би се изједначили притисци ваздуха у резервоарима 1 и 2, јер је и вентил 5 отворен. Чим се притисци ваздуха у резервоарима 1 и 2 изједначе, отвара се клапна 3' и вентил 13. Пепео долази из резервоара 2 у резервоар 1, флуидизује се и кроз цевовод 11 улази у транспортни цевовод заједно са шљаксом и водом. Дакле, у транспортном цевоводу имамо струјање троксмпонентне мешавине: пепео+шљака, вода и ваздух. Рад постројења је аутоматизован. Овај систем транспорта је нарочито погодан за транспорт пепела и шљаке кад они садрже велики проценат калцијум или алуминијум оксида, који се, иначе, лако и брзо

талoже у унутрашњости цевовода смањујући његов прстoчни пресек (сл. 11.34). Отпoри струјању расту, проток и брзина мешавине се све више смањују, долази до мeхaничкoг талoжења у цевовoду и до прeкидa тpaнcпoртa.



Слика 11.33



Слика 11.34

Зна се да при истом протоку центрифугалне пумпе развијају мањи напор кад раде са мешавином него кад раде са чистом водом. Пошто се те пумпе прорачунавају као да ће радити са чистом водом и њихова карактеристика $Q-Y$ се добија, такође, мерењима за време рада са чистом водом, намеће се потреба прерачунавања напора за мешавину на напор за рад са чистом водом. Другим речима, поставља се питање: колики би напор морала да има пумпа за време рада са чистом водом да би она развила израчунати напор за рад са мешавином? Према наведеном каталогу [105] то прерачунавање обавља се на следећи начин. Чим се израчуна напор Y_m (J/kg) који пумпа мора да развија за време рада са мешавином, одреди се корекциони фактор:

$$k = 1 - 0,05 \frac{c_z Re^{0,33}}{\eta}, \quad Re = \frac{v_{ss} d}{\nu},$$

у коме η представља њен степен корисности (који се у овоме тренутку мора претпоставити). Затим се налази напор Y (J/kg) који би пумпа развијала кад би радила са чистом водом:

$$Y = Y_m / k.$$

Пошто се располаже са топографским дијаграмима већег броја пумпа, сад је могуће коришћењем величина Y (J/kg) и $Q = q_m$ (m³/s) изабрати пумпу која ће одговарати конкретном случају, одређујући њен број обрта и степен корисности η . Уколико се овај степен корисности много разликује од раније претпостављеног, мора се рачун поновити.

Снага на вратилу пумпе треба да износи:

$$P_m = \frac{Q_m}{Q} P,$$

где је P (kW) снага на вратилу пумпе коју би она захтевала за време рада са чистом водом. Разуме се, постоје и други начини за прерачунавање наведених величина кад пумпа треба да ради са мешавином. Тако, на пример, совјетски истраживачи предлажу следећу формулу за прерачунавање напора:

$$Y_m = Y \left[1 - 0,25 \frac{\frac{Q_s}{Q} - \frac{Q_s}{Q_m}}{\frac{Q_s}{Q} - 1} \right].$$

Овде су Y (J/kg) и Q (kg/m³) напор и густина чисте воде.

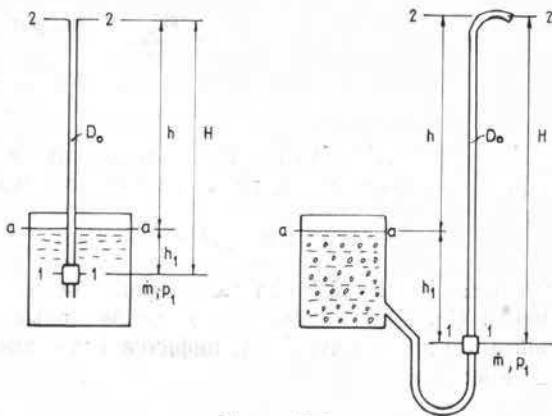
12.2. ПНЕУМОХИДРАУЛИЧНИ ЛИФТ

То је најобичнија цев константног пречника, која је уроњена у резервоар са течносту или са мешавином течности и уситњеног материјала и у коју се на одређеној дубини убризгава гас под притиском p_1 (Pa) у што већем броју межурића (сл. 12.1).

Мехурићи гаса крећу се вертикално навише (изроњавају) под дејством Архимедове силе, повлачећи за собом течност силом трења, а ова, опет силом трења, честице уситњеног материјала ка излазном пресеку 2—2. Дакле, сабијени

гас је овом приликом обавио вертикални транспорт течности или мешавине течности и уситњеног материјала. Тај уређај у литератури често називају и мамут-пумпом. Пнеумохидраулични лифт се користи за црпење воде из бунара и сирове нафте из бушотинских лежишта са недовљним притиском, за транспорт пепела и шљаке од котлова до депоније, за подизање песка и шљунка са дна река приликом багерисања, за транспорт шећерне репе у фабрикама шећера за време прања итд. У највеће подухвате у вези са применом пнеумохидрауличног лифта спада подизање руде мангана са дна Атлантског и Тихог океана са дубине од 3000—5000 m, и са дна Црвеног мора са дубине од 2000 m. Густина мангана је око 2500 kg/m^3 и он се, поред осталог, користи и приликом производње портланд-цемента. У

СССР-у се у једном руднику пнеумохидрауличним лифтом избацује на површину земље 600—700 t/h угља са дубине од 470 m. Пречник пнеумохидрауличног лифта износи 200 mm. Иако му је степен корисности релативно низак (0,15—0,45), често се употребљава јер је просте израде, нема покретних делова, није осетљив на хабање, јефтин је итд. Највише се примењује за подизање мешавине пепела, шљаке и воде до улаза у ксис цевсвсд ради транспорта до депоније.



Слика 12.1

12.2.1. Прорачун пнеумохидрауличног лифта

Очигледно је да у овом случају имамо струјање течности или мешавине течности и уситњеног материјала од пресека $a-a$ до $1-1$, а да од пресека $1-1$ до излазног пресека $2-2$ имамо струјање мешавине течности и гаса, или мешавине течности, уситњеног материјала и гаса. Ми ћемо надале посматрати овај други случај као општији.

Дакле, сабијени гас убризган у цев пнеумохидрауличног лифта у пресеку $1-1$ изотермно се шири крећући се вертикално навише у област нижих притисака, вршећи при томе рад [85]:

$$W = \dot{m} \frac{p_1}{\rho_1} \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (12.1)$$

Тај рад једнак је раду који компресор утроши на сабијање гаса од улазног до излазног притиска који је већи од притиска p_1 за губитке у доводном цевоводу од компресора до пресека $1-1$. Пошто ће надале бити говора само о пнеумохидрауличном лифту који служи за подизање мешавине уситњеног материјала и воде на висину h (m), то ће коришћени гас бити ваздух, а течност вода.

Како је користан рад пнеумохидрауличног лифта одређен изразом

$$W_k = \dot{m}_m g h,$$

то његов степен корисности износи:

$$\eta = \frac{W_k}{W} = \frac{\dot{m}_m g h}{\dot{m} R T_1 \ln \frac{p_1}{p_2}}, \quad (12.2)$$

јер је $p_1 = \varrho_1 R T_1$. Узима се да је притисак на крају цеви пнеумохидрауличног лифта $p_2 = p_a$, па је притисак ваздуха на месту убризгавања:

$$p_1 = g \varrho_m (H - h) + p_a = g \varrho_m (k_o - 1) h + p_a, \quad (12.3)$$

при чему је $k_o = H/h$ назван коефицијентом уроњавања пнеумохидрауличног лифта. Следећа величина која се за време прорачуна пнеумохидрауличног лифта уводи у рачун је специфична потрошња ваздуха у m^3/t подигнуте мешавине:

$$q_n^* = \frac{q_n}{10^{-3} \dot{m}_m} = \frac{\dot{m}}{\varrho_n 10^{-3} \dot{m}_m}. \quad (12.4)$$

Кад се сад из (12.2) $\dot{m}$ замени у (12.4), добиће се да је

$$q_n^* = \frac{10^3 g h}{\eta \varrho_n R T_1 \ln \frac{p_1}{p_a}}. \quad (12.5)$$

За време техничких прорачуна узима се да је $T_1 = T_n$, $\varrho_n R T_n = p_n = p_a = 1 \text{ bar}$ и $g = 10 \text{ m/s}^2$, па је коначно:

$$q_n^* = \frac{h}{23 \eta \log \frac{\varrho_m (k_o - 1) h + 10^4}{10^4}}.$$

Пошто је густина мешавине течности и уситњеног материјала релативно мала кад се предвиђа транспорт пнеумохидрауличним лифтом ($\varrho_m = 1020 - 1060 \text{ kg/m}^3$), то се за израчунавање специфичне потрошње ваздуха најчешће користи овај образац:

$$q_n^* = \frac{h}{23 \eta \log \frac{h (k_o - 1) + 10}{10}}. \quad (12.6)$$

Овде су η и k_o непознате величине, чија је веза са средњом брзином троксмпонентне мешавине у пнеумохидрауличном лифту,

$$v_o = \frac{1}{2} (v_1 + v_2), \quad v_1 = \frac{1}{A_o} (q_m + q_1), \quad v_2 = \frac{1}{A_o} (q_m + q_2),$$

експериментално одређена и она гласи:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\eta} &= 1,2 + 0,8 \frac{v_o}{k_o} \quad \text{за} \quad \frac{v_o}{k_o} < 1, \\ \frac{1}{\eta} &= 0,7 + 1,3 \frac{v_o}{k_o} \quad \text{за} \quad \frac{v_o}{k_o} > 1.\end{aligned}\quad (12.7)$$

У оба случаја мора да буде $v_o > 1,5 \text{ m/s}$ (обично је $v_o = 2 - 5 \text{ m/s}$).

