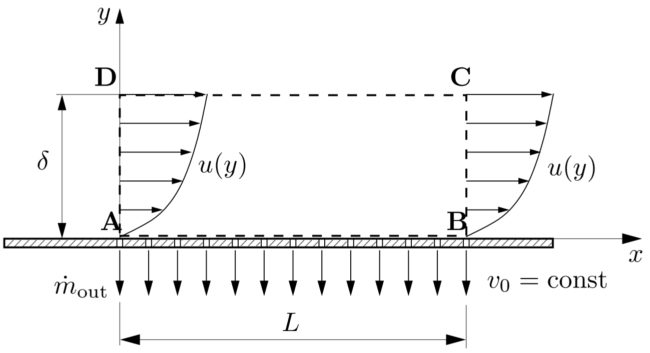
Машински факултет Београд
Катедра за механику флуида

# МЕХАНИКА ФЛУИДА М

## Основе теорије граничног слоја

**1.** Нестишљив, њутновски флуид густине $\rho$ и вискозности $\eta$, опструјава равну плочу, бесконачно дугачку у $x$ и $z$ правцу. Као последица опструјавања, на плочи се формира гранични слој.




**Слика 1.** Први задатак.

На једном делу плоче, дужине $L$, усисавањем флуида кроз њу обавља се такозвана контрола струјања (енг. flow control), тако да је дебљина граничног слоја на том делу плоче константна, те се профил брзине $u = u(y)$ на том делу не мења дуж плоче. Поље притиска у целом струјном пољу је хомогено, а утицај масених сила се може занемарити.

Брзина далеко од плоче ($y \to \infty$) је једнака брзини опструјавања $U_\infty$. Сматрати да је струјање стационарно и раванско.

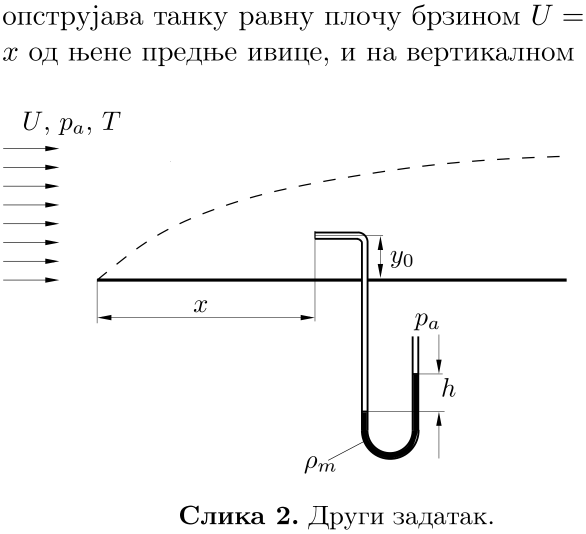
**(а)** Дефинисати граничне услове за брзинско поље (компоненте брзине $u$ и $v$) у овом проблему (за координатни систем приказан на слици).

**(б)** Полазећи од диференцијалног облика једначине континутитета, одредити расподелу попречне компоненте брзине $v = v(x, y)$ у домену струјног поља ABCD.

**(в)** Полазећи од Навије-Стоксове једначине, извршити њено поједностављење коришћењем услова датих у поставци проблема, као и резултата добијеног под тачком (б). Решити тако добијену једначину и одредити профил брзине $u(y)$.

**(г)** Одредити хоризонталну компоненту силе којом флуид делује на плочу.

**2.** Ваздух [$R = 287\,\mathrm{J/(kg\,K)}$] температуре $t = 20°\mathrm{C}$ ($\eta = 18.15 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Pas}$) и притиска $p_a = 1\,\mathrm{bar}$ опструјава танку равну плочу брзином $U = 20\,\mathrm{m/s}$. На плочи, на хоризонталном растојању $x$ од њене предње ивице, и на вертикалном растојању $y_0 = 2\,\mathrm{mm}$, налази се Пито сонда.




**Слика 2.** Други задатак.

Сонда је прикључена на U цев у којој се налази алкохол ($\rho = 800\,\mathrm{kg/m^3}$) и чије је показивање $h = 5\,\mathrm{mm}$. Профил брзине у граничном слоју се може грубо апроксимирати линеарном функцијом, тј.

$$\frac{u}{U} = \frac{y}{\delta}.$$

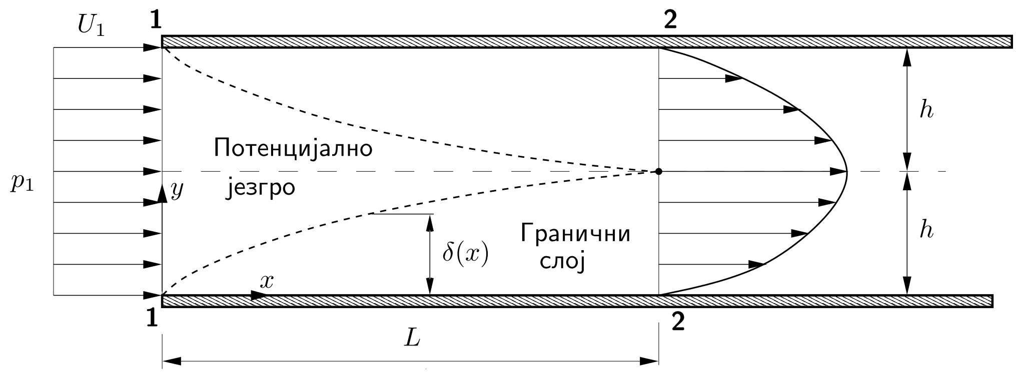
Примењујући Карманову интегралну једначину за гранични слој, одредити растојање $x$.

**3.** Посматра се развитак ламинарног струјања између паралелних плоча које се налазе на растојању $2h$. У пресеку $x = 0$ флуид улази у простор између плоча униформном брзином $U_1 = \text{const.}$, и притиском $p_1$. У зони развитка струјања ($0 \leqslant x \leqslant L$) долази до низструјне трансформације профила аксијалне брзине, и при томе је профил одређен изразом:

$$u = U\left[2\,\frac{y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right], \quad \text{у зони граничног слоја, } \delta = \delta(x),\ 0 \leqslant y \leqslant \delta$$

$$u = U, \quad \text{у зони потенцијалног језгра}$$

где је $U = U(x)$ константна брзина по попречном пресеку у зони потенцијалног језгра. Након одређене дужине, у пресеку 2-2 се формира профил потпуно развијеног ламинарног струјања, и он се низструјно не мења. Сматрати познатим: $\rho$, $U_1$, $\nu$ и $h$.




**(а)** Применом једначине континутета за улазни пресек и произвољни пресек унутар зоне развитка струјања, доказати да важи

$$\frac{U}{U_1} = \frac{3h}{3h - \delta}.$$

**(б)** Применом Кармановe интегралне једначине за гранични слој показати да се она своди на следећу диференцијалну једначину

$$\frac{6\xi + 7\xi^2}{(3-\xi)^2}\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}x} = 10\,\frac{\nu}{U_1 h^2},$$

где је $\xi = \delta/h$.

**(в)** Показати да је зависност $\xi = \xi(x)$ одређена изразом

$$\frac{\nu x}{U_1 h^2} = \frac{1}{10}\left[7\xi + 48\ln\left(1 - \frac{\xi}{3}\right) + \frac{27\xi}{3-\xi}\right]$$