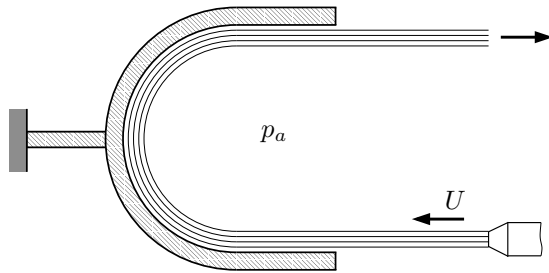


Примена закона о промени количине кретања

1. Млаз воде истиче из млазнице брзином $U = 15 \text{ m/s}$ и удара у лопатицу приказану на слици 1, након чега млаз мења смер. Одредити правац, смер и интензитет силе F којом млаз делује на непокретну лопатицу. Занемарити тежину воде, разлику у висини и губитке енергије. Густина воде је $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, а површина попречног пресека млаза, која се не мења, износи $A = 0,01 \text{ m}^2$.

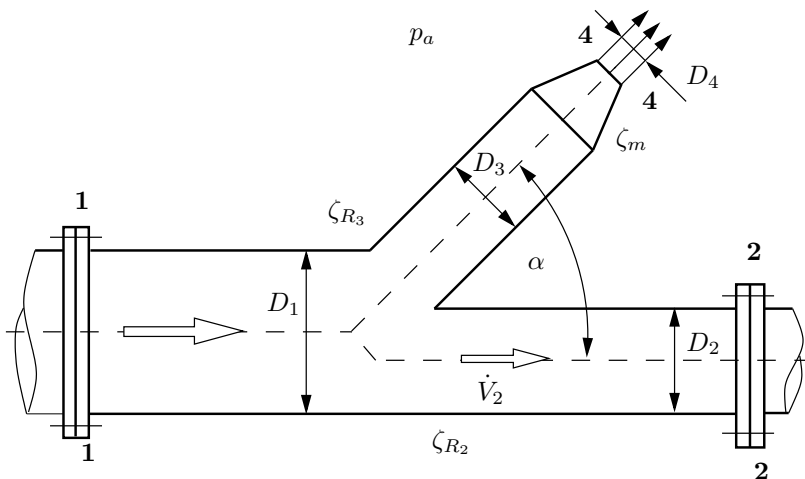


Слика 1. Задатак 1.

Решење:	
$F_{flx} = 4500 \text{ N}$	(\leftarrow) смер
$F_{fly} = 0 \text{ N}$	

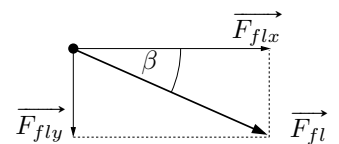
Резултујућа сила је хоризонтална, делује са десна на лево и има интензитет $F_{fl} = 4500 \text{ N}$.

2. Одредити правац, смер и интензитет силе којом вода ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) делује на хоризонталну рачву приказану на слици 2. Рачва је за остатак цевовода причвршћена прирубницама у пресецима 1-1 и 2-2, где су познате вредности натпритисака: $p_{m1} = 8 \text{ kPa}$, $p_{m2} = 7,5 \text{ kPa}$. Грана пречника $D_3 = 100 \text{ mm}$ се завршава млазницом пречника $D_4 = 65 \text{ mm}$, кроз коју вода истиче у атмосферу. Познати су и пречници $D_1 = 150 \text{ mm}$, $D_2 = 110 \text{ mm}$. Запремински проток воде кроз грану 2 (слика 2) је $\dot{V}_2 = 10 \text{ lit/s}$. Ако је коефицијент локалног отпора млазнице $\zeta_m = 0,3$ и рачве $\zeta_{R2} = 1,1$ и угао $\alpha = 30^\circ$, одредити коефицијент локалног отпора рачве за грану 3 $\zeta_{R3} = ?$. Занемарити тежину воде у рачви.



Слика 2. Задатак 2.

