

**МЕХАНИКА ФЛУИДА М****Раванска потенцијална струјања нестишљивог флуида**

1. Пројекције брзине посматраног раванског струјања су дате изразима

$$v_x = 3(x^2 - y^2) \quad \text{и} \quad v_y = -6xy$$

(а) Показати да се ради о потенцијалном струјању нестишљивог флуида! (б) Одредити струјну функцију, потенцијал брзине и комплексни потенцијал који одговарају овом струјању (задатим пројекцијама брзине); (в) одредити једначине нултих струјница и нацртати струјну слику.

2. Потенцијал брзине разматраног струјања је дат изразом

$$\varphi = \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$$

Одредити струјну функцију која одговара овом струјању, затим нулте струјнице и нацртати струјну слику.

3. Неко раванско струјање је описано векторским пољем брзине

$$\vec{v} = -\frac{y}{x^2 + y^2} \vec{i} + \frac{x}{x^2 + y^2} \vec{j}.$$

(а) Да ли се ради о потенцијалном струјању нестишљивог флуида? Образложити и доказати.

(б) На основу задатог поља брзине одредити струјну функцију и нацртати струјну слику.

4. Потенцијални вртлог, позитивне циркулације  $\Gamma$  смештен је у координатном почетку. Вртлог се опструјава униформном струјом интензитета  $U_\infty$ .

(а) Одредити положај зауставне тачке.

(б) Ако је притисак у тачкама далеко од вртлога  $p_\infty$ , одредити расподелу притиска у овом струјном пољу.

(в) Одредити једначину струјнице која пролази кроз зауставну тачку.

(г) За специјални случај, за који је  $\Gamma = 2\pi U_\infty$ , написати на шта се своди једначине струјнице одређена под (в).

5. За раванско невртложно струјање нестишљивог флуида одређено комплексним потенцијалом

$$w(z) = \frac{(1+i)}{2\pi} \ln \left[ \frac{(z+2)^3}{z+2i} \right]$$

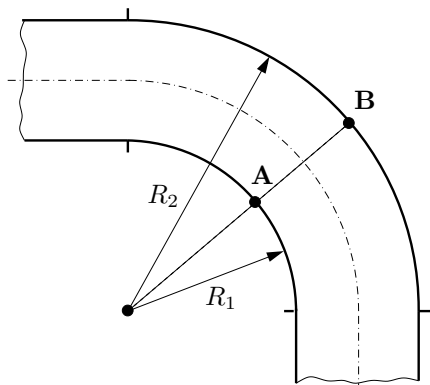
одредити запремински проток кроз, као и циркулацију дуж контура дефинисаних једначинама: (1)  $x^2 + y^2 = 1$  и (2)  $x^2 + y^2 = 9$ .

6. Расподела брзине приликом потенцијалног струјања нестишљивог флуида густине  $\rho$  кроз хоризонталну, раванску кривину унутрашњег полупречника  $R_1$  и спољашњег полупречника

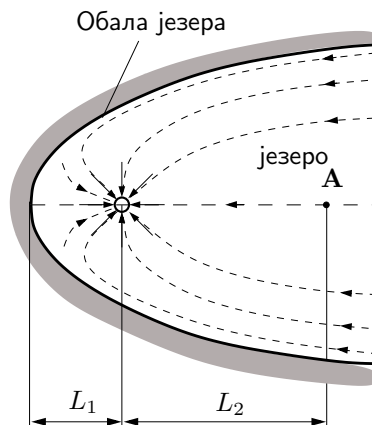
$R_2$  се може апроксимирати струјањем у пољу осамљеног вртлога. Ако се за одређивање запреминског протока по јединици ширине користи једначина

$$\dot{V} = C \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}},$$

где је  $\Delta p = p_B - p_A$ , одредити чему је једнака константа  $C = f(R_1, R_2)$ .