Најзад, кад се брзине v_1 и v_2 напишу у облику

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{q_m}{A_o} \left(1 + \frac{p_n}{p_1} \frac{\varrho_m}{1000} q_n^* \right), \\ v_2 &= \frac{q_m}{A_o} \left(1 + \frac{p_n}{p_2} \frac{\varrho_m}{1000} q_n^* \right),\end{aligned}$$

и затим врате у израз за брзину v_o добиће се:

$$v_o = \frac{q_m}{2 A_o} \left[2 + \frac{\varrho_m}{1000} \left(\frac{p_n}{p_1} + \frac{p_n}{p_2} \right) q_n^* \right]. \quad (12.8)$$

Како је $p_n = p_a = p_2$ то се коришћењем израза (12.3) из последње једначине добија формула за одређивање попречног пресека пнеумохидрауличног лифта:

$$A_o = \frac{q_m}{2 v_o} \left\{ 2 + \frac{\varrho_m}{1000} q_n^* \left[1 + \frac{p_a}{g \varrho_m (k_o - 1) h + p_a} \right] \right\} \quad (12.9)$$

која се упрошћава кад се стави $\varrho_m \approx 1000 \text{ kg/m}^3$, $p_a = 100000 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ и постаје:

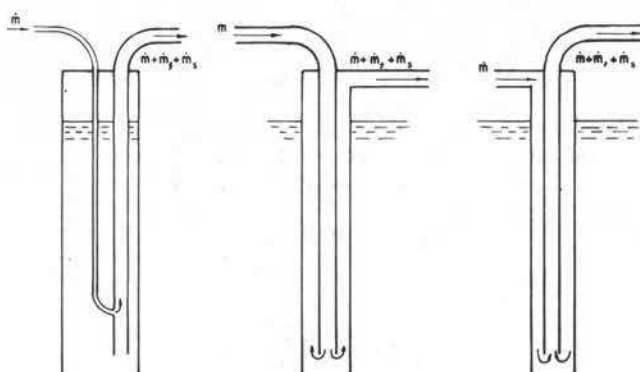
$$A_o \approx \frac{q_m}{2 v_o} \left\{ 2 + q_n^* \left[1 + \frac{10}{h (k_o - 1) + 10} \right] \right\}. \quad (12.10)$$

Кад се познаје попречни пресек A_o пнеумохидрауличног лифта, може се израчунати његов пречник.

12.2.2. Конструкција пнеумохидрауличног лифта

Постоје три основне конструкције пнеумохидрауличног лифта, које су приказане на слици 12.2. Прва конструкција се најчешће користи за дизање мешавине воде и уситњеног материјала ваздухом у коси цевовод ради транспорта. Најважнији део овог пнеумохидрауличног лифта је уводник ваздуха у мешавину воде и уситњеног материјала који се увек налази испод нивса мешавине у резервоару на дубини $h_1 \text{ (m)}$. На слици 12.3 приказана је конструкција једног уводника. Ваздух улази у муф па, затим, кроз перфорирану конусну цев у мешавину воде и уситњеног материјала која са дње стране улази у уводник пнеумохидрауличног лифта. Конусна цев је избушега рупама

пречника 2—4 mm тако да усмерава струјање ваздуха вертикално навише. Број тих рупица одређује се тако што брзина ваздуха кроз рупицу треба да износи око 15 m/s. Ако q_1 (m³/s) означава запремински проток ваздуха у

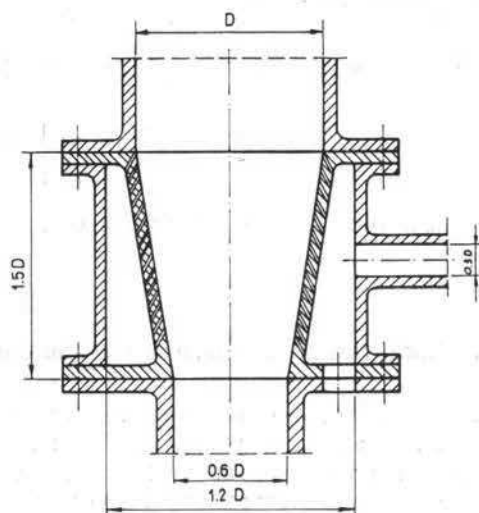


Слика 12.2

пресеку I—I, који се израчунава помоћу специфичне његове потрошње q_n^* (m³/t), а d (m) пречник рупица, тада је њихов укупан број:

$$n = \frac{4 q_1}{15 d^2 \pi}.$$

Рупице треба распоредити по шах систему на кснусној цеви уводника. Треба тежити што већем броју мањих рупица да би мехурићи убризганог ваздуха били што мањи. На тај се начин добија велика површина мехурића, а



Слика 12.3

тима и велика сила трења између мехурића и воде.

Остале две конструкције пневматичког лифта користе се за транспорт крупнијег материјала у виду мешавине са водом.

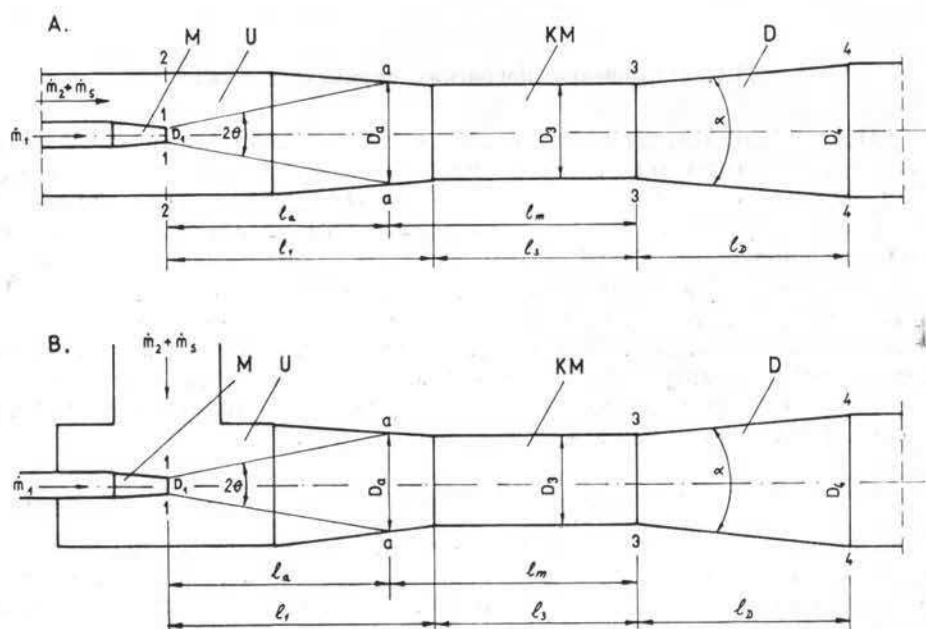
У табели 12.1 наведене су оријентационе вредности концентрације транспортаног материјала помоћу пнеумохидрауличног лифта, као и вредности за коефицијент уроњавања за разне висине дизања мешавине h (m).

Табела 12.1 [106]

Материјал	Крупноћа	$c_k = \dot{m}_s / \dot{m}_f$
Шљака	$d = 20-80$ mm	1 : 8 до 1 : 10
Пепео	—	1 : 5 до 1 : 8
Песак	$d \leq 8$ mm	1 : 6 до 1 : 10
Шљунак	$d = 10-80$ mm	1 : 15 до 1 : 20
Концентрат руде густине $1,3-1,5$ t/m ³	—	1 : 6 до 1 : 8
Гранулисани материјали густине до $7,5$ t/m ³	$d \leq 4$ mm	1 : 20 до 1 : 25
Шећерна репа	дужине до 400 mm	1 : 6 до 1 : 8
$k_0 = 2-4,5$ за $h < 10$ m $k_0 = 1,7-3,5$ за $h > 10$ m		

12.3. ЕЈЕКТОРИ

Ејектори су уређаји који, такође, служе за стварање струјне енергије ради транспорта неке течности или мешавине течности и уситњеног материјала. Немају покретних делова и праве се од кружних и конусних цеви спојених по једном одређеном редоследу. На слици 12.4 приказана су два типа ејектора са



Слика 12.4 [85]

потребним ознакама. Састоје се од млазника M , усисника U , коморе за мешање KM и дифузора D . Кроз млазник M истиче радни флуид великом брзином, који силом трења на граничној површини млаза повлачи за собом усисавани флуид или мешавину флуида и уситњеног материјала, да би се у комори за мешање KM обоје и механички и кинематички хомогенизовало. Дакле, у пресеку 3—3 имамо хомогену струју мешавине густине ρ_m , средње брзине v_3 и притиска p_3 . У дифузору се ова мешавина успорава да би се на крају дифузора остварио онај притисак који је потребан за транспорт мешавине кроз цевовод на који је ејектор прикључен. Разлика између приказана два типа ејектора је та што су код типа A брзине радног флуида и усисаног флуида или мешавине флуида и уситњеног материјала колинеарне, док је угао између ових брзина код ејектора типа B $\pi/2$ или $3\pi/2$ зависно од улаза усисаване струје у пресеку 2—2 (овај пресек лежи у истој вертикалној равни као и пресек 1—1). Није тешко закључити да је ејектор типа A бољи у хидрауличном погледу јер је његов степен корисности већи.

