Сила притиска на равне површи

Може бити одређена следећим равноправним изразима:

$$\boxed{P = \rho g z_c A} \qquad \boxed{P = (p_c - p_a)A}$$

При чему су:

- ρ - густина флуида чије се дејство на равну површ одређује
- z_c - координата **тежишта** равне површи мерена од **нивоа слободне површи** течности
- A - површина равне површи на коју се одређује сила притиска
- p_c - **апсолутни** притисак у тежишту равне површи
- p_a - атмосферски притисак

Дакле, сила притиска делује у центру притиска D, а њен интензитет одређује се на основу натпритиска у тежишту C, који је одређен или као: $\rho g z_c$, или као: $p_c - p_a$. Положај центра притиска у односу на тежиште одређен је координатом Δv_c.

Правац силе притиска на равне површи је увек правац нормале на површ. Један од начина решавања задатака овог типа је: увек смер силе притиска претпоставити од течности ка равној површи, и положај центра притиска увек претпоставити испод тежишта површи. Уколико претпоставка није тачна, то ће бити показано негативном вредношћу интензитета силе притиска, ондносно негативном вредношћу координате Δv_c. У том случају препоручује се задржавање претпостављеног смера силе и негативне вредности интензитета силе, што ће довести до тачног решења. Исто се односи на претпоставку о позицији центра притиска и вредности координате Δv_c.

Координата Δv_c се може одредити следећим изразима:

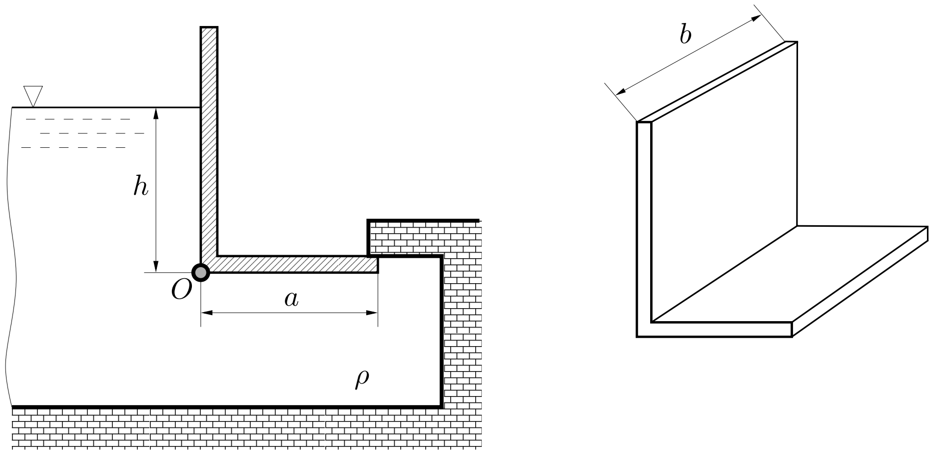
$$\Delta v_c = \frac{I_{c\xi}}{v_c A} = \frac{I_{c\xi \sin\alpha}}{z_c\, A} = \frac{I_{c\xi}\, \rho g \sin\alpha}{P}$$

где је $I_{c\xi}$ момент инерције површине A за тежишну осу ξ.

Често се у задацима посматра затварач који се налази на резервоару и поставља се питање под којим условима ће доћи до његовог отварања, или под којим условима ће он остати у затвореном положају. Препоручује се најпре посматрати затварач у затвореном положају, и извршити ослобађање од веза, тј. све везе затварача са околином заменити одговарајућим силама (посматра се затварач у затвореном положају, па постоји и сила реакције $\overrightarrow{N}$). Пошто се затварач посматра у стању мировања, важи да је сума свих сила које делују на њега једнака нули, и да је сума свих момената око изабране тачке једнака нули. Из ових услова добија се једначина у којој фигурише и сила реакције $\overrightarrow{N}$. Ако је у задатку постављен услов да затварач буде у затвореном положају, то значи да мора постојати сила реакције, па је услов $\boxed{N > 0}$, а ако је постављен услов да дође до отварања затварача, у једначину се уводи услов $\boxed{N = 0}$. Овакав начин решавања биће примењен на наредне задатке.

---

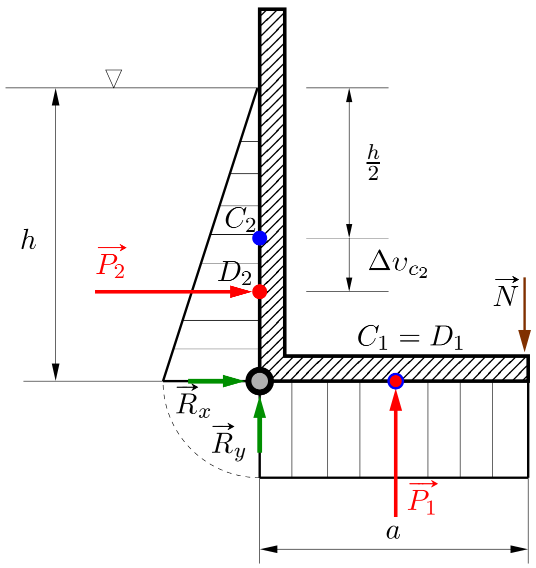
1. Угласти затварач приказан на слици, ширине b (управно на раван цртежа) затвара отвор у резервоару у коме се налази течност густине ρ, и може да се обрће без трења око осовине O. Ако је $a = 0,5\,\mathrm{m}$, одредити минималну вредност висине h при којој ће доћи до отварања затварача. Занемарити његову тежину.



$\boxed{\text{Решење}}$

Посматра се затварач у затвореном положају. Врши се ослобађање од веза, на затварач делују силе у ослонцу (осовина O), сила $\overrightarrow{N}$ којом зид делује на затварач, и силе притиска којима флуид делује на затварач. Оквашене су две равне површине затварача, за сваку од њих се посебно одређује сила притиска.

На хоризонталну оквашену површ делује непрекидно, **равномерно** опетећење ($z = \text{const} \rightarrow p = \text{const}$), па резултујућа сила притиска $\overrightarrow{P_1}$ која представља то оптерећење делује у тежишту површи, односно, центар притиска се налази у тежишту ($C_1 = D_1$, $\Delta v_{c_1} = 0$). На вертикалној оквашеној површи оптерећење је непрекидно, **неравномерно**, па резултујућа сила притиска $\overrightarrow{P_2}$ делује у центру притиска који је измештен у односу на тежиште за Δv_{c_2} (слика). Сила $\overrightarrow{N}$ је усмерена од флуида ка затварачу.