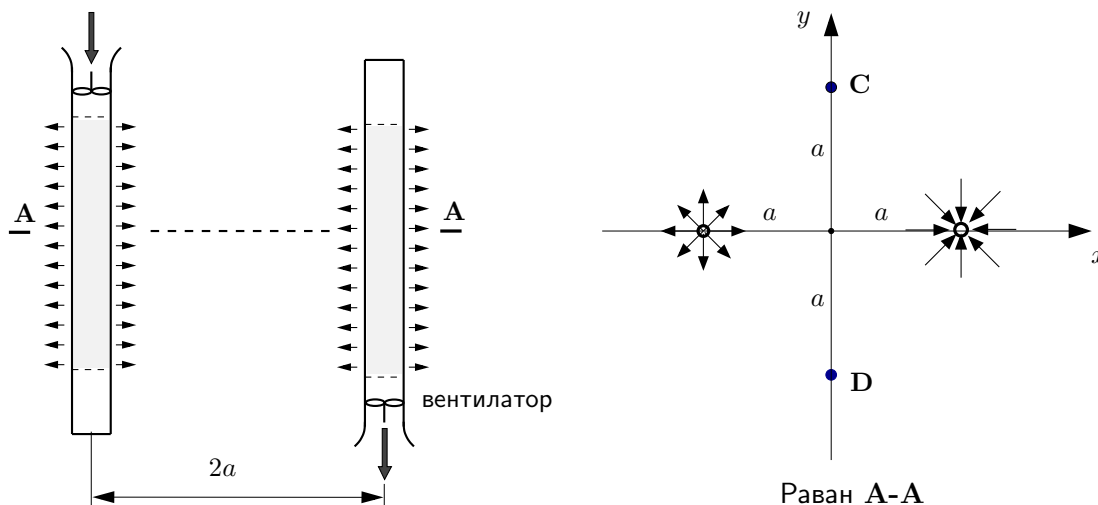


Слика 1. Шести задатак.



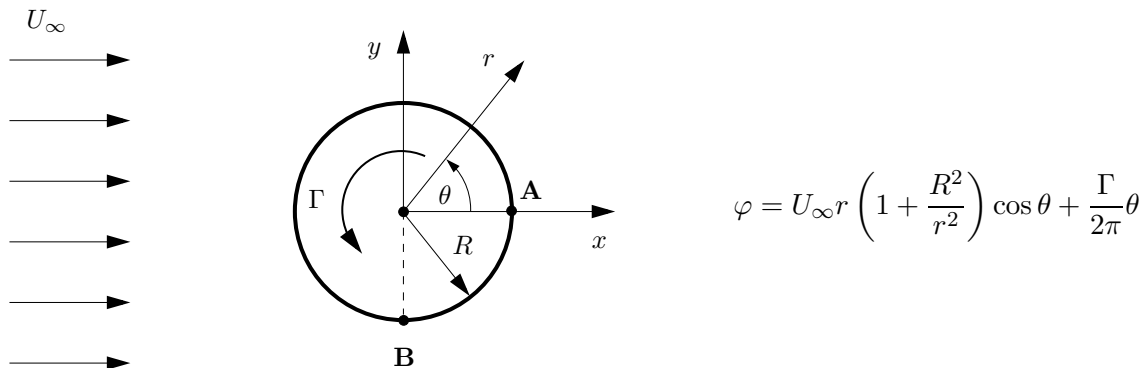
Слика 2. Седми задатак.

- Облик дела обале језера се може апроксимирати обликом Ранкиновог полутела. У језеру се налази вертикална цев, равномерно перфорирана на једном свом делу висине  $H = 2\text{ m}$ . Кроз тај перфорани део црпи се вода за потребе неког хидросистема. Ако се кроз цев хидросистему доставља  $V = 6\text{ m}^3/\text{s}$  и ако је  $L_1 = 5\text{ m}$  и  $L_2 = 15\text{ m}$ , одредити интензитет брзине у тачки А.
- Две вертикалне перфориране цеви се налазе на растојању  $2a$ . У обе цеви се налазе вентилатори, који су инсталирани тако да се ваздух издувава из леве цеви, док се у десну он усисава. Издувавање и усисавање ваздуха је равномерно по дужини цеви. Проблем се разматра као раванско потенцијално струјање нестишљивог флуида у равни А-А, при чему се перфориране цеви моделирају као извор, тј. понор. Одредити који део ваздуха протекне између тачака С и D.



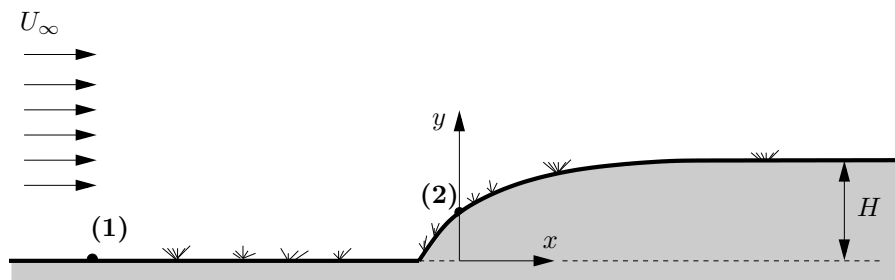
Слика 3. Потенцијално струјање нестишљивог флуида у пољу извора и понора једнаких издашности (осми задатак).