Ејектори се, иначе, у техничкој пракси користе у најразличитије сврхе [107]. Ипак, најчешће се користе за пнеуматски и хидраулични транспорт уситњених материјала ваздухом или водом као радним флуидом, за аспирацију индустријских и радних просторија од прашине, отровних и експлозивних гасова, за остваривање одређених хемијских реакција у хемијској и фармацеутској индустрији итд. Ејектори имају низ предности у односу на друге струјне машине. Просте и лаке су конструкције немају покретних делова, израда им је јефтина, имају стабилан рад и лако се опслужују у погону. Највећи недостатак им је релативно мали степен корисности (0,20—0,30), мада је и ово спорно, јер степен корисности код ејектора није једнозначно дефинисан. Напоменимо да ејекторе често називају и млазним пумпама.

12.3.1. Одређивање погонских параметара ејектора

Полази се од тога да је притисак млаза радног флуида на излазу из млазника једнак притиску усисаваног флуида или мешавине флуида и уситњеног материјала у усиснику ејектора тј. да је $p_1 = p_2$. Ова претпоставка је оправдана јер се ради о нестишљивом струјању. Млаз радног флуида после изласка из млазника шири се под углом $2\theta = 20^\circ$.

Основна струјна једначина је закон о количини кретања, при чему се од свих сила које утичу на струјање између пресека 1—1 и 3—3 узимају у обзир само притисне силе. Дакле, овај прилаз одређивања погонских параметара ејектора [85] занемарује утицај спољашњих сила (што је оправдано само код хоризонталних ејектора) и сила трења на струјање између поменутих проточних пресека. Према томе, основна струјна једначина је:

$$\dot{m}_1 v_1 + (\dot{m}_2 + \dot{m}_3) v_2 - (\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3) v_3 = (p_3 - p_1) A_3, \quad (12.11)$$

у којој су $\dot{m}_1$, $\dot{m}_2$, $\dot{m}_3$ масени протоци радног флуида, усисаваног флуида и честица уситњеног материјала, v_1 , v_2 , v_3 одговарајуће брзине, p_3 притисак хомогене мешавине у пресеку 3—3 и p_1 притисак радног флуида на излазу из млазника (који је једнак притиску p_2 усисаваног флуида или мешавине флуида и уситњеног материјала у усиснику).

С друге стране, коришћењем енергијске једначине постављене за почетак и крај дифузора,

$$p_3 + \frac{1}{2} \rho_m v_3^2 = p_4 + \frac{1}{2} \rho_m v_4^2 + \zeta_D \frac{1}{2} \rho_m v_3^2 = p_{14} + \zeta_D \frac{1}{2} \rho_m v_3^2,$$

може се формирати разлика притисака

$$p_3 - p_1 = \Delta p_e - \eta_D \frac{1}{2} \rho_m v_3^2, \quad (12.12)$$

где

$$p_{14} - p_1 = \Delta p_e \quad (12.13)$$

означава напор ејектора, $\eta_D = 1 - \zeta_D$ коефицијент корисности дифузора и ρ_m густину мешавине у пресеку 3—3 па надаље. Ова се густина израчунава помоћу формуле:

$$\rho_m = \frac{\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_s}{q_1 + q_2 + q_s} = \frac{1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{\mu_e}{\rho_2} + \frac{\mu_e c_{ku}}{\rho_s}}, \quad (12.14)$$

где су

$$\mu_e = \dot{m}_2 / \dot{m}_1, \quad c_{ku} = \dot{m}_s / \dot{m}_2, \quad (12.15)$$

коефицијент протока ејектора и концентрација уситњеног материјала у усисаваном флуиду. Према томе, густина усисавање мешавине износи:

$$\rho_{mu} = \frac{\dot{m}_2 + \dot{m}_s}{q_2 + q_s} = \frac{1 + c_{ku}}{\frac{1}{\rho_2} + \frac{c_{ku}}{\rho_s}}. \quad (12.16)$$

Кад се сад разлика притисака ($p_3 - p_1$) из (12.12) замени у једначину (12.11) и добијени израз подели са $\dot{m}_1 v_1$, добиће се:

$$1 + (1 + c_{ku}) \mu_e \frac{v_2}{v_1} - (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}) \frac{v_3}{v_1} = \frac{\left(\Delta p_e - \eta_D \frac{1}{2} \rho_m v_3^2 \right) A_3}{\dot{m}_1 v_1}, \quad (12.17)$$

Даље се из једначина за протоке појединих струја,

$$\dot{m}_1 = \rho_1 v_1 A_1,$$

$$\dot{m}_2 + \dot{m}_s = \rho_{mu} v_2 A_2, \quad (12.18)$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_s = \rho_m v_3 A_3.$$

коришћењем ознака

$$A_3/A_1 = m_e, \quad A_3/A_2 = n_e. \quad (12.19)$$

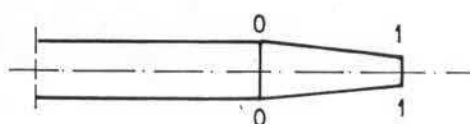
добиају следећи односи брзина:

$$\begin{aligned}\frac{v_2}{v_1} &= \mu_e (1 + c_{ku}) \frac{n_e}{m_e} \frac{Q_1}{Q_{mi}} \\ \frac{v_3}{v_1} &= (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}) \frac{Q_1}{m_e Q_m}\end{aligned}\quad (12.20)$$

Заменом тих односа у једначину (12.17) добија се:

$$1 + \mu_e^2 (1 + c_{ku})^2 \frac{n_e}{m_e} \frac{Q_1}{Q_{mi}} - (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku})^2 \frac{Q_1}{m_e Q_m} = \frac{\left(\Delta p_e - \eta_D \frac{1}{2} Q_m v_3^2 \right) A_3}{\dot{m}_1 v_1} \quad (12.21)$$

Дакле, једначина (12.21) може да се сматра основном струјном једначином ејектора јер у себи садржи све струјне једначине хидраулике. Она ће надале бити само трансформисана на други облик. Наиме, из енергијске једначине постављене за почетак и крај млазника (слика 12.5),



Слика 12.5

$$p_{to} = p_1 + (1 + \zeta_m) \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2,$$

следи

$$v_1 = \varphi_1 \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (p_{to} - p_1)}, \quad (12.22)$$

Ту је $\varphi_1 = 1/\sqrt{1 + \zeta_m}$ коефицијент брзине млазника чији је коефицијент локалног отпора ζ_m . Коришћењем раније дефинисаних величина и израза (12.22) за брзину, десна страна једначине (12.21) може да се напише као:

$$\begin{aligned}\frac{\left(\Delta p_e - \eta_D \frac{1}{2} Q_m v_3^2 \right) A_3}{\dot{m}_1 v_1} &= \frac{\left(\Delta p_e - \eta_D \frac{1}{2} Q_m v_3^2 \right) A_3}{Q_1 v_1^2 A_1} = \\ &= \frac{m_e \psi_e}{2 \varphi_1^2} - \frac{1}{2} \eta_D (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku})^2 \frac{Q_1}{m_e Q_m},\end{aligned}\quad (12.23)$$

где је

$$\frac{\Delta p_e}{p_{to} - p_1} = \psi_e, \quad (12.24)$$

коефицијент притиска ејектора. Дакле, једначина (12.21) дефинитивно гласи:

$$\begin{aligned}1 + \mu_e^2 (1 + c_{ku})^2 \frac{n_e}{m_e} \frac{Q_1}{Q_{mi}} - (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku})^2 \frac{Q_1}{m_e Q_m} &= \\ &= \frac{m_e \psi_e}{2 \varphi_1^2} - \frac{1}{2} \eta_D (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku})^2 \frac{Q_1}{m_e Q_m}.\end{aligned}\quad (12.25)$$

То је крајњи облик струјне једначине ејектора, чијом се оптимизацијом добијају одговарајући геометријски параметри ејектора.

Коефицијент корисности ејектора, дефинисан у односу на енергију радног флуида, може се написати на следећи начин:

$$\eta_e = \frac{\Delta p_e q_{mi}}{\frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 \cdot q_1} = \frac{\psi_e \mu_e}{\varphi_1^2} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} + \frac{\rho_1}{\rho_s} c_{ku} \right). \quad (12.26)$$

Инсталисана снага пумпе, која потискује радни флуид кроз млазник ејектора, је:

$$P_e = \frac{\Delta p_1 q_1}{1000 \eta_p} \text{ (kW)}, \quad (12.27)$$

где је

$$\Delta p_1 = \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 (1 + \zeta_m) + \Delta p_{C1} \pm \rho_1 g H_1 + (p_1 - p_a)$$

напор те пумпе, при чему се знак „+“ узима кад је ниво радног флуида у резервоару испод осе ејектора, односно „—“ кад је ниво радног флуида у резервоару изнад осе ејектора. Са Δp_{C1} означени су губици струјне енергије у доводном цевоводу за радни флуид, рачунати од нивоа у резервсари до почетка млазника, док H_1 означава размак између нивоа радног флуида у резервсари и осе ејектора. Коришћењем израза за напор ејектора и брзину v_1 може се ставити да је:

$$\Delta p_1 = \frac{\Delta p_e}{\psi_e} + \Delta p_{C1} \pm \rho_1 g H_1 + (p_1 - p_a). \quad (12.28)$$

Закључује се да је $\Delta p_1 \sim \Delta p / \psi_e$, јер је остатак у формули (12.28) константан и везан за доводну инсталацију радног флуида, а не за ејектор, па је и снага

$$P_e \sim \frac{\Delta p_e \dot{m}_1}{\rho_1 \psi_e \eta_p 1000} = \frac{\Delta p_e \dot{m}_2}{\rho_1 \psi_e \eta_p \mu_e 1000}. \quad (12.29)$$

Од једначина (12.25), (12.26) и (12.29) полази се приликом одређивања оптималних струјних и геометријских параметара ејектора. Разуме се, изведеним једначинама додају се још и једначине које важе за истицање асиметричног млаза из млазника ејектора. Напоменимо још да ће добијене формуле важити за оба типа ејектора, при чему у њих треба ставити $\eta_e = 0$ кад се прорачунава ејектор типа *B*, јер је тада практично проточни пресек A_2 бесконачно велик (брзине морају бити нормалне на проточне пресеке).