Да би се неутралисале непознате силе у ослонцу, користи се услов да је сума свих момената око осовине O једнака нули. За позитиван смер момента усваја се позитиван математички смер (супротно од смера казаљке на сату). Крак сила које делују у оснонцу је једнак нули, па и момент који оне праве око осовине O. Следи једначина:

$$\sum M_0 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad P_1 k_1 - P_2 k_2 - N k_N = 0$$

Са k_i су означени краци одговарајућих сила. Са слике се види да је $k_1 = \frac{a}{2}$ и $k_2 = \frac{a}{2} - \Delta v_c$. Услов да дође до отварања је $\boxed{N = 0}$. Из претходне једначине тада следи:

$$P_1 \frac{a}{2} - P_2 \left(\frac{h}{2} - \Delta v_{c_2} \right) = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{P_1 \frac{a}{2} = P_2 \left(\frac{h}{2} - \Delta v_{C_2} \right)} \tag{1}$$

Силе притиска су:

$$P_1 = (p_{c_1} - p_a)A_1 = (p_a + \rho g h - p_a)ab = \rho g h a b$$

$$P_2 = (p_{c_2} - p_a)A_2 = (p_a + \rho g\frac{h}{2} - p_a)bh = \rho g\frac{h^2}{2}b$$

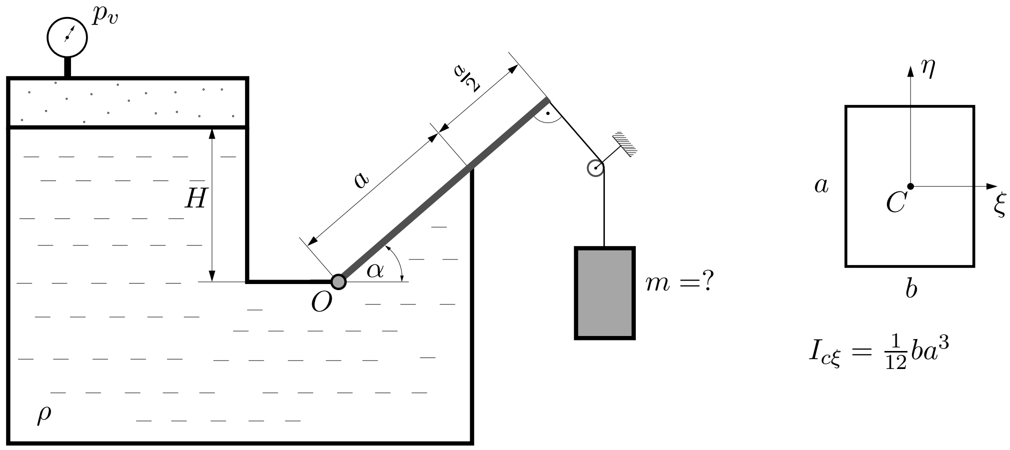
Положај центра притиска у односу на тежиште C_2 се може одредити на основу следећег израза:

$$\Delta v_{c_2} = \frac{I_{c\xi}\rho g \sin\alpha}{P_2}\,; \qquad I_{c\xi} = \frac{1}{12}bh^3\,; \qquad \alpha = 90^\circ; \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{\Delta v_{c_2} = \frac{h}{6}}$$

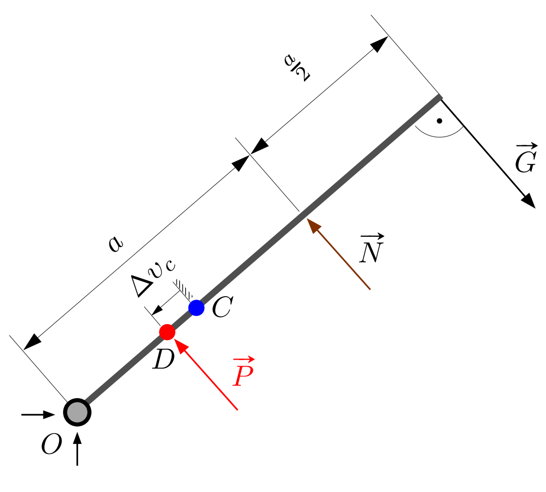
Када се добијени изрази за P_1, P_2 и Δv_{C_2} уврсте у израз (1), добија се вредност висине h при којој долази до отварања $h = a\sqrt{3}$. Најмања вредност висине при којој ће доћи до отварања је $\boxed{h = a\sqrt{3} = 0{,}866\,\mathrm{m}}$. Резервоар ће бити отворен ако висина h испњава услов $h \geq 0,866\,\mathrm{m}$.

---

2. Резервоар приказан на слици затворен је правоугаоним затварачем димензија $b = 0{,}8\,\mathrm{m}$ (управно на раван цртежа) и $\frac{3}{2}a$ ($a = 1\,\mathrm{m}$), који може без трења да се обрће око осовине O. У затвореном положају затварач се налази под углом $\alpha = 45^\circ$ у односу на хоризонталу. На једном крају затварача, преко лаког канапа, прикачен је тег. Одредити масу тега која је довољна да отвор буде затворен. Познати су и следећи подаци: $H = 1{,}2\,\mathrm{m}$, $\rho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ и потпритисак у гасу $p_v = 5\,\mathrm{kPa}$.



Решење



Посматра се затварач у затвореном положају, затим се ослобађа од веза, а силе које делују на њега су: силе у ослонцу (осовина O), сила притиска флуида $\vec{P}$, сила реакције $\vec{N}$ и сила којом тег делује преко лаког ужета (сила тежине тега $\vec{G}$). Затварач се налази у стању мировања. Због непознатих сила у ослонцу, користи се услов да је сума момената око осовине O једнака нули (тиме су елиминисане силе у ослонцу, јер је њихов крак једнак нули). За позитиван смер момента се користи смер супротан од смера кретања казаљке на сату.

$$\sum M_0 = Pk_P + Nk_N - Gk_G = 0 \qquad \Rightarrow \qquad Nk_N = Gk_G - Pk_P$$

Услов да отвор буде затворен је $\boxed{N > 0}$, па претходни израз постаје:

$$Gk_G - Pk_P > 0 \qquad \Rightarrow \qquad Gk_G > Pk_P.$$

Са слике се види да кракови сила имају следеће вредности: $k_G = \frac{3}{2}a$ и $k_P = \frac{a}{2} - \Delta\upsilon_c$. Следи:

$$\boxed{m > \frac{2}{3ag}P\left(\frac{a}{2} - \Delta\upsilon_c\right)} \tag{2}$$

Непознате величине у претходном изразу су сила притиска P и релативни положај центра притиска у односу на тежиште $\Delta\upsilon_c$.

Апсолутни притисак у гасу износи $p_a - p_v$, па се може одредити вредности апсолутног притиска у тежишту оквашеног дела равне површи, а на основу ње и интензитет силе притиска:

$$p_c = p_a - p_v + \rho g H - \rho g \tfrac{a}{2}\sin\alpha$$
$$P = (p_c - p_a)A = \left[-p_v + \rho g\left(H - \tfrac{a}{2}\sin\alpha\right)\right]ab = \boxed{2642{,}9\,\mathrm{N}}$$

Релативни положај центра притиска у односу на тежиште је:

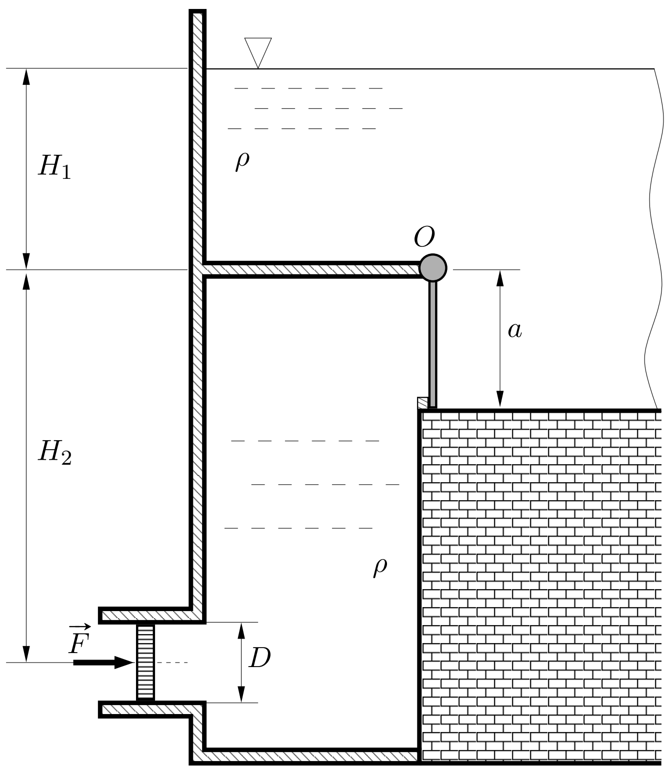
$$\Delta\upsilon_c = \frac{I_{c\xi}\sin\alpha\,\rho g}{P} = \frac{\frac{1}{12}ba^3\sin\alpha\,\rho g}{P} = \boxed{0{,}17498\,\mathrm{m}}$$