9. Посматра се потенцијално струјање око ротирајућег цилиндра, постављеног у униформној струји флуида интензитета  $U_\infty$ . Потенцијал брзине, дефинисан у поларним координатама је дат уз слику 4, где је  $\Gamma$  циркулација. Одредити вредности циркулације при којој ће зауставна тачка на цилиндру бити у: (а) тачки А; (б) тачки В.



Слика 4. Ротирајући цилиндар у униформној струји флуида (девети задатак).

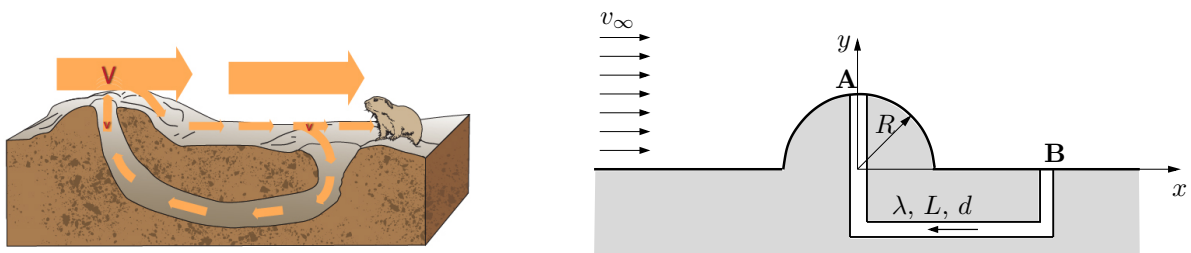
10. Приликом опструјавања брда брзином ветра од  $U_\infty = 64 \text{ km/h}$  његов облик може апроксимирати делом Ранкиновог полутела. Максимална висина брда је  $H = 60 \text{ m}$ .



Слика 5. Опструјавање брда чији се облик може моделирати као Ранкиново полутело (десети задатак).

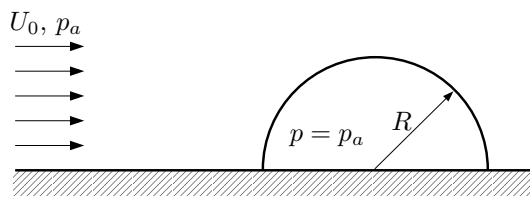
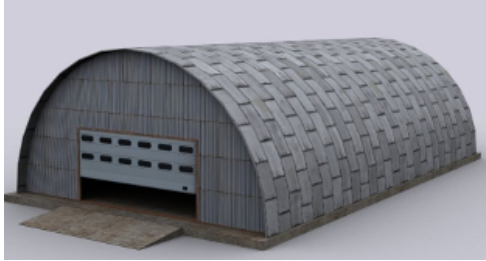
- (а) Израчунати интензитет брзине у тачки (2) која се налази на брду, изнад координатног почетка. (б) Израчунати разлику притисака између тачака (1) и (2). Струјање ваздуха сматрати нестишљивим и узети да је  $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$ .

11. На основу својих природних инстинката, преријски пас прави хумке на површини земље које омогућавају ефикасну природну вентилацију његових подземних канала и јазбине. У овом проблему треба израчунати брзину кретања ваздуха кроз подземни канал. Узети да је канал кружног попречног пресека, пречника  $d = 20 \text{ cm}$ , дужине  $L = 4 \text{ m}$  и коефицијента трења  $\lambda = 0.025$ . Спољашње струјање моделирати као раванско потенцијално струјање нестишљивог флуида, а за облик хумке узети цилиндар полупречника  $R = 0.5 \text{ m}$ . Брзина спољашњег ветра је  $v_\infty = 3 \text{ m/s}$ , а густина ваздуха је  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ . Тачке А и В су одређене координатама  $A(0, R)$  и  $B(2.5R, 0)$ .