12.3.2. Одређивање оптималних струјних и геометријских параметара ејектора

Оптимални струјни и геометријски параметри ејектора одређују се на следећи начин [85]. Најпре се налази онај однос проточних пресека $A_3/A_1 = m_e$ за који ће ејектор, при заданом коефицијенту протока μ_e , имати максимални степен корисности. С обзиром на основну једначину ејектора (12.25), решену по коефицијенту притиска ψ_e , добија се из

$$\frac{\partial \eta_e}{\partial m_e} = \frac{\mu_e}{\varphi_1^2} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} + \frac{\rho_1}{\rho_s} c_{ku} \right) \frac{\partial \psi_e}{\partial m_e} = 0$$

формула за израчунавање коефицијента m_e :

$$m_e = (m_{eopt}) = (2 - \eta_D) (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}) \left(1 + \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \mu_e + \frac{\varrho_1}{\varrho_s} \mu_e c_{ku} \right) - 2 \mu_e^2 n_e (1 + c_{ku}) \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2} + \frac{\varrho_1}{\varrho_s} c_{ku} \right). \quad (12.30)$$

Заменом ове вредности за m_e у једначине (12.25) и (12.26) налазе се следећа два параметра:

$$\psi_e = (\psi_{eopt}) = \frac{\varphi_1^2}{m_e} = \left(\frac{\varphi_1^2}{m_{eopt}} \right), \quad (12.31)$$

$$\eta_e = (\eta_{eopt}) = \frac{\mu_e}{m_e} \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2} + \frac{\varrho_1}{\varrho_s} c_{ku} \right) \quad (12.32)$$

За одређивање оптималног односа $A_3/A_2 = n_e$ за ејекторе типа А служи израз (12.29) за снагу, у који претходно треба заменити нађену вредност за ψ_{eopt} из (12.31) користећи и формулу (12.30) за m_{eopt} . Дакле, из једначине

$$P_e \sim \frac{\Delta p_e \dot{m}_2}{\varphi_1^2 \varrho_1 \eta_p \mu_e 1000} \left[(2 - \eta_D) (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}) \left(1 + \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \mu_e + \frac{\varrho_1}{\varrho_s} \mu_e c_{ku} \right) - 2 \mu_e^2 n_e (1 + c_{ku}) \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2} + \frac{\varrho_1}{\varrho_s} c_{ku} \right) \right],$$

налази се најпре

$$\frac{dP_e}{d\mu_e} = 0, \quad \frac{d^2 P_e}{d\mu_e^2} > 0,$$

па, затим, израз за μ_{eopt} који решен по n_e даје:

$$n_e = (n_{eopt}) = \frac{2 - \eta_D}{2} \left[1 - \frac{1}{\mu_e^2 (1 + c_{ku}) \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2} + \frac{\varrho_1}{\varrho_s} c_{ku} \right)} \right]. \quad (12.33)$$

Практично, прорачун ејектора иде овим редом. Најпре се одређује напор ејектора израчунавањем укупног пада притиска у цевоводу који, с обзиром на уведене ознаке, износи:

$$\Delta p_u = p_4 - p_{izl} = p_4 - p_a = \Delta p_\lambda + \Delta p_\zeta \pm \varrho_m g H_g,$$

где је H_g (m) висинска разлика између улазног и излазног проточног пресека цевовода. С друге стране је:

$$\Delta p_e = p_{t4} - p_1 = p_4 + \frac{1}{2} \varrho_m v_4^2 - p_1 = (p_4 - p_a) + \frac{1}{2} \varrho_m v_4^2 + (p_a - p_1).$$

Из последње две једначине добија се веза:

$$\Delta p_e = \Delta p_\lambda + \Delta p_\zeta \pm \rho_m g H_g + \frac{1}{2} \rho_m v_4^2 + (p_a - p_1). \quad (12.34).$$

За време техничких прорачуна често се занемарује динамички притисак мешавине на крају дифузора, што није увек оправдано. Приметимо да напор ејектора зависи и од односа притисака p_1 и p_a . Затим се, за познате масене протоке $\dot{m}_2$ и $\dot{m}_3$ и усвојени коефицијент протока μ_e , израчунавају оптимални параметри m_e , ψ_e , η_e и n_e коришћењем изведених једначина.

Дужине појединих делова ејектора израчунавају се из формула које важе за осносиметрични млаз, какав је и млаз радног флуида за време истицања из млазника ејектора. Притисак p_1 у усиснику ејектора константан је и једнак притиску p_2 све док млаз не додирне контуре усисника. То се растојање израчунава помоћу формуле:

$$\frac{l_a}{D_1} \approx 6 + \frac{D_a/D_1 - 2,74}{2 \operatorname{tg} \theta}.$$

За део млаза одређен дужином l_a утврђено је експериментима да су при дозвучном истицању:

$$D_a = D_1 (1 + \mu_e) \sqrt{2} \quad \text{за} \quad \mu_e > 1,$$

$$D_a = D_1 (1 + \mu_e) \sqrt{2,43} \quad \text{за} \quad \mu_e < 1,$$

$$\frac{D_a}{D_3} \approx \sqrt{\frac{2}{2 - \eta_D}}.$$

За коефицијент корисности дифузора узима се вредност $\eta_D = 1 - \zeta_D = 0,85$. Остале ознаке у наведеним формулама дате су на слици 12.4.

Дужина пута мешања радног флуида и усисаване мешавине флуида и уситњеног материјала обично износи

$$l_m \approx (2 - 3) D_a,$$

тако да је дужина ејектора без дифузора

$$l = l_1 + l_3 = l_a + l_m = 6 D_1 + \frac{D_a - 2,74 D_1}{2 \operatorname{tg} \theta} + 2,5 D_a.$$

Одавде се за $\eta_D = 0,85$ и $\theta = 10^\circ$ коначно налази однос:

$$\frac{l}{D_3} \approx 7 - \frac{1,8}{\sqrt{m_e}}. \quad (12.35)$$

Узима се да је дужина коморе за мешање

$$l_3 = (3 - 4) D_3. \quad (12.36)$$

Међутим, Замарин је експериментално утврдио да је при нестишљивом струјању

$$l_3 = 4,65 D_1^{0,2} D_3^{0,8}.$$

Пошто се за хидраулични транспорт, углавном, користи вода и као радни флуид и као флуид за прављење мешавине са уситњеним материјалом, то се из претходних формула у овом случају добијају нешто простији изрази:

$$m_e = (2 - \eta_D) \left(1 + \mu_e + \mu_e c_{ku} \right) \left(1 + \mu_e + \frac{\mu_e c_{ku}}{\varrho_s} \right) - \mu_e^2 n_e \left(1 + c_{ku} \left(1 + \frac{1}{\varrho_s} c_{ku} \right) \right),$$

$$\psi_e = \frac{\varphi_1^2}{m_e}, \quad \varphi_1 \approx 0,98,$$

$$\eta_e = \frac{\mu_e}{m_e} \left(1 + \frac{1}{\varrho_s} c_{ku} \right),$$

$$n_e = \frac{2 - \eta_D}{2} \left[1 - \frac{1}{\mu_e^2 (1 + c_{ku}) \left(1 + \frac{1}{\varrho_s} c_{ku} \right)} \right].$$

Разуме се, у тим формулама ϱ_s треба замењивати у t/m^3 , јер су оне добијене из претходних формула стављањем $\varrho_1 = \varrho_2 = 1 t/m^2$.

Најзад, овде треба рећи још нешто у вези са притиском p_2 у усиснику ејектора, јер се помоћу њега, у ствари, за време прорачуна одређује притисак p_1 као $p_1 = p_2$. Притисак p_2 се израчунава постављањем енергијске једначине за усисавану мешавину, за њен ниво у резервоару и усисни пресек 2—2. Очигледно је да могу наступити три случаја: $p_2 = p_a$, $p_2 > p_a$ и $p_2 < p_a$. Сва три су могућна, и то треба имати у виду. Израчунати притисак p_2 мора да буде већи од притиска при коме би у пресеку 2—2 радни и усисавани флуид испаравали на погонској температури. На тај се начин спречава појава кавитације, која је вишеструко штетна и кад су у питању ејектори.