Коначно, из израза (2) следи услов за масу тега који обезбеђује да затварач буде у затвореном положају:

$$\boxed{m > 58{,}376\,\mathrm{kg}.}$$

---

3. У преграђеном зиду између два резервоара са водом густине $\rho = 1000\mathrm{kg/m^3}$, налази се затварач облика квадрата странице $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$. Затварач је обртан око осовине која пролази кроз тачку O. У доњем резервоару се обезбеђује натпритисак деловањем силе $F = 140\,\mathrm{N}$ на клип пречника $D = 50\,\mathrm{mm}$. Одредити висину H_1 потребну да затварач остане у затвореном положају. Позната је висина $H_2 = 5\,\mathrm{m}$. Атмосферски притисак износи $p_a = 10^5\,\mathrm{Pa}$. Тежишни момент инерције за квадрат гласи: $I_{c,\xi} = \frac{1}{12}a^4$.



Решење

Затварач који се налази у затвореном положају се ослобађа од веза. На њега делују силе у ослонцу O, сила реакције граничника $\vec{N}$, и силе притиска воде са обе стране.

Моментна једначина за тачку O гласи:

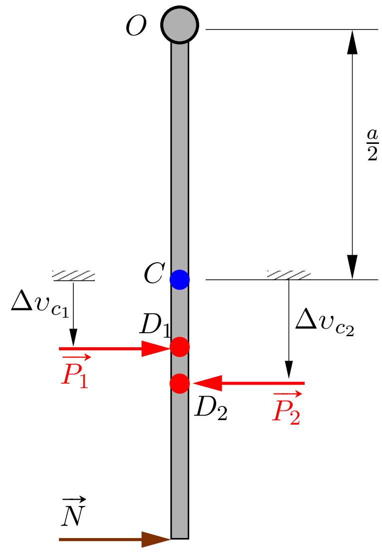
$$Nk_N + P_1 k_{P_1} - P_2 k_{P_2} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad Nk_N = P_2 k_{P_2} - P_1 k_{P_1}.$$

Услов да затварач остане у затвореном положају је постојање силе реакције $\boxed{N > 0}$, па из претходног израза следи:

$$P_2 k_{P_2} > P_1 k_{P_1}.$$

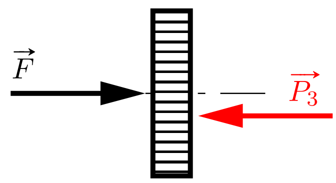
Са слике се види да је $k_{P_1} = \frac{a}{2} + \Delta v_{c_1}$ и $k_{P_2} = \frac{a}{2} + \Delta v_{c_2}$.

$$\boxed{P_2\left(\frac{a}{2} + \Delta v_{c_2}\right) > P_1\left(\frac{a}{2} + \Delta v_{c_1}\right)} \tag{3}$$



У претходном изразу су непознати интезитети сила притиска и растојања центара притиска од тежишта. Обе силе притиска ће се одредити тако као да се са друге стране затварача налази ваздух на атмосферском притиску, тј. према изразу $P = (p_c - p_a)A$. У тежишту затварача, са две стране владају различите вредности притиска, па се користе ознаке p_{c1} и p_{c2}.

Најпре се одређује сила притиска $P_1 = (p_{c1} - p_a)A$. Поље притиска у доњем резервоару се одређује из услова мировања клипа. Сума свих сила које делују на клип у хоризонталном правцу је једнака нули, а то су сила F и сила притиска флуида P_3, па следи да су ове супротносмерне силе једнаке по интензитету $F = P_3$.



$$F = (p_{c3} - p_a)A_k = (p_{c3} - p_a)\frac{D^2\pi}{4} \qquad \Rightarrow \qquad p_{c3} = p_a + \frac{4F}{D^2\pi} = \boxed{171301,4\,\mathrm{Pa}}$$

Након одређивања притиска у тежишту клипа (p_{c3}), могуће је одредити притисак у тежишту затварача, са његове леве стране:

$$p_{c1} = p_{c3} - \rho g H_2 + \rho g\frac{a}{2} = \boxed{124703,9\,\mathrm{Pa}.}$$

Сила притиска којом вода из доњег резервоара делује на затварач износи:

$$P_1 = (p_{c1} - p_a)a^2 = \boxed{6175,98\,\mathrm{N}},$$

а положај центра притиска D_1 у односу на тежиште C одређен је координатом:

$$\Delta v_{c_1} = \frac{I_{c\xi}\sin 90^\circ\,\rho g}{P_1} = \frac{\frac{1}{12}a^4\rho g}{P_1} = \boxed{0,008273\,\mathrm{m}.}$$

Сила притиска коју ствара вода из горњег резервоара је:

$$P_2 = (p_{c2} - p_a)A = \left(p_a + \rho g H_1 + \rho g\frac{a}{2} - p_a\right)A \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_2 = \rho g\left(H_1 + \frac{a}{2}\right)a^2}. \tag{4}$$

Растојање центра притиска D_2 од тежишта C је:

$$\Delta v_{c_2} = \frac{I_{c\xi}\sin 90^\circ \rho g}{P_2} = \frac{\frac{1}{12}a^4\rho g}{\rho g\left(H_1 + \frac{a}{2}\right)a^2} = \boxed{\frac{a^2}{12\left(H_1 + \frac{a}{2}\right)}}. \tag{5}$$

Када се изрази (4), (5) врате у израз (3) следи:

$$\rho g\left(H_1+\frac{a}{2}\right)a^2\left[\frac{a}{2}+\frac{a^2}{12\left(H_1+\frac{a}{2}\right)}\right]>P_1\left(\frac{a}{2}+\Delta\upsilon_{c_1}\right)$$

Након срећивања израза добија се:

$$H_1>\frac{2P_1}{a^3\rho g}\left(\frac{a}{2}+\Delta\upsilon_{c_1}\right)-\frac{a}{6}-\frac{a}{2}>\boxed{2{,}268\,\mathrm{m}}.$$

Задатак се могао довести до краја и у општим бројевима:

$$p_{c3}=p_a+\frac{4F}{D^2\pi}$$

$$p_{c1}=p_a+\frac{4F}{D^2\pi}-\rho gH_2+\rho g\frac{a}{2}$$

$$\boxed{P_1=\left(\frac{4F}{D^2\pi}-\rho gH_2+\rho g\frac{a}{2}\right)a^2} \qquad \boxed{\Delta\upsilon_{c_1}=\frac{I_{c\xi}\rho g\sin\alpha}{P_1}}$$

$$p_{c2}=p_a+\rho gH_1+rhog\frac{a}{2}$$

$$\boxed{P_2=\left(\rho gH_1+\rho g\frac{a}{2}\right)a^2} \qquad \boxed{\Delta\upsilon_{c_2}=\frac{I_{c\xi}\rho g\sin\alpha}{P_2}}$$

Када се ове једначине уврсте у моментну једначину (3) следи:

$$P_2\frac{a}{2}+P_2\frac{I_{c\xi}\rho g\sin\alpha}{P_2}>P_1\frac{a}{2}+P_1\frac{I_{c\xi}\rho g\sin\alpha}{P_1}$$

$$P_2\frac{a}{2}>P_1\frac{a}{2}$$

$$\left(\rho gH_1+\rho g\frac{a}{2}\right)a^2>\left(\frac{4F}{D^2\pi}-\rho gH_2+\rho g\frac{a}{2}\right)a^2$$