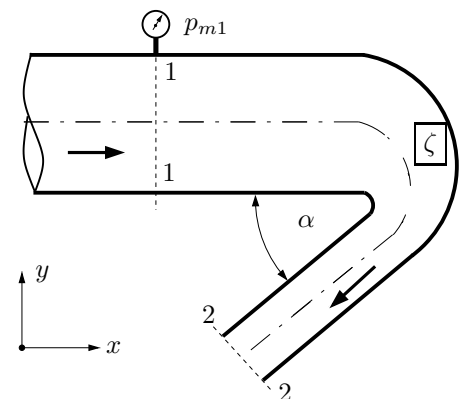
Решење:	
$\zeta_{R3} = 2,707$	
$F_{flx} = 55,07 \text{ N}$	
$F_{fly} = -16,12 \text{ N}$	
$F_{fl} = 57,38 \text{ N}$	
$\beta = 16,3^\circ$	



3. На слици 3 је приказана хоризонтална, закривљена цев променљивог попречног пресека кроз коју струји вода густине $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Површине попречних пресека су $A_1 = 0,02 \text{ m}^2$ и $A_2 = 0,01 \text{ m}^2$. У пресеку 1-1 измерен је натпритисак $p_{m1} = 25 \text{ kPa}$, а пресек 2-2 је отворен ка атмосфери. Сила којом флуид делује на део цевовода између пресека 1-1 и 2-2 се може пројектовати на осе приказаног координатног система (слика 3). Ако вредност пројекције силе на x осу износи $F_{flx} = 700 \text{ N}$ одредити:

- (а) запремински проток воде \dot{V} ,
 (б) вредност пројекције силе на y осу F_y ,
 (в) вредност коефицијента локалног отпора кривине ζ .

Позната је вредност угла $\alpha = 45^\circ$. Губитке на трење занемарити.

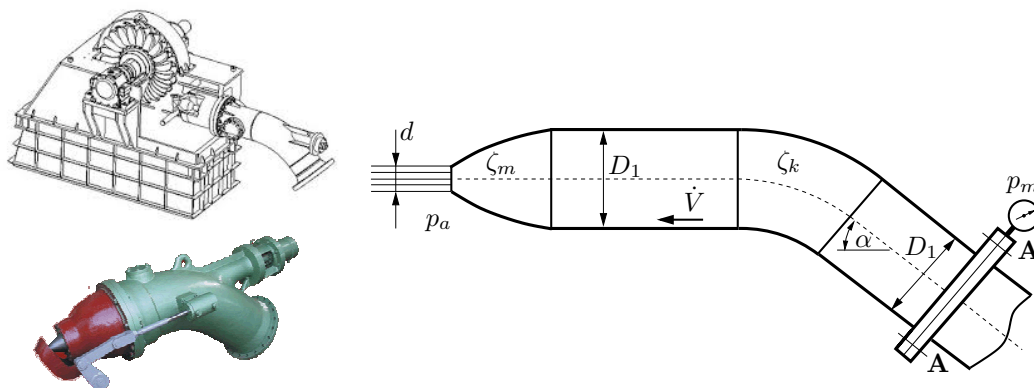


Слика 3. Задатак 3.

Решење:	
$\dot{V} = 40,7 \text{ lit/s}$,	$F_{fly} = 117,16 \text{ N}$, $\zeta = 2,27$

4. На крају цевовода којим се вода доводи Пелтоновој турбини се налази млазница (слика 4). Она је за остатак цевовода причвршћена завртањском везом А-А. Одредити показивање манометра ($p_m = ?$), као и силе истезања и смицања завртањске везе, ако су познати следећи подаци: запремински проток и густина воде $\dot{V} = 70 \text{ lit/s}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, пречници $D_1 = 25 \text{ cm}$, $d = 9 \text{ cm}$, коефицијенти локалних губитка колена и млазнице $\zeta_k = 0,5$, $\zeta_m = 0,8$ и вредност угла $\alpha = 30^\circ$.

Тежину воде у млазници и разлику висина на улазу и излазу из млазнице занемарити. Због кратке дужине млазнице занемарити и губитке на трење. Вода излази у атмосферу.