12.4. ДРУГИ ПОСТУПАК ЗА ПРОРАЧУН ЕЈЕКТОРА

Раније је приликом успостављања једначине (12.11) речено да је занемарен утицај спољашњих сила и сила трења на струјање између пресека 1—1 и 3—3. Занемарен је и губитак струјне енергије услед мешања радног флуида и мешавине флуида и уситњеног материјала. Ејектори се, углавном, постављају хоризонтално. У том случају Земљина тежа нема утицаја на струјање у њима, јер се оно посматра као једнодимензијско. Међутим, губици струјне енергије услед мешања радног и усисаваног флуида, или радног флуида и мешавине флуида и уситњеног материјала, и губици струјне енергије услед трења не могу да се занемаре. Коришћењем енергијске једначине и закона о количини кретања није тешко показати да ти губици износе [107]:

$$E_g = \frac{1}{2} \dot{m}_1 (v_1^2 - 2 v_1 v_3 \cos \alpha_1) + \frac{1}{2} \dot{m}_2 (v_2^2 - 2 v_2 v_3 \cos \alpha_2) + \frac{1}{2} \dot{m}_3 (1 + \zeta_e) v_3^2, \quad (12.37)$$

где су α_1 и α_2 углови између брзина $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_3$ и $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$, а $\zeta_e = n \lambda$ (јер се дужина између пресека 1—1 и 3—3 може приказати као: $l_{13} = n \cdot D_3$ где је $n=6-8$). Напоменимо да је $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ за ејекторе типа *A*, односно $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = \pi/2$ или $\alpha_2 = 3\pi/2$ за ејекторе типа *B*.

Овде се неће излагати комплетно тај други поступак за прорачун ејектора (он се може наћи у наведеном раду [107]) већ само онолико колико је то учињено у објављеним радовима [108] и [109]. У првом раду су посматрани ејектори који служе за транспорт флуида флуидом, а у другом ејектори који служе за хидраулични транспорт уситњених материјала.

12.4.1 Прорачун ејектора за транспорт флуида флуидом

Енергијска једначина и једначина континуитета у овом случају гласе:

$$\begin{aligned} p_{t4} q_4 &= p_{t1} q_1 + p_{t2} q_2 - E_g, \\ q_4 &= q_3 = q_1 + q_2, \end{aligned} \quad (12.38)$$

где су:

$$p_{t1} = p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2, \quad p_{t2} = p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2.$$

Из последње две једначине следи веза:

$$p_{t1} - p_{t2} = \frac{1}{2} (1 - s \varphi_2^2) \rho_1 v_1^2, \quad (12.39)$$

где је $s = \rho_2 / \rho_1$ и $\varphi_2 = v_2 / v_1$. Такође се, због $p_1 = p_2$, из прве једначине (12.38) и коришћењем наведених помоћних израза, добија:

$$\begin{aligned} p_{t4} - p_{t2} &= \frac{1}{2} \left[2 \varphi_3 (\cos \alpha_1 + \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2) - (1 + \zeta) (1 + \mu_e) \varphi_3^2 - \right. \\ &\quad \left. - (s + \mu_e) \varphi_2^2 \right] \frac{s}{s + \mu_e} \rho_1 v_1^2, \end{aligned} \quad (12.40)$$

где су: $\mu_e = \dot{m}_2 / \dot{m}_1$, $\varphi_3 = v_3 / v_1$ и $\zeta = \zeta_e + \zeta_D$ (ζ_D —коэффициент отпора дифузора). Види се да десна страна једначине (12.40) зависи само од брзина v_1 , v_2 , v_3 , јер су масени протоци константни при устаљеном струјању. Зато је корисно коришћењем Лагранжевог (*Lagrange*) мултипликатора θ , формирати следећу једначину:

$$\begin{aligned} F(v_1, v_2, v_3) &= \frac{1}{2} [2 \varphi_3 (\cos \alpha_1 + \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2) - (1 + \zeta) (1 + \mu_e) \varphi_3^2 - \\ &\quad - (s + \mu_e) \varphi_2^2] \frac{s}{s + \mu_e} \rho_1 v_1^2 + \theta \left[\frac{1}{2} (1 - s \varphi_2^2) \rho_1 v_1^2 - (p_{t1} - p_{t2}) \right]. \end{aligned}$$

Изводи ове функције по брзинама v_i ($i=1, 2, 3$) изједначени са нулом и једначина (12.39) дају четири једначине са четири непознате: v_i ($i=1, 2, 3$) и θ , за које вредности функција (12.40) има максимум. Кад се назначене операције обаве, добијају се следеће једнакости:

$$\varphi_3 = -\frac{\theta(s + \mu_e)}{s \cos \alpha_1} = \frac{(1 + \theta)(s + \mu_e)\varphi_2}{\mu_e \cos \alpha_2} = \frac{\cos \alpha_1 + \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2}{(1 + \zeta)(1 + \mu_e)}. \quad (12.41)$$

Одавде се најпре налазе параметри:

$$\varphi_3 = -\frac{\theta(s + \mu_e)}{s \cos \alpha_1}, \quad (12.42)$$

$$\varphi_2 = -\frac{\theta}{1 + \theta} \frac{\mu_e \cos \alpha_2}{s \cos \alpha_1}. \quad (12.43)$$

Затим се, изједначењем другог и последњег члана једнакости (12.41) и коришћењем добијеног израза за φ_2 , формира квадратна једначина,

$$\theta^2 + (1 + k_1)\theta + k_2 = 0,$$

$$k_1 = \frac{s \cos^2 \alpha_1 - \mu_e^2 \cos^2 \alpha_2}{(1 + \zeta)(1 + \mu_e)(s + \mu_e)}, \quad k_2 = \frac{s \cos^2 \alpha_1}{(1 + \zeta)(1 + \mu_e)(s + \mu_e)},$$

из које се налази Лагранжов мултипликатор,

$$\theta = -\frac{1}{2}(1 + k_1) + \sqrt{\frac{1}{4}(1 + k_1)^2 - k_2}, \quad (12.44)$$

јер су $\varphi_2 < 1$ и $\varphi_3 < 1$. Види се да је увек $\theta < 0$, али и $|\theta| < 1$ због $\varphi_2 > 0$.

Према томе, прорачун ејектора према том поступку иде овим редом. Најпре се за дате податке израчунају константе k_1 и k_2 па, затим, Лагранжов мултипликатор θ помоћу формуле (12.44). После тога се израчунавају коефицијенти брзине φ_3 и φ_2 коришћењем формула (12.42) и (12.43), који одређују оптималне вредности односа брзина: v_3/v_1 и v_2/v_1 . Ако су енергије радног и усисаваног флуида познате, тада се из једначине (12.39) може најпре израчунати брзина v_1 радног флуида на излазу из млазника па, затим, и остале брзине, као и енергија мешавине на крају дифузора, односно на почетку транспортног ценовода:

$$p_{14} = p_4 + \frac{1}{2} \rho_4 v_4^2. \quad (12.45)$$

Напомиње се да овде притисак p_4 означава, у ствари, онај притисак на почетку ценовода који је потребно остварити ради транспорта, а v_4 је брзина мешавине у том случају. Исто тако је

$$\rho_4 = \rho_3 = \frac{s(1 + \mu_e)}{s + \mu_e} \rho_1 = \frac{1 + \mu_e}{s + \mu_e} \rho_2. \quad (12.46)$$

Коефицијент корисности ејектора може да се дефинише на два начина:

$$\eta_1 = \frac{(p_{t4} - p_{t2}) q_2}{(p_{t1} - p_{t4}) q_1}, \quad \eta_2 = \frac{(p_{t4} - p_{t2}) q_2}{(p_{t1} - p_{t2}) q_1}.$$

Увек је $\eta_1 > \eta_2$. Ако се у изразе за коефицијенте корисности убаце нађене вредности за поједине енергије, добиће се њихове максималне вредности:

$$\eta_1 = \frac{2 \varphi_3 (\cos \alpha_1 + \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2) - (1 + \zeta) (1 + \mu_e) \varphi_3^2 - (s + \mu_e) \varphi_2^2}{(s + \mu_e) - 2 s \varphi_3 (\cos \alpha_1 + \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2) + s (1 + \zeta) (1 + \mu_e) \varphi_3^2}, \quad (12.47)$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_e}{s + \mu_e} \frac{2 \varphi_3 (\cos \alpha_1 + \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2) - (1 + \zeta) (1 + \mu_e) \varphi_3^2 - (s + \mu_e) \varphi_2^2}{1 - s \varphi_2^2}. \quad (12.48)$$

Најзад, коришћењем једначине за протоке радног и усисаваног флуида и њихове мешавине у пресеку 3—3, добијају се следеће везе између оптималних струјних и геометријских параметара ејектора:

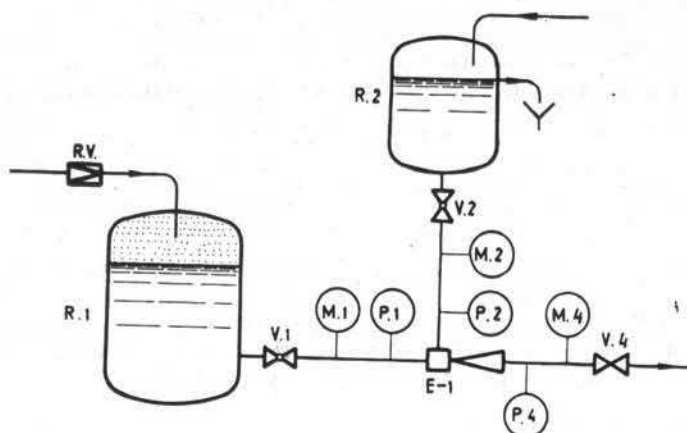
$$\begin{aligned} \varphi_2 &= -\frac{\mu_e}{s} \frac{\theta}{1 + \theta} \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = \frac{\mu_e}{s} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2, \\ \varphi_3 &= -\frac{\theta}{s} \frac{s + \mu_e}{\cos \alpha_1} = \frac{s + \mu_e}{s} \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^2, \\ \psi_1 &= \frac{p_{t4} - p_{t2}}{p_{t1} - p_{t4}} = -\frac{\theta}{1 + \theta} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2}, \\ \psi_2 &= \frac{p_{t4} - p_{t2}}{p_{t1} - p_{t2}} = -\theta \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^2 \cos \alpha_1, \\ \eta_1 &= -\frac{\mu_e}{s} \frac{\theta}{1 + \theta} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \frac{\mu_e}{s} \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2}, \\ \eta_2 &= -\frac{\mu_e}{s} \theta = \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^2 \frac{\mu_e}{s} \cos \alpha_1. \end{aligned} \quad (12.49)$$

Разумно се, ејектор прорачунат за оптималне параметре може да се користи и при другим вредностима притисака остварених на његовом улазу и излазу, али ће он тада имати нижи степен корисности. Степен корисности се неће променити ни онда кад остану исте вредности за коефицијент протока μ_e и релативну густину усисаваног и радног флуида s .

