Универзитет у Београду, Машински факултет, Катедра за механику флуида

МЕХАНИКА ФЛУИДА М

Завршни испит, 17. август 2020. год.

Први задатак (10)

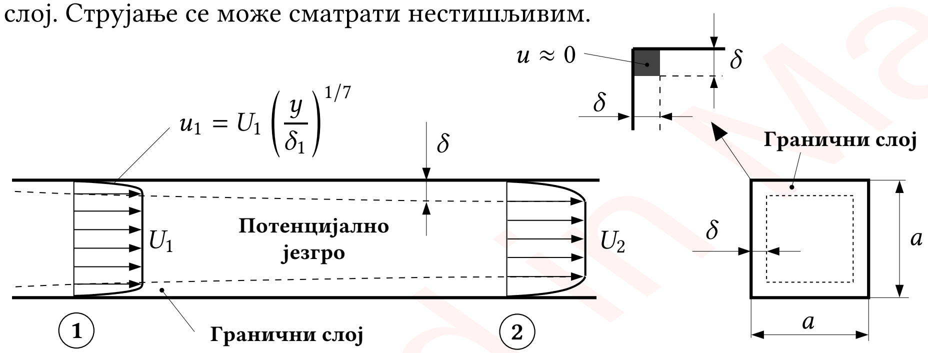
Разматра се диференцијални облик једначине кинетичке енергије,

$$\rho\,\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\left(\frac{U^2}{2}\right) = \rho\vec{f}\cdot\vec{U} - \vec{U}\cdot\nabla p + \vec{U}\cdot\nabla\cdot\widetilde{T}$$

где је $\widetilde{T}$ тензор вискозних напона. **(а)** Написати ову једначину користећи индексну нотацију. **(б)** Написати леву стране једначине у развијеном облику и потом трансформисати тај облик у облик строге форме одржања. Написати тај облик и у индексној нотацији.

Други задатак (20)

Радна секција аеротунела је квадратног попречног пресека, $a = 250\,\mathrm{mm}$. У једном радном режиму номинална брзина у улазном пресеку радне секције је $U_1 = 25\,\mathrm{m/s}$, и при томе се на свим зидовима аеротунела формира гранични слој. Струјање се може сматрати нестишљивим.



Слика 1: Скица радне секције аеротунела са карактеристичним профилима брзине у улазном и излазном пресеку.

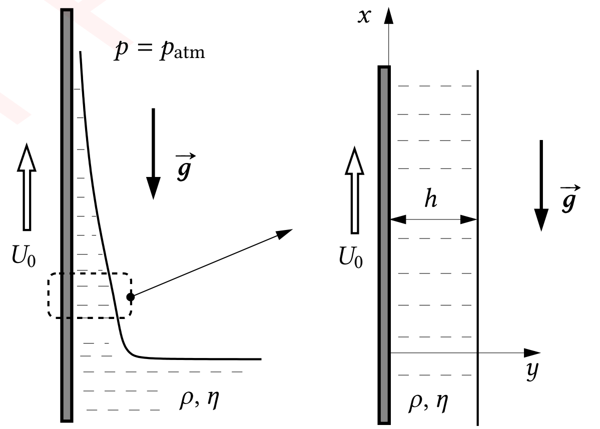
Дебљина граничног слоја у улазном пресеку 1 је $\delta_1 = 20\,\mathrm{mm}$, док је у излазном пресеку 2 радне секције $\delta_2 = 30\,\mathrm{mm}$. Режим струјања је турбулентан, и профил брзине у граничном слоју се може апроксимирати профилом једне седмине,

$$u = U\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}$$

где је y координата управна на зид, а U константна брзина по попречном пресеку у потенцијалном језгру. **(а)** Израчунати брзину U_2 у излазном пресеку радне секције. Сматрати да је у свим угловима попречног пресека (сиви квадратић на слици) аксијална брзина u приближно једнака нули. **(б)** Израчунати пад притиска између улазног и излазног пресека радне секције. Узети да је густина ваздуха $\rho = 1.25\,\mathrm{kg/m^3}$. **(в)** Написати израз за смицајни напон у граничном слоју који следи из датог израза за профил брзине. Да ли се из задатог профила брзине може израчунати вредност смицајног напона на зидовима радне секције аеротунела?

Трећи задатак (20)

Разматра се апроксимација дела процеса у хемијској индустрији у коме се равна плоча креће вертикално навише константном брзином U_0 кроз веома вискозан флуид који се налази у отвореном резервоару. При томе се у

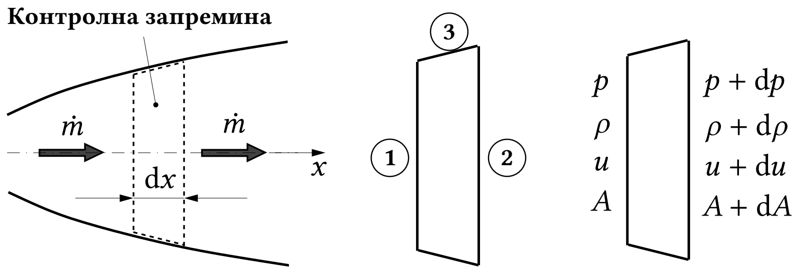


Слика 2: Течни филм у близини покретне плоче.

близини плоче формира танак слој течности, такозвани *течни филм*, у коме течност ламинарно струји вертикално навише. Услед дејства силе гравитације, дебљина филма дуж плоче се смањује. Међутим, у анализи проблема ћемо сматрати да је на одређеном делу дебљина филма константна и да износи h (слика десно). Такође, поље притиска се може сматрати хомогеним, а струјање потпуно развијеним. На десној страни уљног филма, који је у контакту са ваздухом, трење се може занемарити (смицајни напон је једнак нули). Полазећи од наведених претпоставки и пројекција Навије-Стоксових једначина датих у прилогу, одредити израз за профил брзине $u = u(y)$ у течном филму. Нацртати тај профил за следеће вредности: $U_0 = 1\,\mathrm{m/s}$, $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$, $h = 10\,\mathrm{mm}$, $\nu = \eta/\rho = 9.81\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^2/s}$.