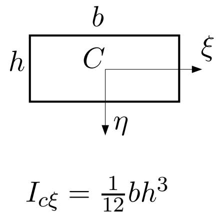
$$\rho gH_1+\cancel{\rho g\frac{a}{2}}>\frac{4F}{D^2\pi}-\rho gH_2+\cancel{\rho g\frac{a}{2}}$$

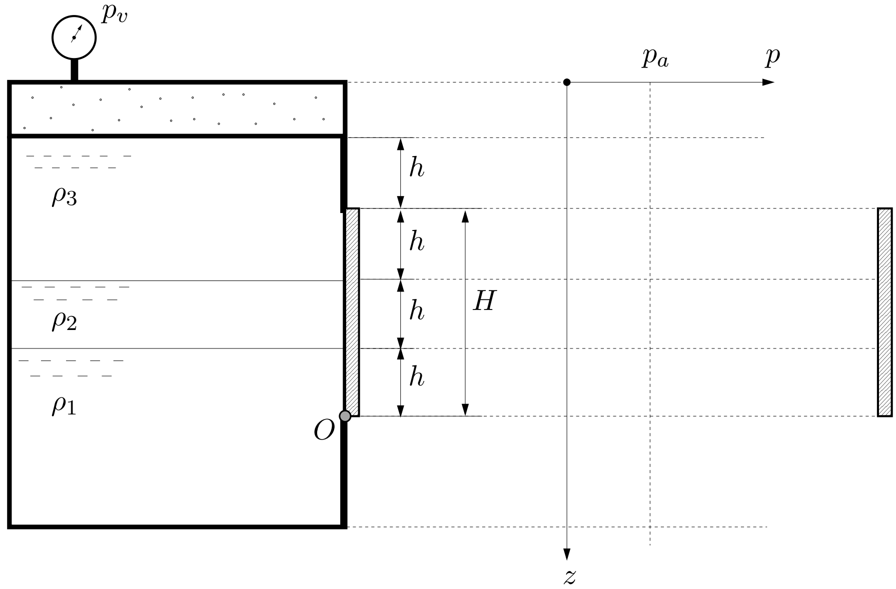
$$H_1>\frac{4F}{D^2\pi\rho g}-H_2$$

$$\boxed{H_1>2{,}268\,\mathrm{m}} \tag{6}$$

---

4. Одредити силу притиска којом течности делују на поклопац који затвара правоугаони отвор димензија $H = 3\,\mathrm{m}$, $b = 2\,\mathrm{m}$ (управно на раван цртежа), ако су познати следећи подаци: $h = 1\,\mathrm{m}$, $\rho_1 = 1200\,\mathrm{kg/m^3}$, $\rho_2 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, $\rho_3 = 900\,\mathrm{kg/m^3}$ и вредност потпритиска у гасу мерена вакуум-метром $p_v = 0{,}2\,\mathrm{bar}$. Поклопац може да се обрће око осовине O, да ли ће у овом случају доћи до отварања поклопца? Доказати. Одредити ниво слободне површи течности густине ρ_2. На дијаграму десно од слике скицирати промену апсолутног притиска од врха до дна резервоара. На основу скициране расподеле притиска означити на поклопцу (скроз десно) стварни смер сила притиска и стварни положај центара притиска за све три течности.



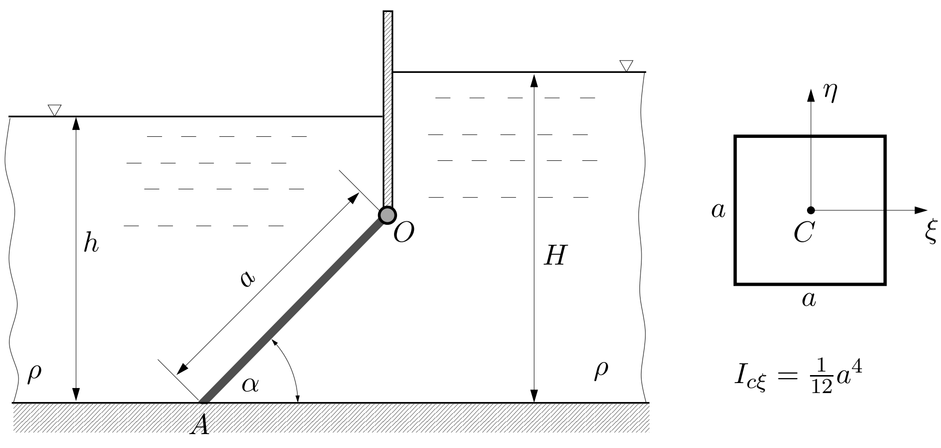


Решење

Силе имају следеће вредности: $P_3 = -13513\,\mathrm{N}$, $P_2 = 5126\,\mathrm{N}$, $P_1 = 26708\,\mathrm{N}$, па укупна сила има вредност $P = 18321\,\mathrm{N}$ и усмерена је од течности ка поклопцу, али до његовог отварања неће доћи, што се може доказати коришћењем моментне једначине за тачку O.

---

5. Отвор при дну преградног зида између два велика резервоара затворен је затварачем облика квадрата странице $a = 1\,\mathrm{m}$ и масе $m = 25\,\mathrm{kg}$, на начин приказан на слици. Затварач се у тачки A ослања на дно суда, и он може без трења да се обрће око осовине O. Одредити минималну вредност висине H при којој ће доћи до обртања затварача. Дати су и следећи подаци: $\rho = 1000\,\mathrm{kg\ m^3}$, $h = 1{,}5\,\mathrm{m}$ и $\alpha = 45°$.

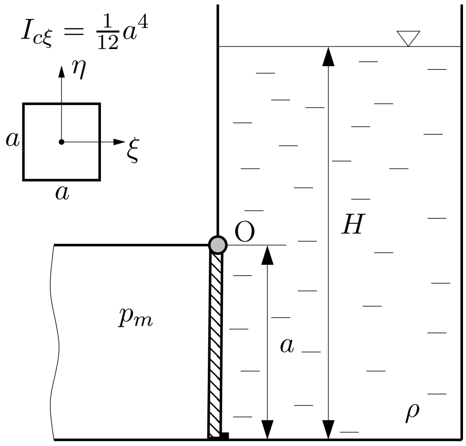


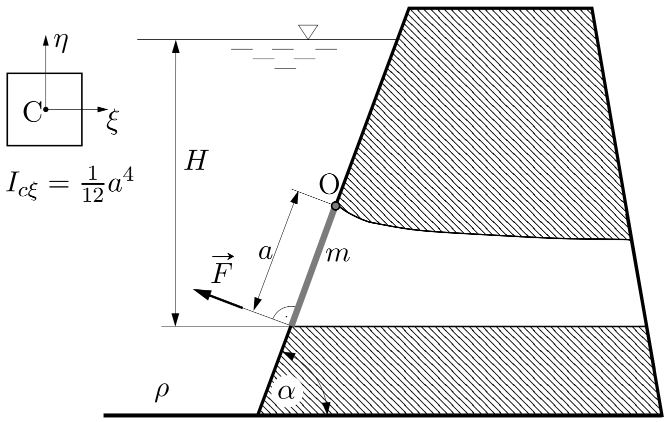
Решење: $H = 1{,}518\,\mathrm{m}$.