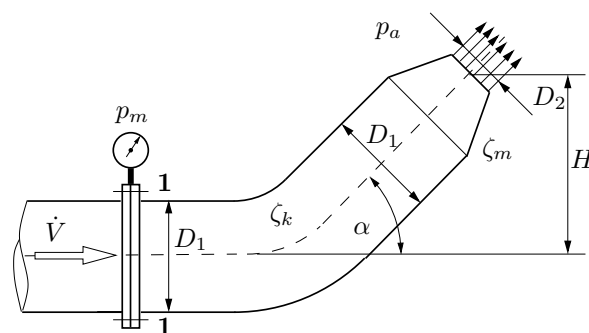


Решење:
$p_m = 108457 \text{ Pa}$
$F_i = 4756,7 \text{ N}$
$F_s = 385,12 \text{ N}$

Слика 4. Задатак 4.

5. Кратка закривљена цев са млазницом је за остатак цевовода причвршћења завртањском везом у пресеку 1-1 (слика 5). У том пресеку је измерен натпритисак $p_m = 0,2 \text{ bar}$. Кроз цев струји вода ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) запреминским протоком \dot{V} , затим кроз млазницу истиче у атмосферу. Познати су следећи подаци $D_1 = 100 \text{ mm}$, $D_2 = 60 \text{ mm}$, $\alpha = 45^\circ$, $H = 200 \text{ mm}$, $\zeta_k = 0,2$, $\zeta_m = 0,5$ (коефицијенти локалних губитака колена и млазнице).

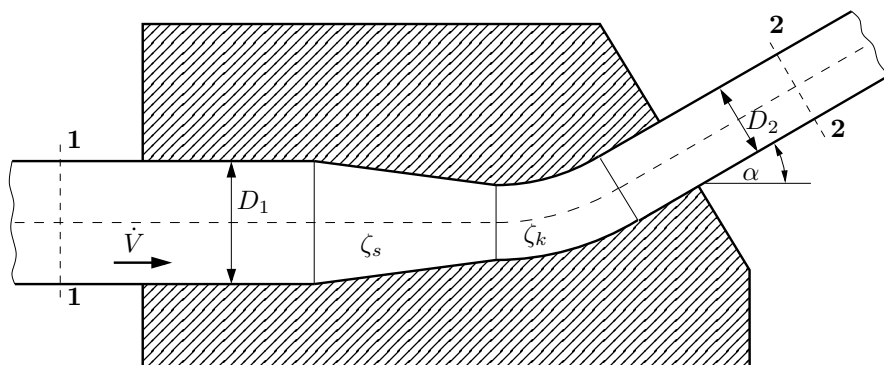
Занемарујући губитке на трење и тежину воде у цеви, израчунати запремински проток \dot{V} и силу која оптерећује завртањску везу 1-1.



Слика 5. Задатак 5.

Решење:
$\dot{V} = 14,4 \text{ lit/s}$, $F_i = 131,7 \text{ N}$ смер (\rightarrow), $F_s = 51,65 \text{ N}$ смер (\downarrow), $F_{1-1} = 141,5 \text{ N}$

6. На слици 6 је приказан део цевовода који се ослања на бетонски блок. Кроз цевовод протиче вода ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) запреминским протоком $\dot{V} = 15 \text{ lit/s}$. Ако су познати пречници цеви $D_1 = 140 \text{ mm}$, $D_2 = 100 \text{ mm}$ и натпритисак у пресеку 1-1 $p_{m1} = 20 \text{ kPa}$, одредити интензитет силе којом цевовод делује на бетонски блок. Занемарити разлику у висини, тежину воде у цевоводу и губитке на трење између пресека 1-1 и 2-2. Коефицијенти локалних отпора сужења цевовода и кривине износе редом: $\zeta_s = 0,5$ и $\zeta_k = 0,3$. На улазу у бетонски блок цев је хоризонтална, а на излазу заклапа угао са хоризонталом од $\alpha = 30^\circ$.