Четврти задатак (20)

Полазећи од једнодимензијског модела (види Прилог) при опису стационарног, адијабатског струјања невискозног гаса кроз цев промењивог попречног пресека, и разматрајућу инфинитезималну контролну запремину, извести диференцијалне облике једначине континуитета и једначине количине кретања. Затим полазећи од тих једначина, извести релацију која повезује промену површине попречног пресека са Маховим бројем и променом брзине,



Слика 3: Инфинитезимална контролна запремина у цеви промењивог попречног пресека.

$$\frac{\mathrm{d}A}{A} = (M^2 - 1)\frac{\mathrm{d}u}{u}$$

Извршити анализу утицаја промене попречног пресека на промену брзине струјања за случај дозвучног и надзвучног струјања гаса.

Пети задатак (15)

Ваздух струји кроз конвергентно-дивергентни млазник код кога је однос $A_e/A_g = 4$ (A_e - површина излазног пресека, A_g - површина грла млазника). Млазник је повезан на резервоар у коме влада притисак $p_R = 600\,\mathrm{kPa}$. У дивергентном делу млазника, на месту је Махов број једнак $M = 2.42$ формира се прав ударни талас. Одредити Махов број и притисак у излазном пресеку млазника. Скицирати и расподелу притиска дуж млазника.

Шести задатак (15)

Посматра се струјање ваздуха у адијабатски изолованој цеви константног пречника $D = 350\,\mathrm{mm}$, између пресека 1 и 2, дужине $L_{12} = 5\,\mathrm{m}$. Масени проток ваздуха је $\dot{m} = 40\,\mathrm{kg/s}$, а познате се и гасодинамичке величине стања у пресеку 1: $p_1 = 200\,\mathrm{kPa}$, $T_1 = 450\,\mathrm{K}$, и у пресеку 2: $p_2 = 160\,\mathrm{kPa}$. Израчунати Махове бројеве у пресецима 1 и 2, као и средњи коефицијент трења.

Прилог

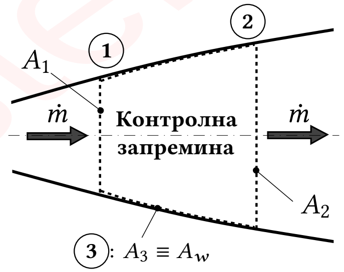
Трећи задатак. Једначина континуитета и пројекције Навије-Стоксове једначине на осе Декартоог правоуглог координатног система за случај раванског струјања нестишљивог флуида ($\vec{U} = u\,\vec{i} + v\,\vec{j}$):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

Четврти задатак. Из анализе интегралних облика основних једначина, за контролну запремину приказану на слици 4, и једнодимензијског модела (све физичке величине имају константну вредност у попречном пресеку цеви), следе алгебарски облици једначина.



Једначина континуитета:

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2$$

Једначина количине кретања:

$$p_1 A_1 + \rho_1 u_1^2 A_1 + \iint_{A_{3x}} p\,\mathrm{d}A = p_2 A_2 + \rho_2 u_2^2 A_2$$

Слика 4: Основне једначине у случају једнодимензијског модела струјања гаса у цеви промењивог попречног пресека.

Са десне стране слике су дате те једначине. Са A_{3x} је означена пројекција површи омотача у смеру струјања (позитивни смер x-осе), а сам интеграл представља дејство омотача цеви на флуид у x-правцу, тј. пројекцију те силе притиска на x-осу.

- Испит траје 180 минута. Напуштање сале је могуће након 60 минута од почетка испита. Овај формулар се предаје заједно са радном свеском! Коначан број поена се добија множењем освојених поена са корекционим фактором 0.7.
- Резултати ће бити објављени у уторак, 18. августа на интернет страници предмета.

Предметни наставници:

Александар Ћоћић и Милан Лечић.

РЕШЕЊА

1. $$\underbrace{\rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{U^2}{2}\right)}_{A} = \underbrace{\rho \vec{f} \circ \vec{U}}_{B} \underbrace{- \vec{U} \circ \nabla p}_{C} + \underbrace{\vec{U} \circ \nabla \circ \tilde{T}}_{D}$$

A $$\rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{U^2}{2}\right) = \rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{\vec{U} \cdot \vec{U}}{2}\right) = \rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{u_i \vec{e}_i \circ u_j \vec{e}_j}{2}\right) =$$

$$= \rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{u_i u_j\, \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j}{2}\right) = \rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{u_i u_j\, \delta_{ij}}{2}\right) =$$

$$= \rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{u_i u_i}{2}\right)$$

B $$\rho \vec{f} \circ \vec{U} = \rho f_i \vec{e}_i \circ u_j \vec{e}_j = \rho f_i u_j\, \delta_{ij} = \rho f_i u_i$$

C $$-\vec{U} \circ \nabla p = -u_i \vec{e}_i \circ \frac{\partial p}{\partial x_j} \vec{e}_j = -u_i \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} =$$

$$= -u_i \frac{\partial p}{\partial x_i}$$

D $$\vec{U} \circ \nabla \circ \tilde{T} = u_i \vec{e}_i \circ \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_j} \vec{e}_k = u_i \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_j} \delta_{ik}$$

$$= u_i \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{u_i u_i}{2}\right) = \rho f_i u_i - u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j}}$$