Испознимо да у овом поступку прорачуна ејектора површина A_2 представља стварни проточни пресек усисаваног флуида, на коме је брзина v_2 управна.

Овај теоријски прилаз потврђен је и експериментално. Израђено је неколико ејектора прорачунатих помоћу изведених формула и направљена је инсталација на којој су извршена мерења (слика 12.6). Мерења су вршена за

време транспорта воде водом, глицерина водом и воде глицерином. Овде су приказани резултати мерења само за два ејектора (Е—1 и Е—2), чије су пројачунске вредности наведене у табели 12.2.

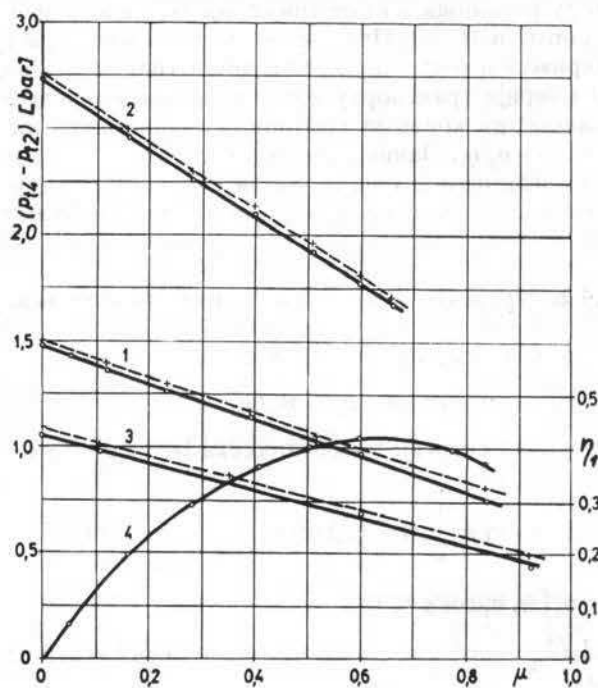


Слика 12.6 [107]

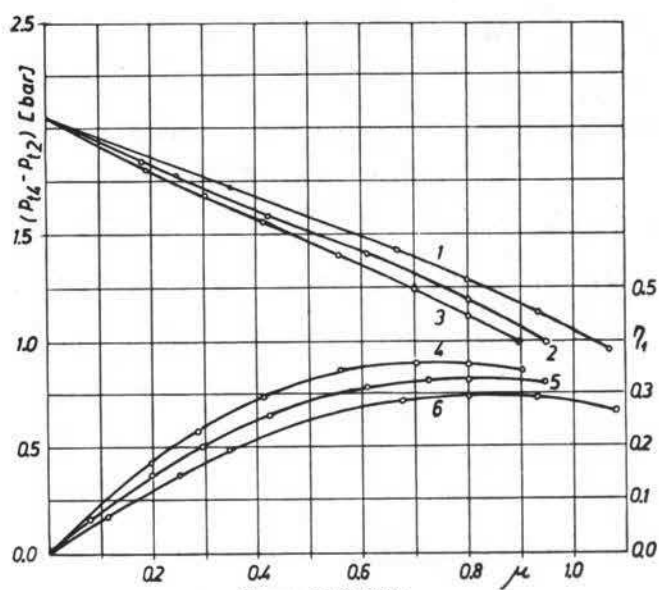
На ејектору Е—1 обављене су три серије мерења, при чему су на слици 12.7 приказани резултати само за случај транспорта воде водом. Пуне линије одговарају пројачунским, а испрекидане измереним вредностима. Крива 1 одговара серији у којој је било $p_{t1}-p_{t2}=2,47$ бара, крива 2 за $p_{t1}-p_{t2}=4,5$ бара и крива 3 у случају $p_{t1}-p_{t2}=1,8$ бара. Најзад, крива 4 приказује промену коефицијента корисности η_1 у функцији коефицијента протока η_e и она је иста за све три серије мерења, јер је био исти однос густина $s=\rho_2/\rho_1$.

Табела 12.2 [107]

Ејектор Е—1	Ејектор Е—2
а) полазни подаци $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\dot{m}_1 = 900 \text{ kg/h}$ $\dot{m}_2 = 540 \text{ kg/h}$ $p_{t2}-p_{t2} = 1 \text{ bar}$ $H_2 = +3 \text{ m}; \zeta = 0,2$ $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0$	а) полазни подаци $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\dot{m}_1 = 1200 \text{ kg/h}$ $\dot{m}_2 = 1680 \text{ kg/h}$ $p_{t1}-p_{t2} = 4,8 \text{ bar}$ $H_2 = +5 \text{ m}; \zeta = 0,2$ $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0$
б) израчунате вредности $\theta = -0,4054; \varphi_2 = 0,4091$ $\varphi^3 = 0,6487; \psi_2 = 0,4054$ $A_1/A_2 = 0,6819$ $A_1/A_3 = 0,4054$ $\eta_1 = 0,4091; v_1 = 24,36 \text{ m/s}$ $v_2 = 9,96 \text{ m/s}; v_3 = 15,79 \text{ m/s}$ $D_1 = 3,61 \text{ mm}; D_2 = 5,94 \text{ mm}$ $D_3 = 5,68 \text{ mm}; l_{13} = 40 \text{ mm}$ $p_{t1}-p_{t2} = 2,4665 \text{ bar}$	б) израчунате вредности $\theta = -0,2288; \varphi_2 = 0,4154$ $\varphi_3 = 0,5491; \psi_2 = 0,2288$ $A_1/A_2 = 0,2967$ $A_1/A_3 = 0,2288$ $\eta_1 = 0,4154; v_1 = 34,08 \text{ m/s}$ $v_2 = 14,15 \text{ m/s}; v_3 = 18,71 \text{ m/s}$ $D_1 = 3,52 \text{ mm}; D_2 = 7,57 \text{ mm}$ $D_3 = 7,37 \text{ mm}; l_{13} = 51 \text{ mm}$ $p_{t4}-p_{t2} = 1,1 \text{ bar}$



Слика 12.7 [108]



Слика 12.8 [108]

И на ејектору Е—2 обављене су три серије мерења за време којих је било $p_{t1}=4,17$ бара=const. и $H_2=0$. Прва серија мерења одговара транспорту глицерина водом (криве 1 и 6 на слици 12.8), друга транспорту воде водом (криве 2 и 5) и трећа серија транспорту воде глицерином (криве 3 и 4). Дакле, у овом случају имамо три криве за коефицијент корисности η_1 , јер имамо три различита односа $s=q_2/q_1$. Занимљиво је овде приметити да је коефицијент корисности η_1 све већи што је s мање, тј. да коефицијент корисности расте са порастом густине радног флуида у односу на густину усисаног флуида.

12.4.2. Прорачун ејектора за хидраулични транспорт

Кад се и овом приликом уведу ознаке:

$$\mu_e = \dot{m}_2/\dot{m}_1, \quad c_{ku} = \dot{m}_s/\dot{m}_2, \quad s = q_2/q_1,$$

може се губитак струјне енергије између пресека 1—1 и 3—3 у ејектору написати као [109]:

$$E_g = \frac{1}{2} \dot{m}_1 v_1^2 + \frac{1}{2} (1 + c_{ku}) \dot{m}_2 v_2^2 + \frac{1}{2} (1 + \zeta_m) \dot{m}_3 v_3^2 - v_3 [\dot{m}_1 v_1 \cos \alpha_1 + (1 + c_{ku}) \dot{m}_2 v_2 \cos \alpha_2], \quad (12.51)$$

у коме је $\zeta_m = n \lambda_m$ (λ_m —коефицијент трења мешавине). Енергије струјних токова на улазу и излазу ејектора износе:

$$\begin{aligned} E_1 &= p_{t1} q_1 = \left(\frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 - \frac{1}{2} \rho_{mu} v_2^2 + p_{t2} \right) q_1, \\ E_2 &= p_{t2} (q_2 + q_s), \\ E_4 &= p_{t4} (q_1 + q_2 + q_s), \end{aligned} \quad (12.52)$$