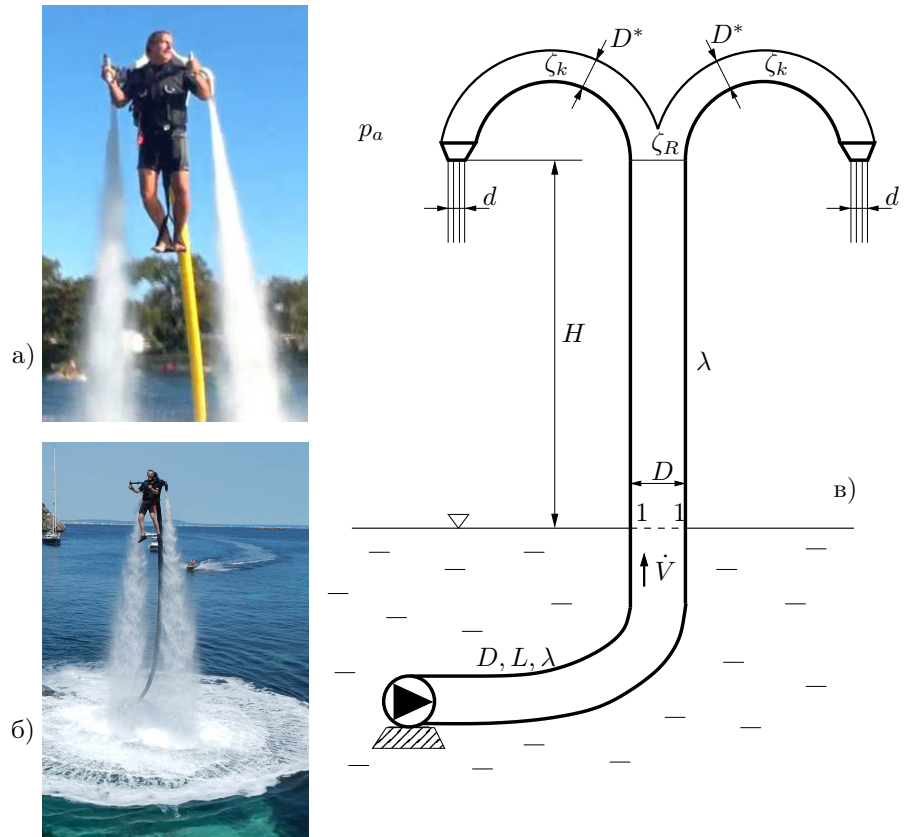
Решење:
$F_{flx} = 180,7 \text{ N}$ смер (\rightarrow)
$F_{fly} = 81,8 \text{ N}$ смер (\downarrow)
$F_{fl} = 198,4 \text{ N}$

Слика 6. Задатак 6.

7. Млазни ранац је уређај који се може користити за слободно кретање кроз ваздух изнад површине воде (слика 7). Принцип рада је следећи: потопљена пумпа потискује воду у део уређаја који се налази на човековим леђима, из ког вода излази великом брзином кроз две млазнице, чиме се остварује сила реакције. Променом протока мења се интензитет силе, а закретањем млазница мења се њен правац и смер. Основни делови су шематски приказани на слици 7 в). Познати су следећи подаци: маса човека са опремом на леђима $m_o = 150 \text{ kg}$, маса воде која се налази између пресека 1-1 и млазница $m_v = 50 \text{ kg}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, пречници $D = 8 \text{ cm}$, $d = 4 \text{ cm}$, $D^* = 6 \text{ cm}$, натпритисак у пресеку 1-1 $p_{m1} = 2,8 \text{ bar}$, коефицијенти локалног отпора рачве и колена су $\zeta_R = 0,8$ и $\zeta_K = 1,4$, коефицијент трење $\lambda = 0,022$, дужина цеви од пумпе до пресека 1-1 је $L = 10 \text{ m}$, степен корисности пумпе $\eta = 0,75$. Губитке на трење **након рачве** занемарити.