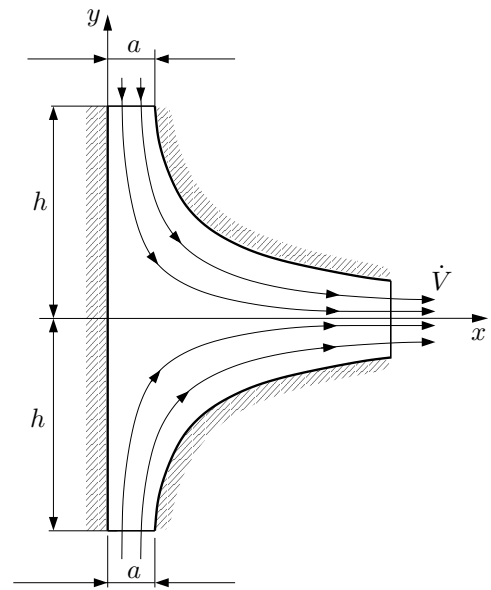


Слика 6. Једанаести задатак.

12. Ветар који дува брзином  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  опструјава хангар облика полуцилиндра, димензија  $R = 8 \text{ m}$  и  $L = 40 \text{ m}$ . Притисак унутар хангара је једнак околном атмосферском притиску  $p_a$ . Занемарујући ефекте вискозности и сматрајући да је струјање потенцијално, израчунати силу узгона која делује на кров овог хангара.

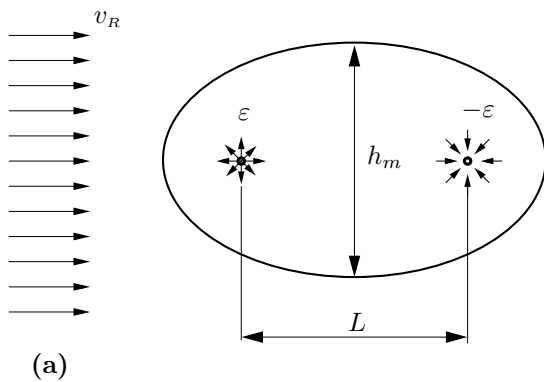


Слика 7. Дванаести задатак.

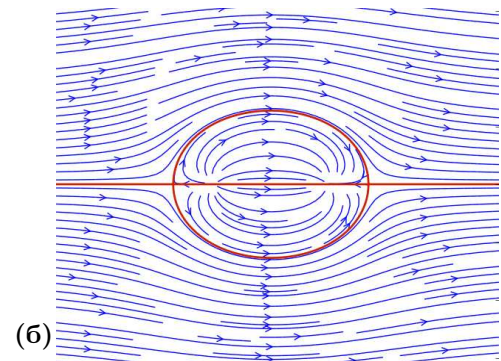


Слика 8. Тринаести задатак.

13. Ваздух се усисива из атмосфере кроз канал закривљених ивица, које се налазе на растојању од неке чврсте контуре (вертикалног зида). Ово струјање се може моделирати као раванско потенцијално струјање, дефинисано комплексним потенцијалом  $w(z) = z^2$ . Ако су познати следећи подаци:  $a = 10 \text{ cm}$  и  $h = 1 \text{ m}$  израчунати запремински проток  $\dot{V}$  по јединици ширине канала.
14. Брзина течење реке се може одредити и постављањем две равномерно перфорираних цеви у речни ток. Растојање између цеви износи  $L = 10 \text{ m}$ , а проток воде по дужном метру обе цеви је једнак и износи  $\varepsilon = 1 \text{ m}^2/\text{s}$ . Услед слагања ових струјања настаје Ранкинова овала која одваја струјање у пољу извора и понора од једнолике струје реке. Ако је максимална ширина Ранкинове овале  $h_m = 2 \text{ m}$ , одредити брзину реке  $v_R$ .



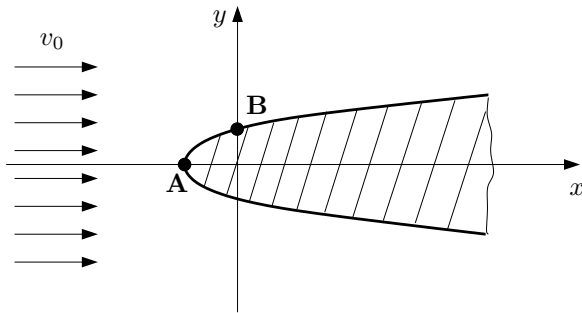
(а)



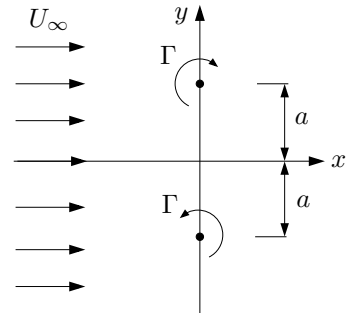
(б)

Слика 9. (а) Поставка четвртог задатка. (б) Струјна слика опструјавања извора и понора једнаких издашности (Ранкинова овала је нулта струјница); струјна слика добијена коришћењем matplotlib модула у Python-у.