Трансформација леве стране једначине:

$$\rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{U^2}{2}\right) = \rho\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{U^2}{2}\right) + \vec{U}\circ\nabla\left(\frac{U^2}{2}\right)\right] =$$

$$= \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{U^2}{2}\right) - \frac{U^2}{2}\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\rho\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{U^2}{2}\right)} + \underbrace{\nabla\circ\left(\rho\frac{U^2}{2}\vec{U}\right) - \frac{U^2}{2}\left[\nabla\circ(\rho\vec{U})\right]}_{\rho\vec{U}\circ\nabla\left(\frac{U^2}{2}\right)}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{U^2}{2}\right) + \nabla\circ\left(\rho\frac{U^2}{2}\vec{U}\right) - \frac{U^2}{2}\underbrace{\left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\circ(\rho\vec{U})\right]}_{=0\ (\text{једн. континуит.})}$$

Запис у строгој форми одржања:

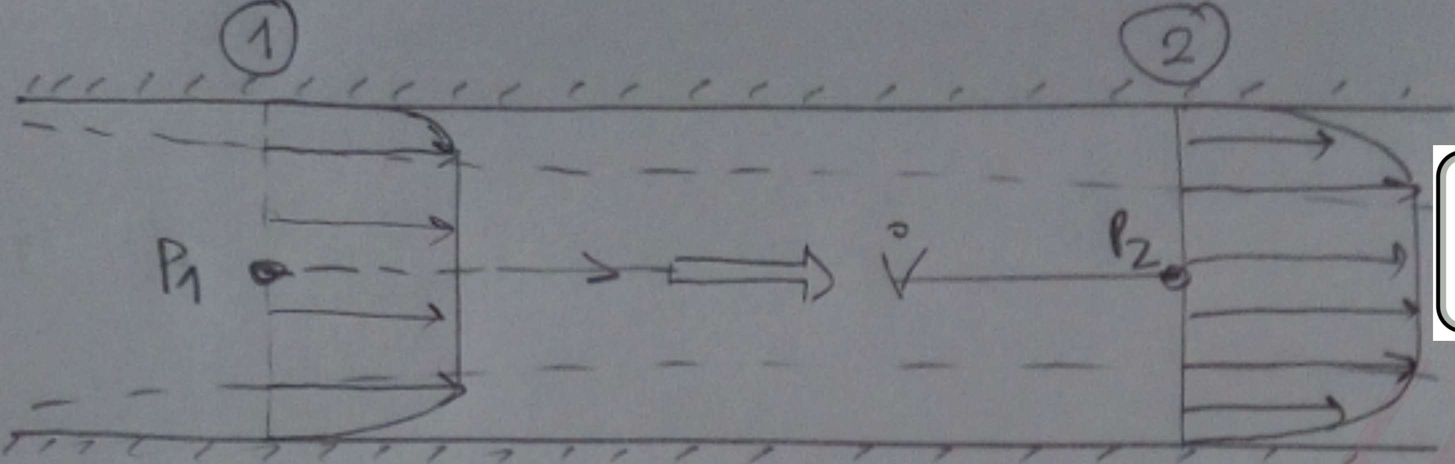
$$\rho\frac{D}{Dt}\left(\frac{U^2}{2}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{U^2}{2}\right) + \nabla\circ\left(\rho\frac{U^2}{2}\vec{U}\right) \equiv$$

$$\equiv \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{U^2}{2}\right) + \mathrm{div}\left(\rho\frac{U^2}{2}\vec{U}\right)$$

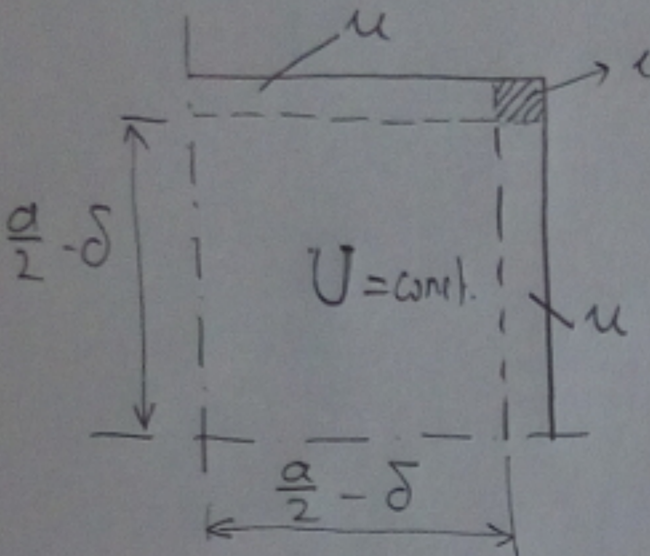
Запис у индексној нотацији

$$\rho\frac{D}{Dt}\left(\frac{u_i u_i}{2}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{u_i u_i}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\frac{u_i u_i}{2}u_j\right)$$

2.



$$\mathring{V}_1 = \mathring{V}_2 = \mathring{V} \quad \text{(једначина континуитета)}$$



Запремински проток кроз канал:

$$\mathring{V} = 4\left[U\left(\frac{a}{2}-\delta\right)^2 + 2\int_0^\delta u(y)\left(\frac{a}{2}-\delta\right)dy\right]$$

$$\mathring{V} = 4\left(\frac{a}{2}-\delta\right)\left[U\left(\frac{a}{2}-\delta\right) + 2\int_0^\delta U\left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}dy\right]$$

$$\mathring{V} = 4\left(\frac{a}{2}-\delta\right)\left[U\left(\frac{a}{2}-\delta\right) + 2U\frac{1}{\delta^{1/7}}\left.\frac{y^{\frac{1}{7}+1}}{\frac{1}{7}+1}\right|_0^\delta\right]$$

$$\mathring{V} = 4\left(\frac{a}{2}-\delta\right)\left[U\left(\frac{a}{2}-\delta\right) + 2\,\frac{7}{8}\,U\delta\right]$$

$$\mathring{V} = 4\left(\frac{a}{2}-\delta\right)\left[U\left(\frac{a}{2}-\delta\right) + \frac{7}{4}U\delta\right]$$

$$\mathring{V} = 4U\left(\frac{a}{2}-\delta\right)\left(\frac{a}{2}-\delta+\frac{7}{4}\delta\right)$$