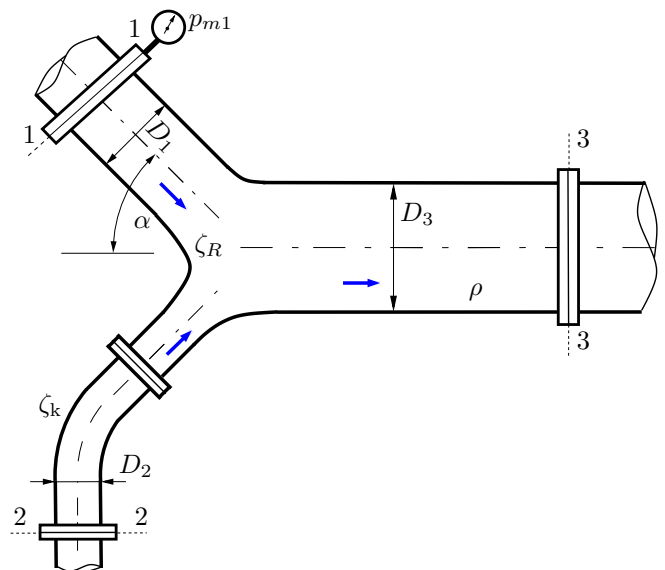
Одредити потребан запремински проток воде да би човек мировао у ваздуху на $H = 10 \text{ m}$ изнад површине воде (слика 7 б). Одредити коефицијент локалног отпора млазнице и снагу пумпе.

Решење:
$\dot{V} = 30,5 \text{ lit/s}$
$\zeta_m = 0,6$
$P_p = 14182,7 \text{ W}$



Слика 7. Задатак 7.

8. Одредити правац, смер и интензитет силе којом вода ($\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) делује на део цевовода који је ограничен пресецима 1-1, 2-2 и 3-3. Занемарити силу тежине воде у цевоводу и губитке на трење. Цевовод се налази у хоризонталној равни. Коефицијенти локалних отпора колена и рачве су: $\zeta_k = 0,3$ и $\zeta_R = 1,5$. У пресеку 1-1 натпритисак се мери манометром чије је показивање $p_{m1} = 30000 \text{ Pa}$. Познати су и следећи подаци: $D_1 = 150 \text{ mm}$, $D_2 = 100 \text{ mm}$, $D_3 = 180 \text{ mm}$, $\dot{V}_1 = 20 \frac{\text{lit}}{\text{s}}$, $\dot{V}_2 = 15 \frac{\text{lit}}{\text{s}}$, $\alpha = 45^\circ$, $p_a = 10^5 \text{ Pa}$. Вода тече у смеру који је назначен на слици.



Слика 8. Задатак 8.

Решење:

Посматра се контролна запремина која обухвата сложен цевовод између пресека 1-1, 2-2 и 3-3. Сила којом вода делује на зидове контролне запремине је према закону о промени количине кретања:

$$\vec{F} = \dot{m}_1 \vec{U}_1 + \dot{m}_2 \vec{U}_2 - \dot{m}_3 \vec{U}_3 + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{G} \quad (1)$$

Запремински проток \dot{V}_3 се добија из једначине континуитета за рачву:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2.$$

Масени протоци кроз одговарајуће деонице су:

$$\dot{m}_1 = \rho \dot{V}_1 = 20 \frac{\text{kg}}{\text{s}}, \quad \dot{m}_2 = \rho \dot{V}_2 = 15 \frac{\text{kg}}{\text{s}},$$

$$\dot{m}_3 = \rho \dot{V}_3 = 35 \frac{\text{kg}}{\text{s}}.$$

Када се једначина континуитета, за цев кружног попречног пресека, примени за све три деонице одређују се средње брзине струјања воде:

$$\dot{V}_1 = U_1 \frac{D_1^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_1 = \frac{4 \dot{V}_1}{D_1^2 \pi} = 1,132 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_2 = U_2 \frac{D_2^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_2 = \frac{4 \dot{V}_2}{D_2^2 \pi} = 1,91 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_3 = U_3 \frac{D_3^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_3 = \frac{4 \dot{V}_3}{D_3^2 \pi} = 1,375 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Бернулијева једначина од пресека 1-1 до пресека 3-3 гласи:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{U_1^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \frac{U_3^2}{2} + \zeta_R \frac{U_3^2}{2}$$

$$p_3 = p_a + p_{m1} + \rho \frac{U_1^2}{2} - \rho \frac{U_3^2}{2} (1 + \zeta_R) = 128277 \text{ Pa}$$