---

6. Поклопац квадратног попречног пресека затвара излаз из резервоара у коме се налази вода. Са друге стране поклопца налази се ваздух под натпритиском p_m. Поклопац може да се обрће око осовине O. Одредити услов за вредност натпритиска у ваздуху p_m тако да отвор буде затворен. Познате су вредности $H = 3\,\mathrm{m}$, $a = 1\,\mathrm{m}$, $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

$\boxed{\text{Решење: } p_m > 26160\mathrm{Pa}}$





7. На слици је приказана брана која задржава воду ($\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$) у акумулационом језеру. На брани се налази затварач облика квадрата странице $a = 1\,\mathrm{m}$, који може да се обрће око осовине O. Оквашена страна бране се налази под углом $\alpha = 70^\circ$ у односу на хоризонталу. **(а)** Ако је дубина $H = 2{,}5\mathrm{m}$, одредити силу којом вода делује на затварач. **(б)** Одредити минималну вредност интензитета силе $\vec{F}$ којом треба деловати на затварач тако да дође до његовог отварања (обртања око осовине O). Маса затварача је $m = 120\,\mathrm{kg}$.

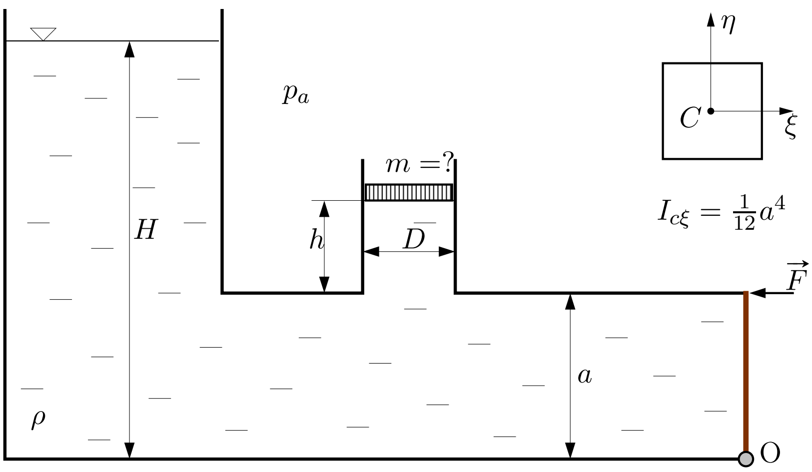
$\boxed{\text{Решење: } F = 10927{,}4\,\mathrm{N}}$

---

8. На слици је приказан резервоар у коме вода мирује ($\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$). Леви део резервоара је отворен ка атмосфери и ниво воде у њему износи $H = 1{,}5\,\mathrm{m}$. У цилиндричном делу резервоара пречника $D = 200\,\mathrm{mm}$ се налази клип масе m, на висини $h = 200\,\mathrm{mm}$.

(а) Одредити масу клипа који се налази у стању мировања.

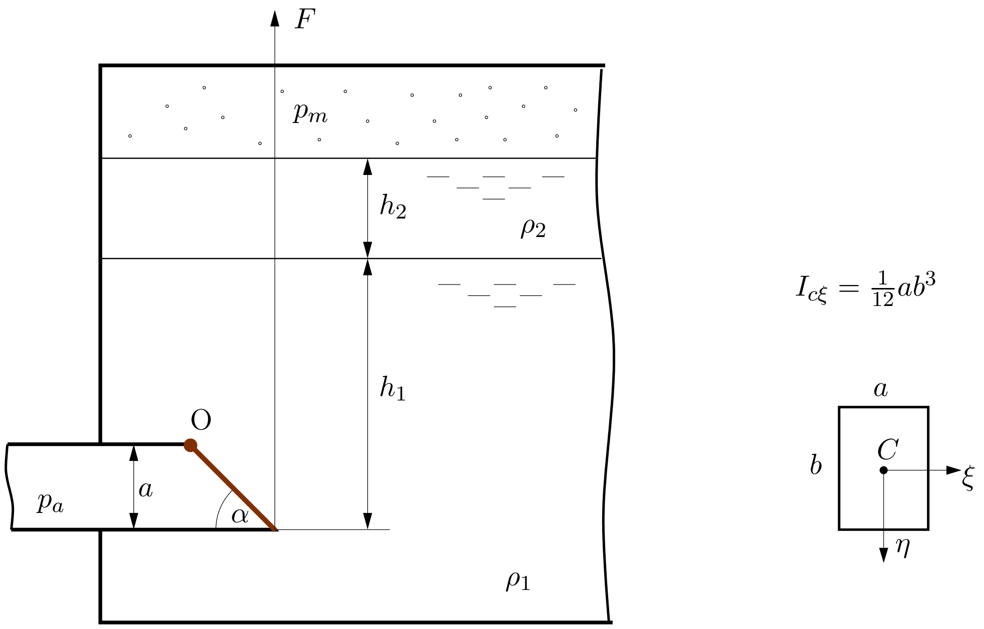
(б) Резервоар има и бочни отвор који је затворен квадратним затваречем странице $a = 500\,\mathrm{mm}$. Затварач може да се обрће око осовине O. Одредити интензитет силе F којом је потребно деловати да би отвор био затворен.



$\boxed{\text{Решење: } m = 25{,}13\,\mathrm{kg},\ F > 1430{,}6\,\mathrm{N}}$

---

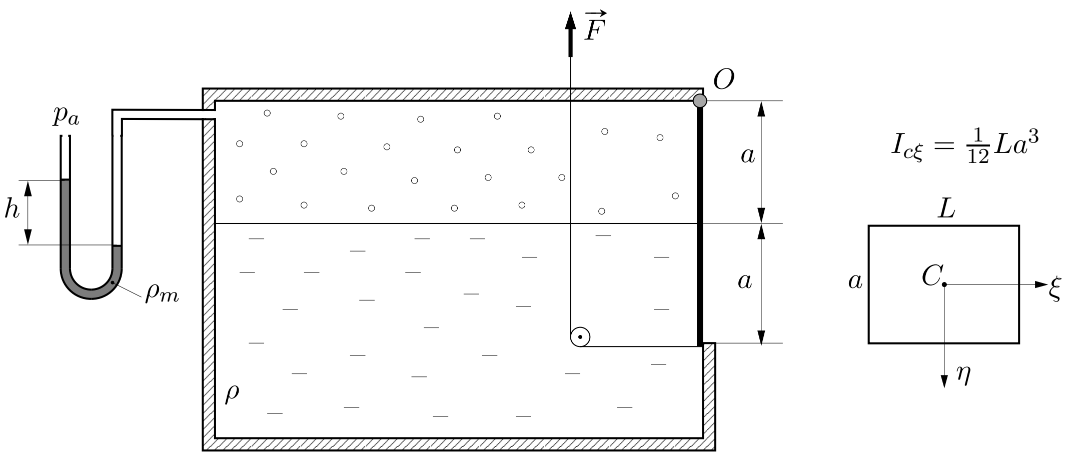
9. Поклопац занемарљиво мале тежине затвара излаз из великог резервоара у одводни канал квадратног попречног пресека $a = 0{,}2\,\mathrm{m}$. Поклопац са хоризонталом заклапа угао $\alpha = 45°$. Он се може обртати око осовине O без трења. У резервоару се налазе две течности које се не мешају, густина: $\rho_1 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, $\rho_2 = 900\,\mathrm{kg/m^3}$. У гасу изнад течности влада натпритисак $p_m = 5\,\mathrm{kPa}$. Ако су познате висине $h_1 = 2\,\mathrm{m}$ и $h_2 = 0{,}5\,\mathrm{m}$ израчунати најмању силу у ужету $\vec{F}$ којом је потребно деловати да би дошло до отварања поклопца.