$$\rightarrow \quad \mathring{V} = 4U\left(\frac{a}{2}-\delta\right)\left(\frac{a}{2}+\frac{3}{4}\delta\right)$$

$$\mathring{V} = \cancel{4}U\,\frac{a-2\delta}{2}\,\frac{2a+3\delta}{\cancel{4}} = \frac{U}{2}(a-2\delta)(2a+3\delta)$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\mathring{V} = \frac{U}{2}(a-2\delta)(2a+3\delta)}$$

$$\mathring{V}_1 = \mathring{V}_2$$

$$\frac{U_1}{2}\left(a - 2\delta_1\right)\left(2a + 3\delta_1\right) = \frac{U_2}{2}\left(a - 2\delta_2\right)\left(2a + 3\delta_2\right)$$

$$U_2 = U_1 \frac{a - 2\delta_1}{a - 2\delta_2} \cdot \frac{2a + 3\delta_1}{2a + 3\delta_2}$$

$$U_2 = U_1 \frac{1 - 2\left(\frac{\delta_1}{a}\right)}{1 - 2\left(\frac{\delta_2}{a}\right)} \cdot \frac{2 + 3\left(\frac{\delta_1}{a}\right)}{2 + 3\left(\frac{\delta_2}{a}\right)}$$

$$\frac{\delta_1}{a} = \frac{20}{250} = 0{,}08$$

$$\frac{\delta_2}{a} = \frac{30}{250} = 0{,}12$$

$$\Rightarrow \boxed{U_2} = 25 \, \frac{1 - 2\cdot 0{,}08}{1 - 2\cdot 0{,}12} \cdot \frac{2 + 3\cdot 0{,}08}{2 + 3\cdot 0{,}12} = \boxed{26{,}23 \, \frac{m}{s}}$$

(Г) Бернулијева јдн. за централну струјницу:

$$p_1 + \rho\frac{U_1^2}{2} = p_2 + \rho\frac{U_2^2}{2} \rightarrow \quad p_1 - p_2 = \rho\frac{U_2^2 - U_1^2}{2}$$

$$\underbrace{p_1 - p_2}_{\Delta p_{12}} = 1{,}25 \, \frac{26{,}23^2 - 25^2}{2} \rightarrow \boxed{\Delta p_{12} = 78{,}77 \, Pa}$$

$$(В) \quad \tau = \eta \frac{du}{dy} = \eta \frac{d}{dy}\left[U\left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}\right] = \eta \frac{U}{\delta^{1/7}} \, \frac{1}{7} \, y^{\frac{1}{7}-1} =$$

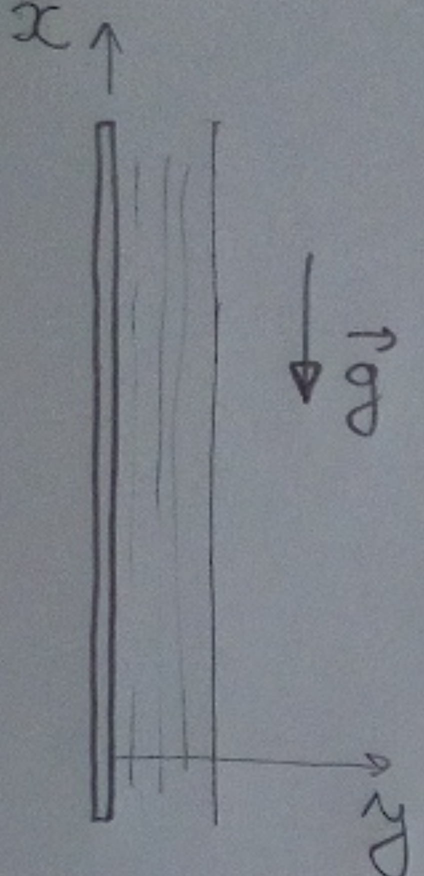
$$= \eta \frac{1}{7} \frac{U}{\delta^{1/7}} \, y^{-6/7} = \frac{1}{7}\eta \frac{U}{\delta^{1/7} y^{6/7}} = \frac{1}{7} \frac{\eta U}{\delta^{1/7} y^{6/7}}$$

за $y = 0, \quad \tau = \tau_w$

$$\tau_w = \tau\Big|_{y=0} = \frac{1}{7} \frac{\eta U}{\delta^{1/7} y^{6/7}}\Bigg|_{y=0} = +\infty$$

Дакле, добија се физички немогућа вредност за τ_w, па стога није могуће срачунати напон на зиду аеротунела на основу задатог профила брзине!

3.



$$v = 0, \quad p = \text{const.} \left(\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0\right),$$

$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \rightarrow$ систем једначина се своди на обичну диф. јед.

$$0 = -\rho g + \eta \frac{d^2 u}{dy^2}$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{\rho g}{\eta} \rightarrow \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{g}{\nu}$$

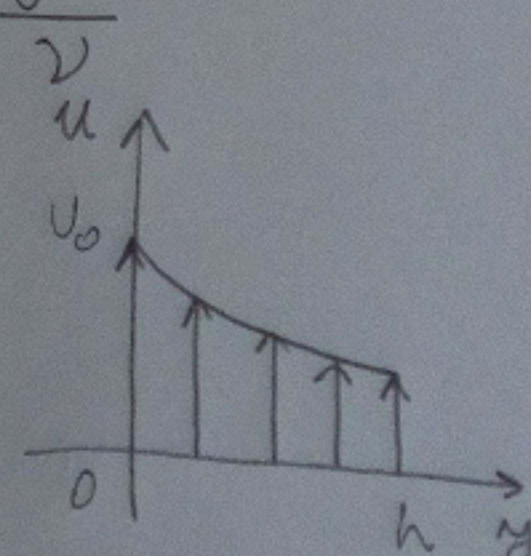
$$\frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy}\right) = \frac{g}{\nu} \rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{g}{\nu} y + C_1$$

$$\rightarrow \boxed{u = \frac{g}{2\nu} y^2 + C_1 y + C_2}$$

Гранични услови: $y = 0: \; u = U_0$

$y = h: \; \tau = 0 \Leftrightarrow \frac{du}{dy} = 0$

$$\left.\begin{aligned} U_0 &= C_2 \\ 0 &= \frac{g}{\nu} h + C_1 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} C_1 &= -\frac{gh}{\nu} \\ C_2 &= U_0 \end{aligned}$$