при чему је искоришћена чињеница да је $p_1=p_2$ (тј. да је притисак радног флуида на излазу млазника једнак притиску усисане мешавине у пресеку 2—2). Заменом нађених струјних енергија у билансну једначину,

$$E_4 = E_1 + E_2 - E_g,$$

добива се после сређивања:

$$\begin{aligned} p_{t4} - p_{t2} &= v_3 [\dot{m}_1 v_1 \cos \alpha_1 + (1 + c_{ku}) \dot{m}_2 v_2 \cos \alpha_2] - \\ &- (1 + \zeta) \frac{1}{2} \rho_m v_3^2 - \frac{1}{2} \rho_{mu} v_2^2, \end{aligned} \quad (12.53)$$

где су:

$$\begin{aligned} \rho_{mu} &= \frac{\dot{m}_2 + \dot{m}_s}{q_2 + q_s} = \frac{(1 + c_{ku}) \rho_2 q_2}{q_2 c_{ku} + q_s}, \\ \rho_m &= \frac{\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_s}{q_1 + q_2 + q_s} = \frac{(1 + \mu_e + \mu_e c_{kv}) \rho_2 q_2}{(\mu_e + s) q_s + \mu_e \rho_2 c_{ku}}, \\ \zeta &= \zeta_m + \zeta_D = n \lambda_m + \zeta_D \end{aligned} \quad (12.54)$$

Коришћењем дефинисаних помоћних израза, једначина (12.53) може да се напише и на овај начин:

$$p_{t4} - p_{t2} = v_3 \left[v_1 \cos \alpha_1 + (1 + c_{ku}) \mu_e v_2 \cos \alpha_2 \right] \frac{\varrho_2 \varrho_s}{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2} - (1 + \zeta) \frac{(1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}) \varrho_2 \varrho_s}{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2} v_3^2 - \frac{(1 + c_{ku}) \varrho_2 \varrho_s}{2 (\varrho_2 c_{ku} + \varrho_s)} v_2^2. \quad (12.55)$$

Дакле, и у овом случају десна страна једначине (12.55) зависи само од брзина v_i ($i=1, 2, 3$), па је корисно формирати следећу једначину:

$$F(v_1, v_2, v_3) = (p_{t4} - p_{t2}) + \theta \left[\frac{1}{2} \varrho_1 v_1^2 - \frac{1}{2} \varrho_{mu} v_2^2 - (p_{t1} - p_{t2}) \right],$$

у којој је θ Лагранжов мултипликатор. Три једначине облика $\partial F / \partial v_i = 0$ ($i=1, 2, 3$) и једначина

$$p_{t1} - p_{t2} = \frac{1}{2} \varrho_1 v_1^2 - \frac{1}{2} \varrho_{mu} v_2^2, \quad (12.56)$$

чине систем од четири једначине које одређују четири непознате: v_i ($i=1, 2, 3$) и θ . То су оптималне вредности ових величина за које функција (12.55) има максимум. Резултат поменутог рачуна су следеће три једнакости:

$$\varphi_3 = - \frac{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2}{s \varrho_s \cos \alpha_1} \theta, \quad (12.57)$$

$$\varphi_3 = \frac{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2}{(\varrho_s + c_{ku} \varrho_2) \cos \alpha_2} \frac{1 + \theta}{\mu_e} \varphi_2, \quad (12.58)$$

$$\varphi_3 = \frac{\cos \alpha_1 + (1 + c_{ku}) \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2}{(1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}) (1 + \zeta)}, \quad (12.59)$$

где су $\varphi_2 = v_2/v_1$ и $\varphi_3 = v_3/v_1$. Једначина (12.57) даје директно везу $\varphi_3(\theta)$, док се $\varphi_2(\theta)$ добија изједначењем десних страна једначина (12.57) и (12.58) као:

$$\varphi_2 = - \frac{\mu_e}{s} \frac{(\varrho_s + c_{ku} \varrho_2) \cos \alpha_2}{s \varrho_s \cos \alpha_1} \frac{\theta}{1 + \theta}. \quad (12.60)$$

Изједначењем десних страна једначина (12.57) и (12.59) и употребом израза за φ_2 добија се квадратна једначина:

$$\theta^2 + (1 + k_1) \theta + k_2 = 0$$

у којој су:

$$k_1 = \frac{s \varrho_s \cos^2 \alpha_1 - \mu_e^2 (1 + c_{ku}) (\varrho_s + \varrho_2 c_{ku}) \cos^2 \alpha_2}{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2 (1 + \zeta) (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku})},$$

$$k_2 = \frac{s \varrho_s \cos^2 \alpha_1}{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2 (1 + \zeta) (1 + \mu_e + \mu_e c_{ku})}.$$

Само једно решење те квадратне једначине физички постоји и оно је:

$$\theta = -\frac{1}{2}(1+k_1) + \sqrt{\frac{1}{2}(1+k_1)^2 - k_2}, \quad (12.61)$$

јер је $\varphi_2 < 1$, $\varphi_3 < 1$ и $\theta < 0$. И овде је $|\theta| < 1$ јер је $\varphi_2 > 0$. Коришћењем изведених формула, једначине (12.55) и (12.56) могу дефинитивно да се напишу у следећем облику:

$$p_{t4} - p_{t2} = \left\{ 2 [\cos \alpha_1 + (1 + c_{ku}) \mu_e \varphi_2 \cos \alpha_2] \frac{s \varrho_s \varphi_3}{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2} - \frac{(1 + \zeta)(1 + \mu_e + \mu_e c_{ku}) s \varrho_s \varphi_3^2}{(s + \mu_e) \varrho_s + \mu_e c_{ku} \varrho_2} - \frac{(1 + c_{ku}) s \varrho_s \varphi_2^2}{\varrho_s + c_{ku} \varrho_2} \right\} \frac{1}{2} \varrho_1 v_1^2, \quad (12.62)$$

$$p_{t1} - p_{t2} = \left[1 - \frac{(1 + c_{ku}) s \varrho_s \varphi_2^2}{\varrho_s + c_{ku} \varrho_2} \right] \frac{1}{2} \varrho_1 v_1^2. \quad (12.63)$$

Према томе, одређивање оптималних струјних параметара ејектора за хидраулични транспорт иде овим редом. Најпре се за дате податке израчунају константе k_1 и k_2 па, затим, Лагранжов мултипликатор θ . После тога, налазе се параметри φ_2 и φ_3 из једначина (12.60) и (12.57). Сад могу наступити два случаја. Ако су енергије радног флуида на излазу млазника и усисаване мешавине у пресеку 2—2 задане, тада се из једначине (12.63) налази брзина v_1 и, потом, брзине v_2 и v_3 јер су φ_2 и φ_3 раније израчунати. На крају се, коришћењем једначине (12.62), добија енергија укупне мешавине на крају дифузора, тј. на улазу у транспортни цевовод. Међутим, ако је енергија укупне мешавине на улазу у транспортни цевовод тј. на крају дифузора задана, тада се брзина v_1 налази из једначине (12.62) па, затим, потребна енергија p_{t1} радног флуида на излазу млазника коришћењем формуле (12.63).

Пошто су коефицијент протока μ_e и концентрација усисаване мешавине c_{ku} познати, то се из једначина за протоке могу наћи карактеристични пресеци ејектора: D_1 , D_2 , D_3 . Дужине појединих делова ејектора израчунавају се помоћу раније изведених формула за осносиметрични млаз, полазећи од тога да је параметар m_e познат јер се сад знају проточни пресеци A_1 и A_3 .

Коефицијенти корисности ејектора за хидраулични транспорт дефинисани су као:

$$\eta_1 = \frac{(p_{t4} - p_{t2})(q_2 + q_s)}{(p_{t1} - p_{t4})q_1}, \quad \eta_2 = \frac{(p_{t4} - p_{t2})(q_2 + q_s)}{(p_{t1} - p_{t2})q_1}.$$