Решење: $F = 1133{,}9\,\mathrm{N}$

---

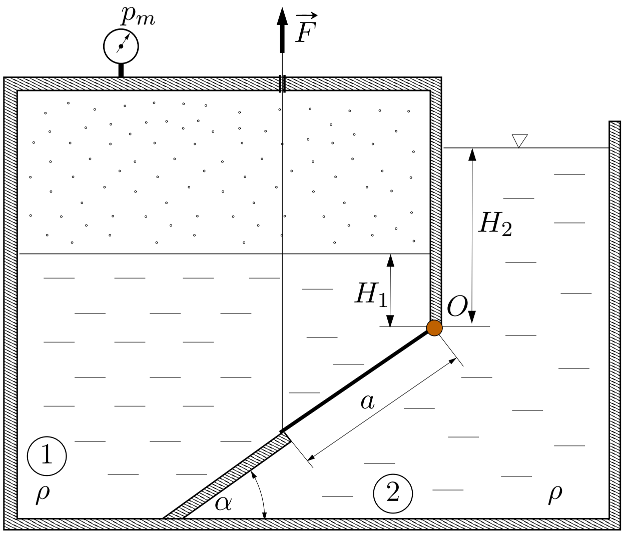
10. На слици је приказан резервоар у коме се налазе гас и вода густине $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. Притисак у гасу се мери помоћу диференцијалног манометра („У”-цеви) чије је показивање $h = 0{,}2\,\mathrm{m}$. Манометарска течност је жива густине $\rho_m = 13600\,\mathrm{kg/m^3}$. Затварач облика правоугаоника димензија $2a = 2\,\mathrm{m}$ и $L = 1{,}5\,\mathrm{m}$ (управно на раван цртежа), може да се обрће око осовине O. Одредити најмању вредност силе $\vec{F}$ којом треба деловати на уже да би дошло до отварања разервоара.

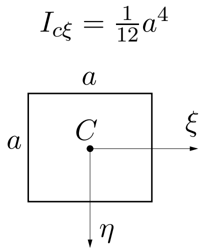


Решење: $F = 46156\,\mathrm{N}$

---

11. У преградном зиду резервоара се налази квадратни затварач странице $a = 1\,\mathrm{m}$ који може да се обрће око осовине O. Са обе стране преградног зида се налази вода ($\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$). Одредити најмањи интензитет силе F која је потребна да дође до отварања затварача ако су познати следећи подаци: $H_1 = 0{,}3\,\mathrm{m}$, $H_2 = 1\,\mathrm{m}$, $\alpha = 60°$, $p_m = 10\,\mathrm{kPa}$.

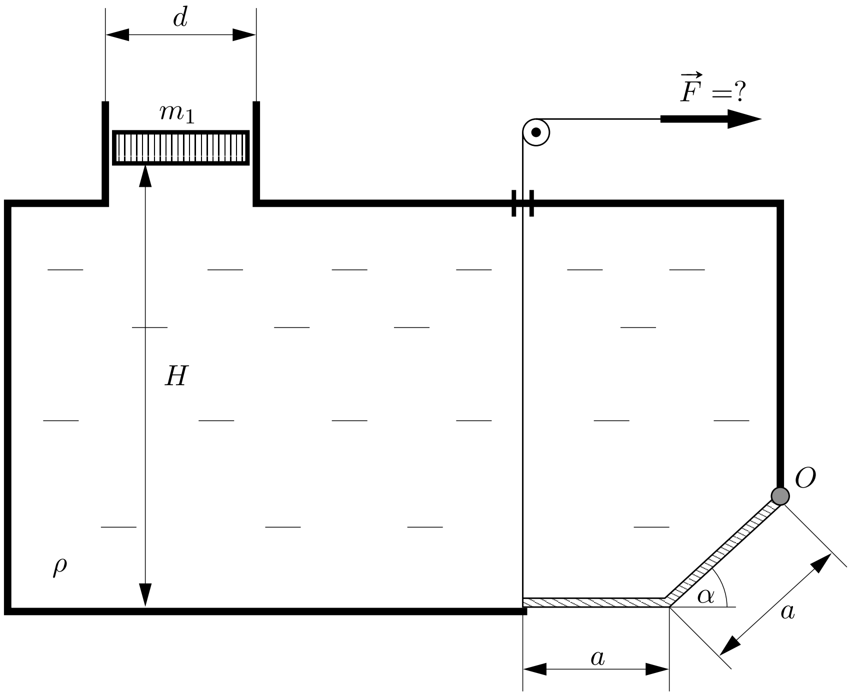


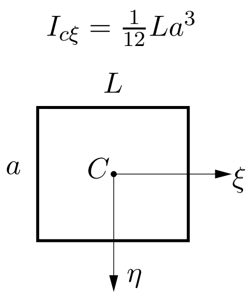


Решење: $F = 3133\,\mathrm{N}$

---

12. На слици је приказан резервоар испуњен водом густине $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. На врху резервоара се налази клип масе $m_1 = 20\,\mathrm{kg}$ и пречника $d = 0{,}5\,\mathrm{m}$, који мирује. Одредити услов за вредност силе $\vec{F}$ којом је потребно деловати на канап да би дошло до отварања угластог затварача, који може да се обрће око осовине O. Тежину затварача занемарити. Димензија затварача управно на раван цртежа је $L = 2\,\mathrm{m}$. Познати су и следећи подаци: $a = 1\,\mathrm{m}$, $H = 2{,}5\,\mathrm{m}$, $\alpha = 45°$. Одредити ниво слободне површи воде.