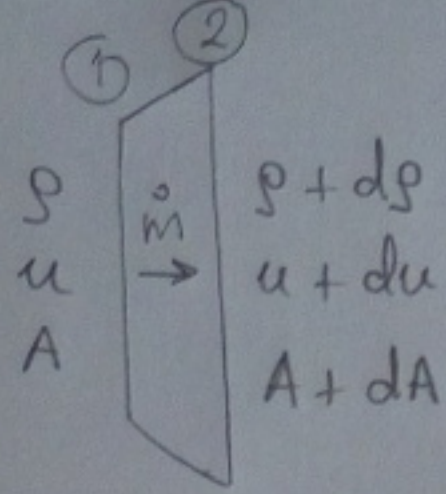


Профил брзине:

$$u = \frac{g}{2\nu} y^2 - \frac{gh}{\nu} y + U_0$$

$$\rightarrow \boxed{u = U_0 + \frac{g}{2\nu}\left(y^2 - 2hy\right)}$$

4.



ЈЕДНАЧИНА КОНТИНУИТЕТА: $\dot{m} = \text{const.}$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

$$\rho u A = (\rho + d\rho)(u + du)(A + dA)$$

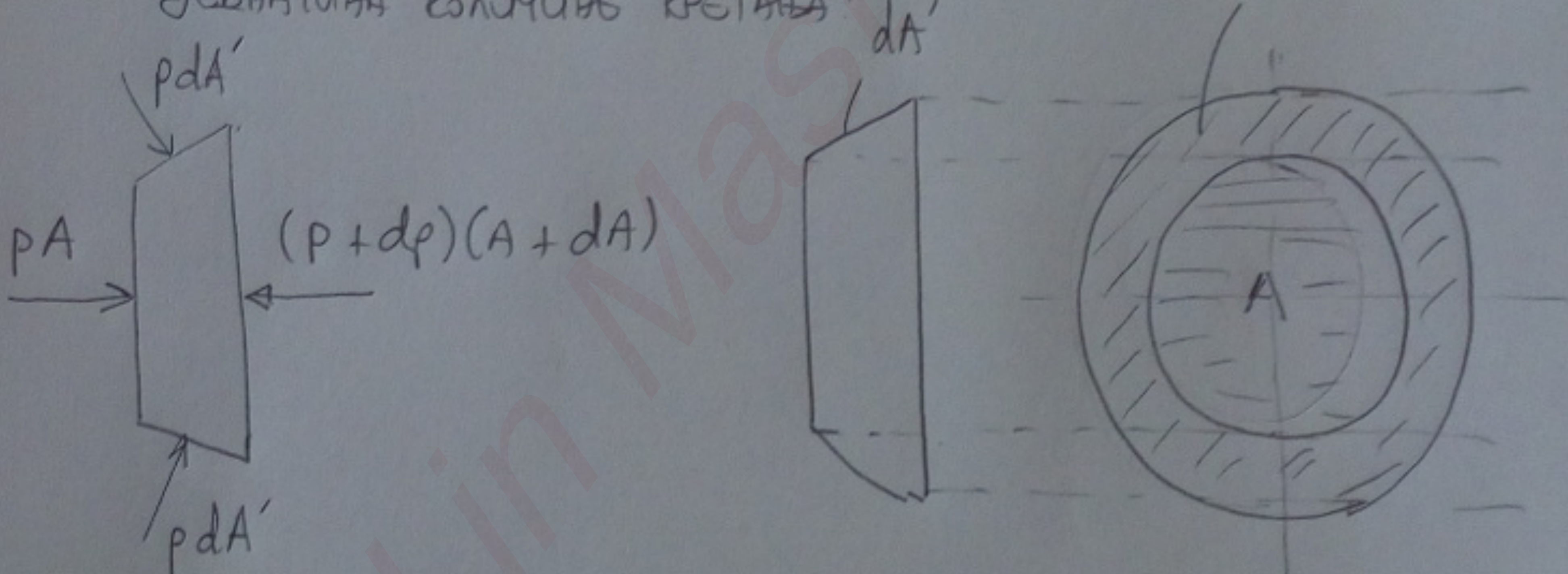
$$\cancel{\rho u A} = \cancel{\rho u A} + \rho u\,dA + \rho A\,du + \underbrace{\rho\,du\,dA}_{\approx 0} + uA\,d\rho + \underbrace{A\,d\rho\,du}_{\approx 0} + \underbrace{d\rho\,du\,dA}_{\approx 0}$$

МАЛЕ ВЕЛИЧИНЕ ВИШЕГ РЕДА

$$\rightarrow \quad \rho u\,dA + \rho A\,du + uA\,d\rho = 0 \quad / : \rho u A$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{dA}{A} = 0} \qquad (1)$$