Напритисак у пресеку 3-3 износи:

$$p_{m3} = p_3 - p_a = 28277 \text{ Pa}$$

Притисак у пресеку 2-2 је могуће одредити из Бернулијево једначине од пресека 2-2 до пресека 3-3:

$$Y_2 = Y_3 + Y_{g2-3}$$

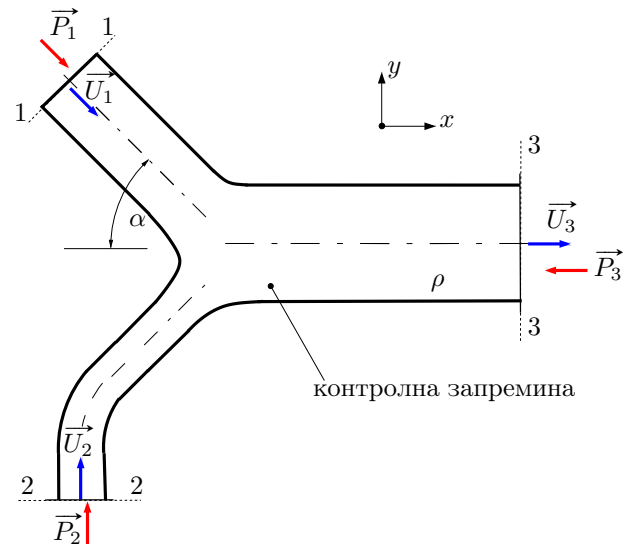
$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{U_2^2}{2} = \frac{p_a + p_{m3}}{\rho} + \frac{U_3^2}{2} + \zeta_k \frac{U_2^2}{2} + \zeta_R \frac{U_3^2}{2}$$

$$p_2 - p_a = p_{m3} + \rho \frac{U_3^2}{2} (1 + \zeta_R) + \rho \frac{U_2^2}{2} (\zeta_k - 1) = 29363 \text{ Pa} = p_{m2}.$$

Притисне силе којима одбачени делови флуида делују на флуид у контролној запремини преко карактеристичних пресека, износе:

$$P_1 = (p_1 - p_a) \frac{D_1^2 \pi}{4} = p_{m1} \frac{D_1^2 \pi}{4} = 530,1 \text{ N}$$

$$P_2 = (p_2 - p_a) \frac{D_2^2 \pi}{4} = p_{m2} \frac{D_2^2 \pi}{4} = 230,6 \text{ N}$$



$$P_3 = (p_3 - p_a) \frac{D_3^2 \pi}{4} = p_{m3} \frac{D_3^2 \pi}{4} = 719,6 \text{ N}$$

Сада су познате вредности свих физичких величина које се појављују у једначини 1. Пројекције ове векторске једначине на осе координатног система, гласе:

$$x: \quad F_x = \dot{m}_1 U_1 \cos \alpha + 0 - \dot{m}_3 U_3 + P_1 \cos \alpha + 0 - P_3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_x = -376,9 \text{ N}}$$

$$y: \quad F_y = -\dot{m}_1 U_1 \sin \alpha + \dot{m}_2 U_2 - 0 - P_1 \sin \alpha + P_2 + 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_y = -131,6 \text{ N}}$$

Интензитет резултујуће силе и угао под којим она делује износе:

$$\boxed{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 399,2 \text{ N}},$$

$$\boxed{\beta = \arctan \frac{F_y}{F_x} = 19,25^\circ}$$