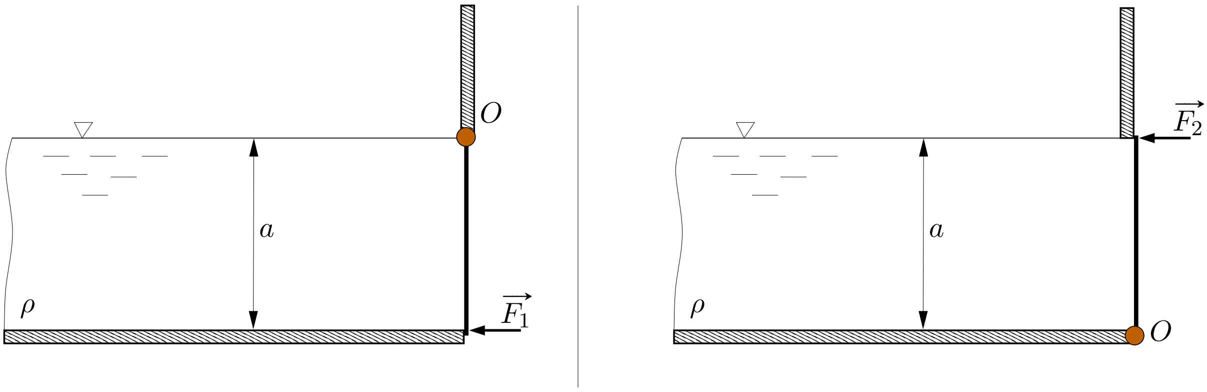




Решење: $F > 49693{,}7\,\mathrm{N}$

---

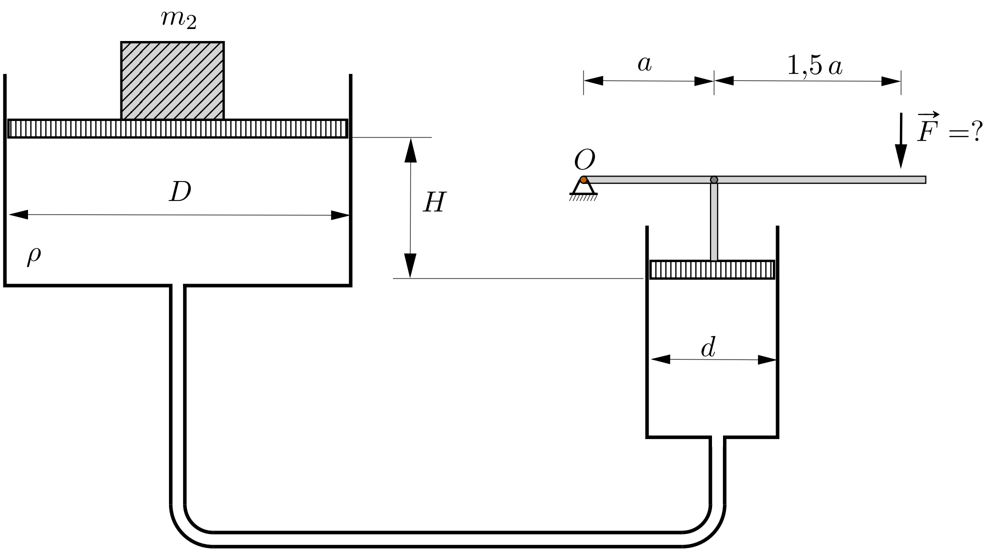
13. На резервоару у којем се налази вода постоји отвор квадратног попречног пресека, странице a. Затварач, који онемогућава води да изађе из резервоара, може да се обрће око осовине O, која може бити постављена на горњој или на доњој ивици затварача, као што је приказано на слици. Ако се са $\overrightarrow{F_1}$ и $\overrightarrow{F_2}$ означе силе којима је потребно деловати на поклопац да би он био у затвореном положају, одредити њихов однос.



Решење: $F_1/F_2 = 2$

---

14. На слици је приказан хидраулични систем који је испуњен уљем густине $\rho = 900\,\mathrm{kg/m^3}$. У цилиндру пречника $D = 700\,\mathrm{mm}$ се налази клип са теретом масе $m_2 = 1000\,\mathrm{kg}$. У мањем цилиндру пречника $d = 300\,\mathrm{mm}$ се налази клип који је спојен са полугом. Ако се тежине клипова могу занемарити, одредити вредност силе F при којој ће систем бити у стању равнотеже. Висинка разлика износи $H = 500\,\mathrm{mm}$.

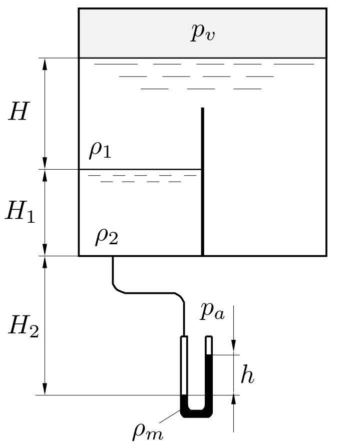


Решење: $F = 845,6\,\mathrm{N}$, то је сила тежине тега масе $m_1 \approx 86\,\mathrm{kg}$.

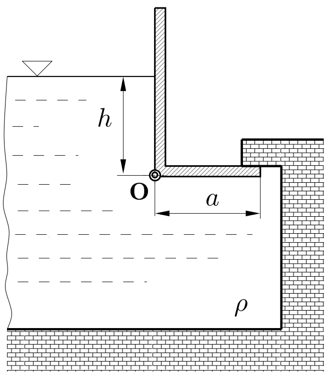
Мировање флуида

9. Резервоар подељен је преградом занемарљиве дебљине на два дела (слика 4). У резервоару се налазе две течности густина $\rho_1 = 800\,\mathrm{kg/m^3}$ и $\rho_2 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. Одредити висину H ако су познати следећи подаци: $\rho_m = 13600\,\mathrm{kg/m^3}$, $H_1 = 0.6\,\mathrm{m}$, $H_2 = 1.2\,\mathrm{m}$, $h = 50\,\mathrm{mm}$ и $p_v = 0.2\,\mathrm{bar}$.

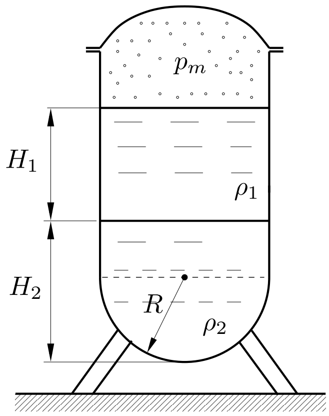
10. Угласти затварач приказан на слици 5 и ширине b (управно на раван цртежа) затвара отвор у резервоару у коме се налази течност густине ρ и може да се окреће без трења око осовине O. Ако је $a = 0.5\,\mathrm{m}$, одредити при којој висини h ће доћи до отварања затварача. Занемарити његову тежину.



Слика 4



Слика 5

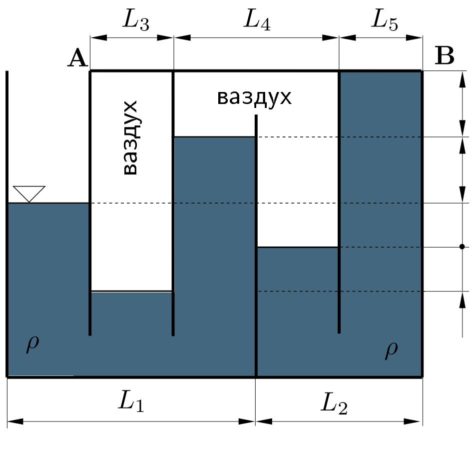


Слика 6

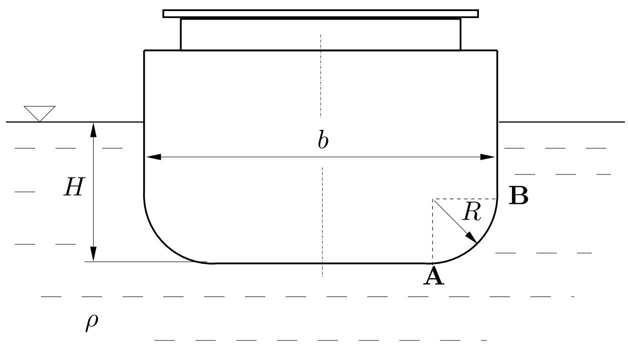
11. На слици 6 је приказан резервоар у коме се налазе две течности густина $\rho_1 = 800\,\mathrm{kg/m^3}$, $\rho_2 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. Познати су и следећи подаци: $p_m = 5\,\mathrm{kPa}$, $H_1 = 2\,\mathrm{m}$, $H_2 = 1.5\,\mathrm{m}$, $R = 1\,\mathrm{m}$. Одредити положај слободне површи течности густине ρ_2, и силу притиска на дно суда облика полусфере.

12. На слици 7 је приказан један резервоар облика квадра са преградним зидовима. Познати су следећи подаци: $h_1 = h_2 = 1.8\,\mathrm{m}$, $h_3 = h_4 = 1\,\mathrm{m}$, $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, $L_1 = 3\,\mathrm{m}$, $L_2 = L_4 = 2\,\mathrm{m}$, $L_3 = L_5 = 1\,\mathrm{m}$. и $b = 1\,\mathrm{m}$ (ширина суда, димензија управна на раван цртежа). Одредити укупну силу притиска на поклопац AB.