ЈЕДНАЧИНА КОЛИЧИНЕ КРЕТАЊА



$$(p + \rho u^2)A + (p\,dA')_x = (p + dp)(A + dA) + (\rho + d\rho)(u + du)^2 (A + dA)$$

$$\cancel{pA} + \rho u^2 A + \cancel{p\,dA} = \cancel{pA} + \cancel{p\,dA} + A\,dp + \underbrace{dp\,dA}_{\approx 0} + (\rho + d\rho)(u^2 + 2u\,du + \underbrace{du\,du}_{\approx 0})(A + dA)$$

$$\cancel{\rho u^2 A} = A\,dp + \cancel{\rho u^2 A} + \rho u^2\,dA + u^2\,d\rho\,A + \underbrace{u^2\,d\rho\,dA}_{\approx 0} + \underbrace{2uA\,d\rho\,du}_{\approx 0} + \underbrace{2u\,d\rho\,dA\,d\rho}_{\approx 0} + 2u\rho\,du\,A$$

$$0 = A\,dp + \rho u^2 dA + u^2 d\rho\, A + 2u\rho A\, du$$

$$0 = A\,dp + \underbrace{\rho u A\,du + \rho u A\,du}_{2\rho u A\,du} + \rho u^2 dA + u^2 A\,d\rho \quad / : A$$

$$0 = dp + \rho u\,du + \rho u\,du + \rho u^2 \frac{dA}{A} + u^2 d\rho$$

$$0 = dp + \rho u\,du + \rho u^2 \underbrace{\left(\frac{du}{u} + \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho}\right)}_{=0 \ldots \text{ једначина конт.}}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{dp + \rho u\,du = 0} \quad (2)$$

Релација $A = f(M)$:

$$(1): \quad \frac{dA}{A} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{du}{u}$$

елиминација $\frac{d\rho}{\rho}$; (2): $\quad dp = -\rho u\,du \quad / : d\rho$

$$\underbrace{\frac{dp}{d\rho}}_{c^2 \text{ - брзина звука}} = -\rho u \frac{du}{d\rho}$$

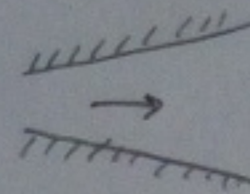
$$c^2 = -\rho u \frac{du}{d\rho} \quad \rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{u}{c^2}\,du$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\underbrace{\frac{u^2}{c^2}}_{M^2} \frac{du}{u} = -M^2 \frac{du}{u}$$

$$\rightarrow \quad \frac{dA}{A} = M^2 \frac{du}{u} - \frac{du}{u} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{dA}{A} = (M^2 - 1)\frac{du}{u}}$$

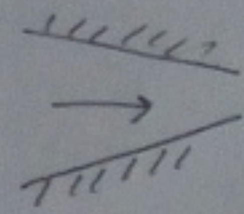
<u>Дозвучно струјање:</u> $M < 1 \rightarrow M^2 - 1 < 0$

$A \uparrow,\ dA > 0 \rightarrow u \downarrow$



брзина опада

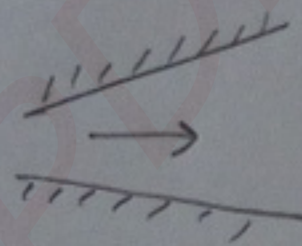
$A \downarrow,\ dA < 0 \rightarrow u \uparrow$



брзина расте

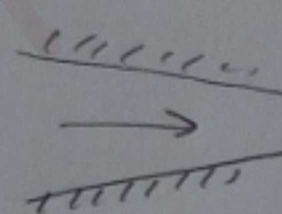
<u>Надзвучно струјање,</u> $M > 1,\quad M^2 - 1 > 0$

$A \uparrow,\ dA > 0 \rightarrow u \uparrow$



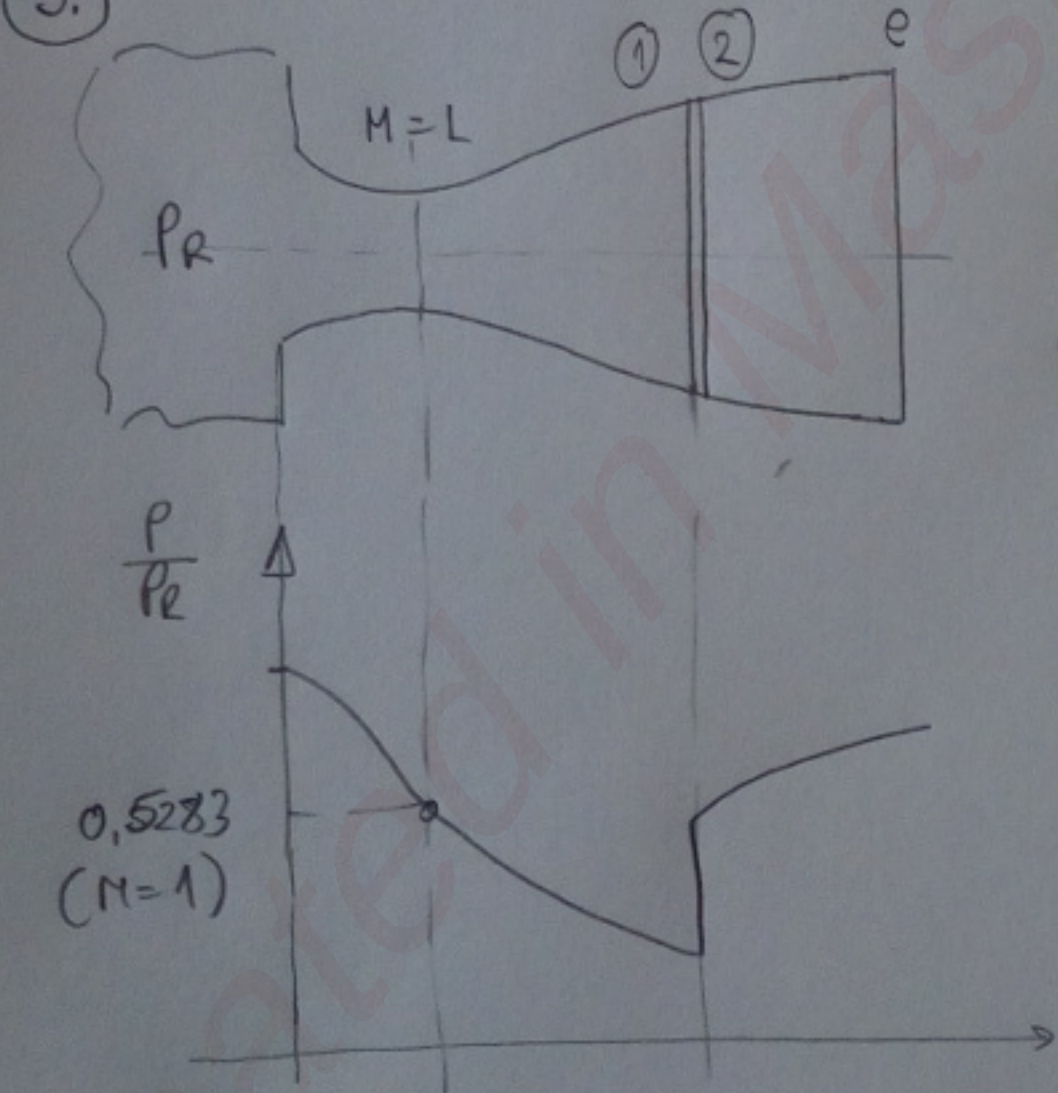
брзина расте!