За њих се добијају максималне вредности, јер су величине које фигуришу у њима оптималне у смислу изложеног прилаза.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Herning F. *Stoffströme in Rohrleitungen*. VDI — Verlag, Düsseldorf, 1966.
- [2] Moore J. W. *Физичка хемија*. Научна књига, Београд, 1962.
- [3] Pascal H. *Curgerea nestationara a gazelor prin conducte magistrale*. Editura Academiei Republicii Socialiste Romania, Bucuresti, 1967.
- [4] Vučković I. *Транспорти цевима*. Скриптарница Савеза студената Машинског факултета, Београд, 1965.
- [5] Вороњец К., Обрадовић Н. *Механика флуида*. Грађевинска књига, Београд, 1976.
- [6] Shames A. I. *Mechanics of Fluids*. McGraw-Hill Book Company, New York — San Francisco — Toronto — London, 1962.
- [7] Мук Ј., Делетић Р., и др. *Технички јасови*. Техногас, Београд, 1974.
- [8] Тугунов П. И. и др. *Транспорти и хранение нефти и газа*. Москва „Недра”, 1975.
- [9] Назаров И. А. *Водоснабжение, канализация, гидротехнические сооружения*. Харьковский отдел водного хозяйства промпредприятий ВНИИВ 1975.
- [10] Cross H. *Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors*. University of Illinois. Bulletin No. 286. November 1936.
- [11] Андрияшев М. М. *Гидравлические расчеты водоводов и водопроводных сетей*. Машиностроиздат, Москва, 1964.
- [12] Пејовић С. *Хидраулични удар и прелазни режими хидројексплоатације*. Институт Машинског факултета, Београд, 1977.
- [13] Обрадовић Д. *Програм „хидраулични удар”* — информација. Енергопроект, ООУР за увођење и експлоатацију рачунара, Београд, 1978.
- [14] Борели М. *Хидраулика*. Грађевински факултет, Београд, 1978.
- [15] Калицун В. И., Кедров В. С. и др. *Основы гидравлики, водоснабжения и канализации*. Москва, 1966.
- [16] Клячко В. А. и др. *Водоснабжение населенных мест и промышленных предприятий*. Стройиздат, Москва, 1977.
- [17] Jeppson W. R. *Analysis of Flow in Pipe Networks*. ANN ARBOR Science Publishers. Michigan, 1976.
- [18] Лилић Б. *Расподела протока у хидрауличним мрежама*. Електротехнички факултет, посебна издања No. 1, Београд, 1958.
- [19] Аврамов Н. Н. *Водоснабжение*. Издат. по строительству, Москва, 1967.
- [20] Латышенков А. М., Лобачев В. Г. *Гидравлика*. Госуд. издат. лит. по строительству и архитектуре. Москва, 1956.
- [21] Babbitt E. H. *Plumbing*. McGraw-Hill Book Company, Third Edition 1960.
- [22] Жинић С. *Сировинска база Југославије у текућим и илиновитим горивима и могућности развоја ове базе*. I симпозијум о енергетици Југославије, Београд, 1968.
- [23] Яблонский В. С. и др. *Проектирование эксплуатации и ремонт нефтяной промышленности*. „Недра”, Москва, 1965.
- [24] Хорват В., Огњановац, М. *Транспорти нафте нафтоводима*. II симпозијум о енергетици Југославије, Београд, 1970.
- [25] Кехлер З., Недељковић, В. *Развој опште нафте и илина у Југославији*. Симпозиј о нафти, Загреб, 1968.
- [26] Шашић М. *Пад притиска услед ширења за време турбулентног циркулације запрежане течности*. Зборник радова Машинског факултета, 1 (1980) 1, Крагујевац.

- [65] Костић З. *Експериментално одређивање струјних параметара сипљивих материјала за време флуидизације и инеуматског транспорта високе концентрације у вертикалним цевима*. Магистарски рад, Машински факултет, Београд, 1980.
- [66] Бурсиан В. Р. *Пневматический транспорт на предприятиях пищевой промышленности*. Издательство, Пищевая промышленность, Москва, 1964.
- [67] Keuncke K. *Fluidisierung und Flüssbettförderung von Schüttgütern kleiner Teilchegrösse*. VDI-Forschungsheft 509 (1965).
- [68] Kozeny J. S. *Über Kapillare Leitung der Wassers im Boden*. Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, Math. Naturwiss. kl. (Abt. IIa) 136 (1927).
- [69] Carman P. C. *Trans. Inst. Chem. Engrs.* 15, London, 1937.
- [70] Leva M. *US Bureau of Mines, Bull.* 504, 1951.
- [71] Carman P. C. *Flow of Gases through porous Media*. Butterworth and Co., London, 1956.
- [72] Ergun S., Orning A. A. *Fluid Flow through randomly packed Columns and Fluidized-Beds*. *Ind. Eng. Chem.*, 41 (1949), Nr. 6.
- [73] Leva M. *Fluidization* New-York, 1959.
- [74] Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. *Известия Вузов, Нефть и газ*, No. 1, 125 (1958).
- [75] Beranek J., Sokol D. *Fluidni technika*. Praha, 1961.
- [76] Richardson J. F., Meikle R. A. *Trans. Inst. Chem. Engrs.* 39 (1961).
- [77] Lewis E. W., Bowerman E. W. *Chem. Eng. Progr.*, 48 (1952).
- [78] Романков П. Г., Рашковская Н. Б., Гольцикер А. Д. *Доклады No. 5—15 на 2-м Всесоюзном совещании по тепло- и массообмену*, Минск, 1964.
- [79] Gasterstädt J. *Die Experimentelle Untersuchung des pneumatischen Fördervorganges*. Diss. TH Dresden 1923. Disertacija je objavljena u VDI-Forschungsheft 265, Berlin, 1924.
- [80] Welschof G. *Pneumatische Förderung bei grossen Fördergutkonzentrationen*. VDI-Forschungsheft 492 (1962).
- [81] Muschelknautz E. *Theoretische und experimentelle Untersuchungen über die Druckverluste pneumatischer Förderleitungen unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses von Gutreibung und Gutgewicht*. VDI-Forschungsheft 476 (1959).
- [82] Дзядзю А. М. *Пневматический транспорт*. Заготиздат, Москва, 1961.
Калинушкин М. П., Орловский З. Е., Сегаль И. С. *Пневматический транспорт в строительно-механике*. Госстройиздат, Москва, 1961.
Микольский Ю. Н. *Пневматический транспорт в производстве строительных материалов*. Государственное издательство, Киев, 1962.
Кавалерчик М. Я. *Пневматический транспорт на текстильных предприятиях*. Издательство „Легкая индустрия“, Москва, 1969.
Коробов В. В. *Пневмотранспорт шпелы*. Издательство „Лесная промышленность“ Москва, 1968.
Зенков Р. Л., Ивашков И. И., Колобов Л. Н. *Машины непрерывного транспорта*. Машиностроение, Москва, 1980.
- [83] Barth W. *Strömungstechnische Probleme der Verfahrenstechnik*. CIT (1954) 1, S. 29—34.
- [84] Малис А. Я. *Пневматический транспорт сыпучих материалов при высоких концентрациях*. Издательство „Машиностроение“, Москва, 1969.
- [85] Успенский В. А. *Пневматический транспорт*. Металлургиздат, Свердловск, 1959.
- [86] Урбан Я. *Пневматический транспорт*. Издательство „Машиностроение“, Москва, 1967.
- [87] Веселов С. А. *Проектирование вентиляционных установок предприятий по хранению и переработке зерна*. Издательство „Колос“, Москва, 1974.
- [88] Graf H. W. *Hydraulics of Sediment Transport*, McGraw-Hill Book Company, 1971.
- [89] Zandi I. *Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application*. Pergamon Press Inc. 1971.
- [90] Hoppe F. K. *Über den Reibungsdruckverlust von Kohlestaub suspensionen im runden Rohr*. Dissertation, Darmstadt, 1966.
- [91] Dodge D. W., Metzner A. B. *Turbulent Flow of Non-Newtonian Systems*. A. I. Ch. E.J. 5 (2) 1959.
- [92] Wasp E. J., Keni J. P., Grandhi R. L. *Solid-Liquid Flow. Slurry Pipeline Transportation*. *Trans. Tech. S. A.* Series on Bulk Materials Handling 1, No. 4 (1976).
Karabašević M., Spasojević D., Šašić M. *A New Parameter Prediction Method for Polydispersed Materials Hydraulic Transport*. ZAMM 66 (1986) 4.
- [93] Bain A. G., Bonnington S. T. *The Hydraulic Transport of Solids by Pipeline*. Pergamon Press Inc., 1970.
- [94] Durand R., Condolios E. *Etude Experimentale du refoulement des Matériaux en conduite*. 2-èmes Journées de l'Hydraulique, S. H. F., Grenoble, June 1952.

- [95] Condolios E., Chapus E. E. *Designing Solid-Handling Pipelines*, Chem. Engineering 70 (1963).
- [96] Worster R. C. *The Hydraulic Transport of Solids*. Proceedings of a Colloquium on the Hydraulic Transport of Coal, Paper I. Organized by National Coal Board Scientific Department, 1952.
- [97] Šašić M., Marjanović P., *On the Methods for Calculation of Hydraulic Transport and their Reliability in Practice*. Hydrotransport 5, Fifth International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes, Hannover, 1978.
- [98] Горюнов С. И. *Способ приближённого расчёта напорного гидротранспорта несвязанной струи*. Госэнергоиздат 1955.
- [99] Kriegel E., Brauer A. *Hydraulischer Transport Körniger Feststoffe durch Waagerechte Rohrleitungen*, VDI 515 (1966).
- [100] Zandi I., Govatos G. *Heterogeneous Flow of Solids in Pipeline*, Proceedings Hydraulics Division, ASCE 93 (3), 1967.
- [101] Юфин А. П. *Гидромеханизация*. Издательство литературы по строительству, Москва, 1965.
- [102] Шашић М., Марјановић П. *Одређивање средње брзине мешавине код хидрауличниј транспорта*. Зборник радова са XIV југ. конгреса рационалне и примењене механике, Порторож, 1978.
- [103] Карасић В. М., Асауленко И. А. *Напорный гидротранспорт песчаных материалов*. Киев, 1966.
- [104] *Hydraulic conveyance of solid material with pipe chamber feeder*, NIKEX, Hungarian Trading Company for Products of Heavy Industry, Budapest.
- [105] Fabrika opreme i delova Bor, Bulletin HP/GT 2—82.
- [106] Pohlenz W. *Pumpen für Flüssigkeiten und Gase*. VEB Verlag Technik, Berlin, 1970.
- [107] Петровић Љ. *Одређивање оптималних структурних и геометријских параметара ејектора*. Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 1981.
- [108] Šašić M., Petrović Lj. *Determination of optimal stream and geometric Parameters of Ejectors*. Ingenieur-Archiv 57 (1987).
- [109] Šašić M., Petrović Lj. *Determination of optimal Flow and Geometric Parameters of Ejectors for Hydraulic Transport*. ZAMM Z. angew. Math. Mech. 67 (1987) 5.

ISBN 86-23-43044-1