15. Сонда за мерење брзине, које на свом чеоном делу има облик Ранкиновог полутела постављена је у униформну струју ваздуха ( $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ ). У тачкама А и В сонде налазе се два давача (сензора) притиска. Разлика притисака који показују ти сензори је  $\Delta p = 87,8 \text{ Pa}$ . Одредити брзину струјања ваздуха  $v_0$ .



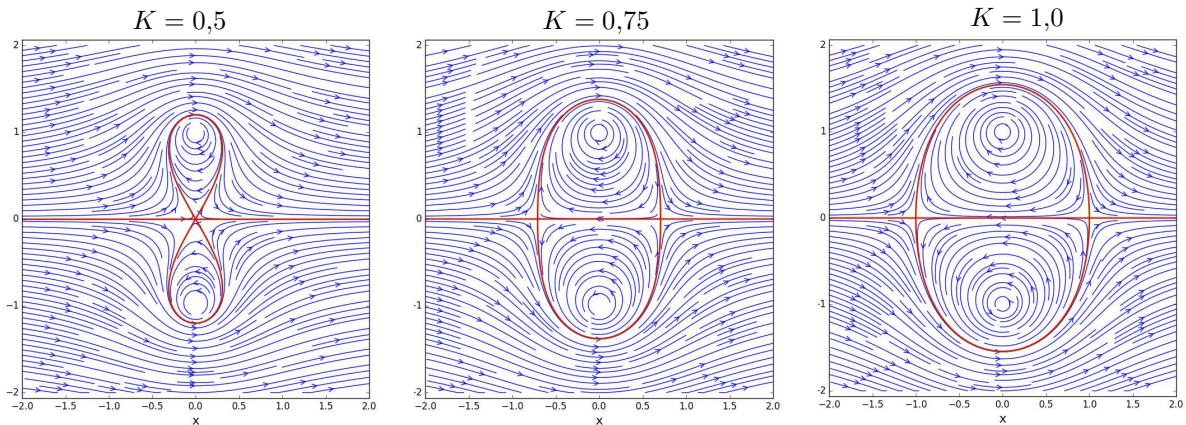
Слика 10. Петнаести задатак.



Слика 11а. Шеснаести

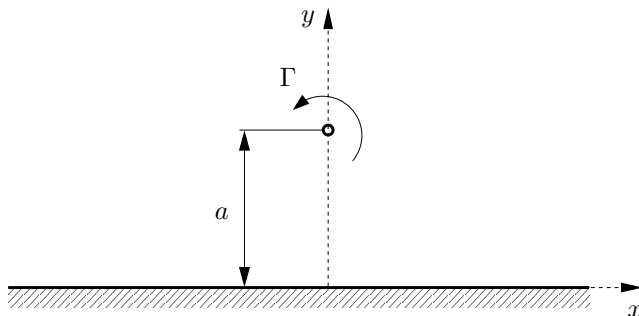
задатак.

16. При опструјавању пара супротсмерних вртлога униформном струјом, за одређене вредности карактеристичног бездимензијског параметра  $K = \Gamma / (2\pi U_\infty a)$  настају одговарајуће затворене контуре (види слику 11б). Те контуре се називају Келвинове овале, и оне одговарају вредности струјне функције  $\psi = 0$ . Одредити једначину Келвинове овале. Написати ту једначину у бездимензијским координатама  $x/a$  и  $y/a$ !



Слика 11б. Струјне слике за неке вредности бездимензијског параметра  $K$  (уз четврти задатак).

17. На растојању  $a$  од хоризонталног, бесконачног зида налази се вртлог позитивне циркулације  $\Gamma$ . Са друге стране зида флуид је у стању мировања и на зиду влада константни притисак  $p_\infty$  - једнак је притиску који влада у струјном пољу изнад зида у бесконачном далеком тачкама.



Притисак са доње стране зида  $p = p_\infty = \text{const}$

Слика 12. Седамнаести задатак.

Показати да је интензитет резултујуће силе по јединици ширине којом флуид делује на зид одређен изразом

$$F = \frac{\rho \Gamma^2}{4\pi a}$$