$A \downarrow,\ dA < 0 \rightarrow u \downarrow$



брзина опада

5.



$M_1 = 2{,}42 \xrightarrow{\text{п.чт.}} M_2 = 0{,}521$

$M_1 = 2{,}42 \longrightarrow \dfrac{A_1}{A_{k,1}} = 2{,}4479$

$M_2 = 0{,}521 \rightarrow \dfrac{A_2}{A_{k,2}} = 1{,}3017$

$\boxed{A_{k1} \neq A_{k,2}}$

$A_{k,1} \equiv A_g\ ,\quad A_2 \equiv A_1\,!$

2 – e: изентропско струјање

$A_{2,k} = A_{e,k}$

$$\frac{A_e}{A_{e,k}} = \frac{A_e}{A_2}\,\frac{A_2}{A_{2,k}} = \frac{A_e}{A_g}\,\underset{(A_2 \equiv A_1)}{\frac{A_g}{A_2}}\,\frac{A_2}{A_{2,k}} = \frac{A_e}{A_g}\,\frac{A_g}{A_1}\,\frac{A_2}{A_{2,k}}$$

$$\frac{A_e}{A_{e,k}} = \frac{A_e/A_g}{A_1/A_g}\,\frac{A_2}{A_{2,k}} = \frac{4}{2{,}4479}\,1{,}3017 = 2{,}127$$

→ ТАБЕЛА ЗА ИЗЕНТРОПСКЕ РЕЛАЦИЈЕ, УЗ <u>ЧИЊЕНИЦУ</u> $M_e < 1$ (такође мора бити $M_e < M_2$)

→ $\boxed{M_e = 0{,}286}$

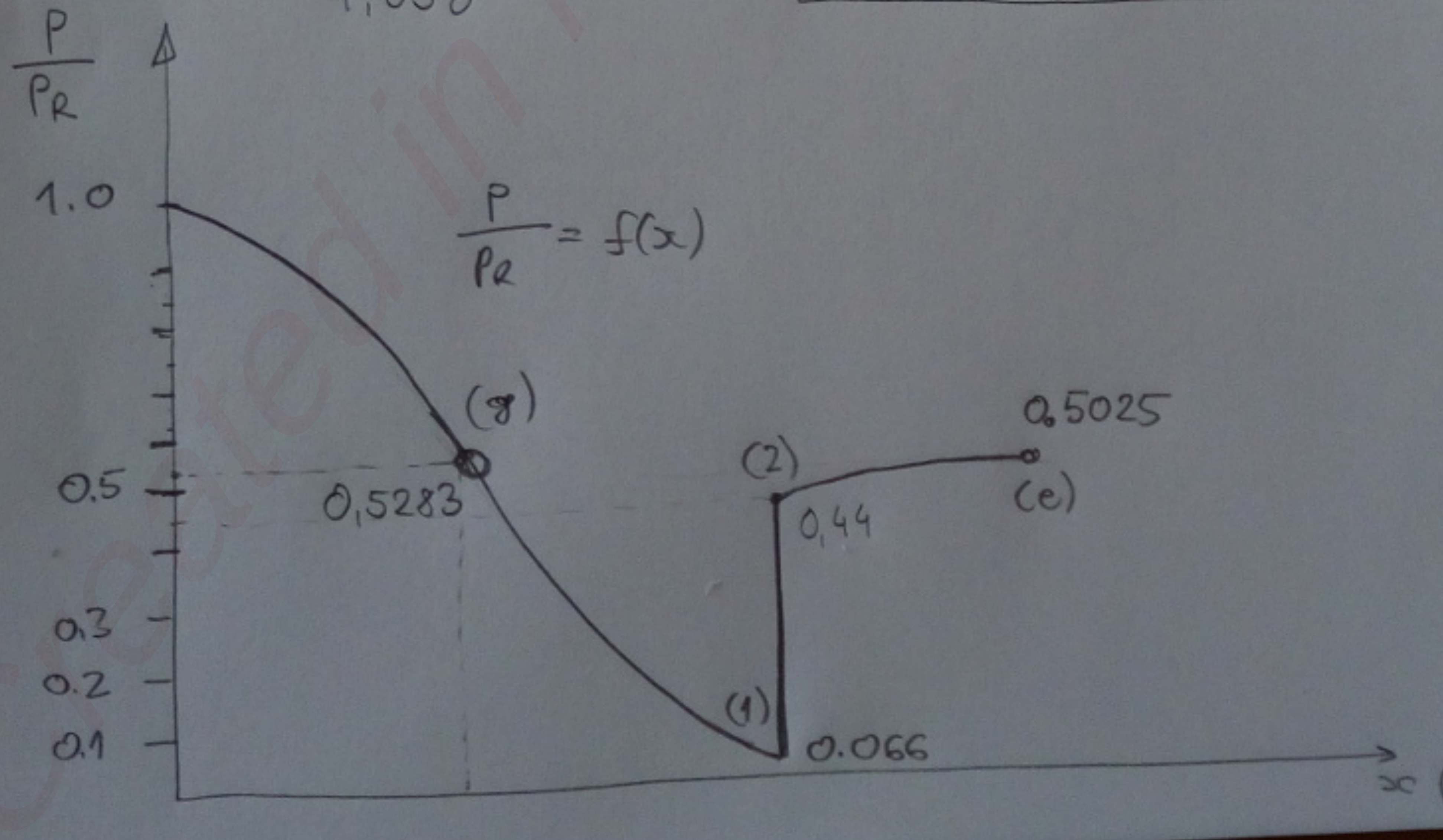
$$M_1 = 2{,}42 \xrightarrow{\text{ПУТ}} \frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} = 0{,}5317 \rightarrow p_{0,2} = 0{,}5317\,p_{0,1}$$

$$\rightarrow p_{0,2} = 0{,}5317\,p_R = 0{,}5317 \cdot 600 = 319{,}02\ Pa$$

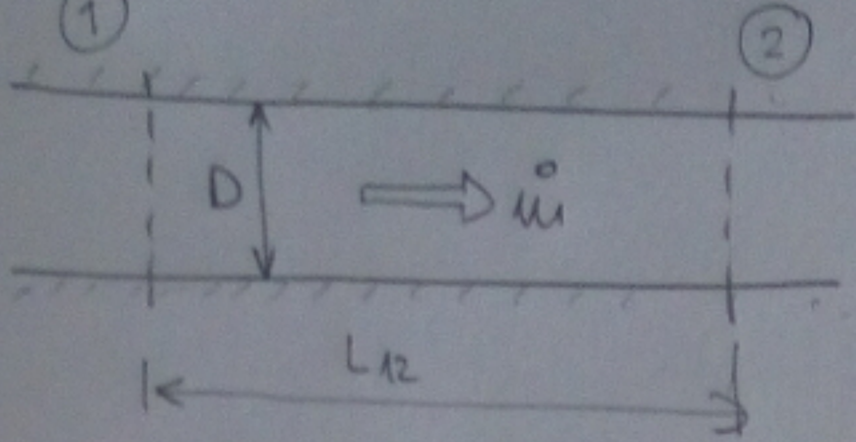
$p_{0,2} \equiv p_{0,e}$ (изентропско стујање 2-е)

$$M_e = 0{,}285 \longrightarrow \frac{p_{0,e}}{p_e} = 1{,}058 \rightarrow p_e = \frac{p_{0,e}}{1{,}058}$$

$$p_e = \frac{319{,}02}{1{,}058} \rightarrow \boxed{p_e = 301{,}53\,kPa}$$



6.



$\dot m = 40\,kg/s$ $T_1 = 450\,K$

$D = 350\,mm$ $p_2 = 160\,kPa$

$L_{12} = 5\,m$

$p_1 = 200\,kPa$

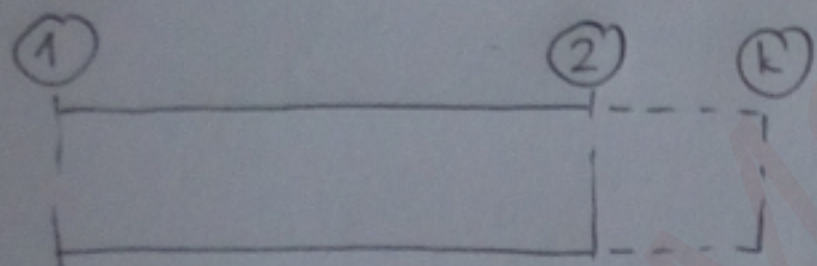
$M_1 = ?$ $M_2 = ?$

$$\dot m = \rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 \;; \quad A_1 = A_2 = \frac{D^2\pi}{4}$$

$$\dot m = \rho_1 u_1 \frac{D^2\pi}{4} = \underbrace{\frac{p_1}{RT_1}}_{\rho_1} \underbrace{M_1 c_1}_{u_1} \frac{D^2\pi}{4} = \frac{p_1}{RT_1} \underbrace{\sqrt{\varkappa R T_1}}_{c_1} M_1 \frac{D^2\pi}{4}$$

$$\dot m = \frac{p_1\sqrt{\varkappa}}{\sqrt{RT_1}} \frac{D^2\pi}{4} M_1 \rightarrow M_1 = \frac{4\dot m}{D^2\pi} \frac{\sqrt{RT_1}}{p_1\sqrt{\varkappa}}$$

$$M_1 = \frac{4\cdot 40}{0{,}35^2\pi} \frac{\sqrt{287\cdot 450}}{200\cdot 10^3\sqrt{1{,}4}} \rightarrow \boxed{M_1 = 0{,}631}$$



$M_1 = 0{,}631$ $p_2 = 160\,kPa$

$p_1 = 200\,kPa$

$$M_1 = 0{,}631 : \frac{p_1}{p_k} = 1{,}6708$$

$$\frac{p_2}{p_k} = \frac{p_2}{p_1}\frac{p_1}{p_k} = \frac{160}{200} \cdot 1{,}6708$$

$$\frac{p_2}{p_k} = 1{,}33664 \rightarrow \boxed{M_2 = 0{,}774}$$

$$M_1 = 0{,}631 : \lambda\frac{L_{1,k}}{D} = 0{,}3809$$

$$M_2 = 0{,}774 : \lambda\frac{L_{2,k}}{D} = 0{,}0981$$

$$\boxed{\lambda = 0{,}0198}$$

$$L_{12} = L_{1,k} - L_{2,k} \rightarrow \lambda\frac{L_{12}}{D} = \lambda\frac{L_{1,k}}{D} - \lambda\frac{L_{2,k}}{D}$$

$$\lambda = \frac{D}{L_{12}}\left(\lambda\frac{L_{1,k}}{D} - \lambda\frac{L_{2,k}}{D}\right) = \frac{0{,}35}{5}\left(0{,}3809 - 0{,}0981\right)$$