13. На слици 8 је приказан танкер који плива у морској води ($\rho = 1200\,\mathrm{kg/m^3}$). Маса танкера је $m = 100000\,\mathrm{t}$, ширина $b = 30\,\mathrm{m}$, а његов газ $H = 16\,\mathrm{m}$. Одредити дужину танкера L (димензија управна на раван цртежа), као и интензитет, правац и смер силе притиска на површ AB (четвртина омотача цилиндра полупречника $R = 1.5\,\mathrm{m}$).

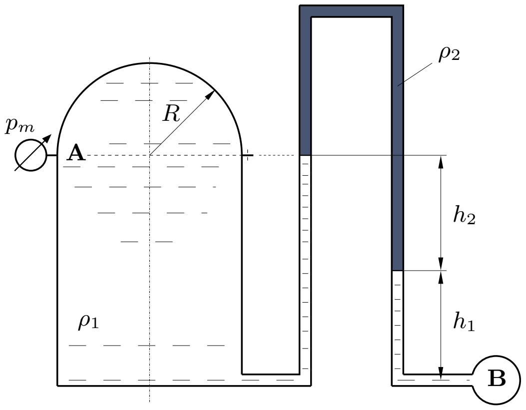


Слика 7

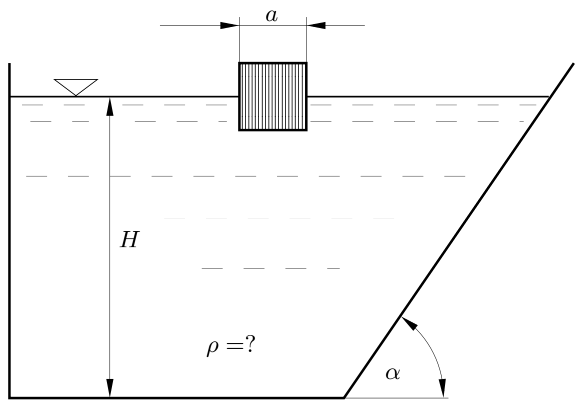


Слика 8

14. Затворени цилиндрични суд са полусферним поклопцем полупречника $R = 1\,\mathrm{m}$ помоћу обрнуте U цеви је повезан са цеви B у којој се налази течност у стању мировања (цев је постављена управно на раван цртежа), слика 9. У једном делу U цеви се налази алкохол ($\rho_2 = 800\,\mathrm{kg/m^3}$), док се у осталим деловима система налази вода ($\rho_1 = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$). Ако је показивање манометра у тачки A $p_m = 60\,\mathrm{kPa}$, а висине стубова течности $h_1 = 3\,\mathrm{m}$ и $h_2 = 2\,\mathrm{m}$ одредити: (а) вредност надпритиска у цеви B; (б) силу притиска која делује на поклопац суда.



Слика 9



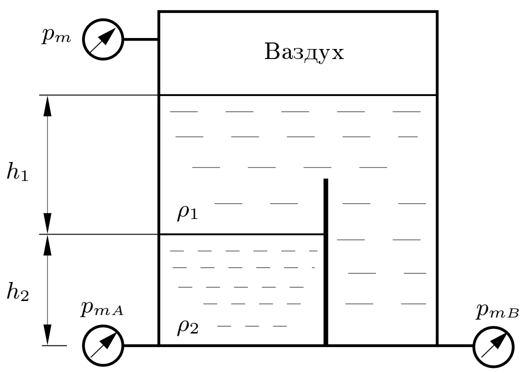
Слика 10

15. Хомогена коцка, странице $a = 30\,\mathrm{cm}$, масе $m = 10.8\,\mathrm{kg}$, плива потопљена до половине своје запремине у течности која се налази у великом отвореном резервоару, слика 10. Ако је течност у резервоару насута до висине $H = 2\,\mathrm{m}$ одредити интензитет и положај нападне тачке силе притиска течности на коси зид резервоара ($\alpha = 60°$). Ширина суда (димензија управна на раван цртежа) је $b = 1\,\mathrm{m}$.

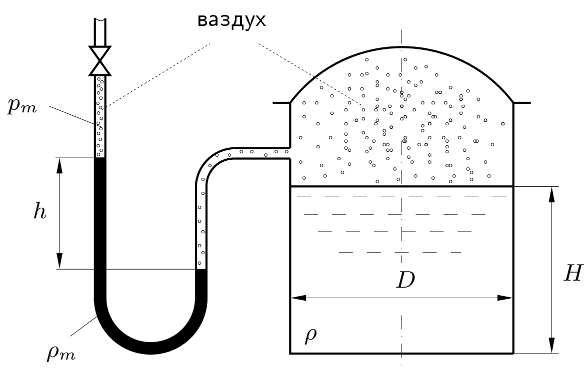
16. Две кугле једнаких пречника, $d = 1.2\,\mathrm{m}$, и тежина $G_1 = 12\,\mathrm{kN}$ и $G_2 = 4\,\mathrm{kN}$, спојене су ужетом. Ако се ове кугле ставе у воду ($\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$), одредити силу затезања у ужету T, као и колики се део запремине лакше кугле налази изнад нивоа слободне површи.

17. У резервоару приказаном на слици 11 налазе се две течности густина $\rho_1 = 800\,\mathrm{kg/m^3}$ и $\rho_2 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. Ако су показивања манометара $p_m = 5\,\mathrm{kPa}$, $p_{mA} = 10.866\,\mathrm{kPa}$, а висина $h_2 = 200\,\mathrm{mm}$, израчунати висину h_1 као и показивање манометра p_{mB}.

18. У цилиндричном суду пречника $D = 1\,\mathrm{m}$ налази се вода $\rho = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ (слика 12). На суд је повезан диференцијални манометар (U у коме се налази жива густине $\rho_m = 13600\,\mathrm{kg/m^3}$). Израчунати силу притиска на дно суда ако су познати и следећи подаци: $p_m = 10\,\mathrm{kPa}$, $h = 100\,\mathrm{mm}$ и $H = 1.5\,\mathrm{m}$.



Слика 11



Слика 12

Одређивање сила притиска на криве површи методом потиска и методом равнотеже течности

Најпре се уочи и издвоји крива површ за коју је потребно одредити силу притиска. Затим се крива површ затвара додавањем једне или више равних површи, чиме се добија издвојена запремина V. Ако се флуид, чије дејство на криву површ је потребно одредити, налази изван запремине V користи се метода потиска, а ако се флуид налази унутар запремине V за решавање се користи метода равнотеже течности.

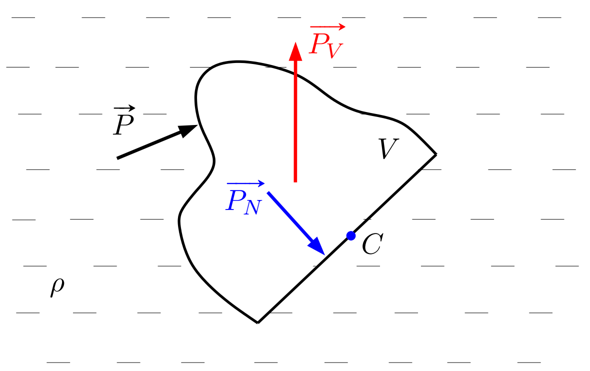
Метода потиска

Запремина V која је добијена додавањем равних површи, представља тело које је потпуно потопљено у флуид чије дејство на криву површ треба одредити. Посматрају се: Архимедова сила потиска $\overrightarrow{P_V}$, тражена сила притиска на криву површ $\vec{P}$, и силе притиска на уведеним равним површима $\overrightarrow{P_N}$ које су усмерене из унутрашњости запремине V ка спољашњости. Може се показати да важи:

$$\boxed{\vec{P} = \overrightarrow{P_N} + \overrightarrow{P_V}}$$

Ако је за затварање криве површи коришћено више равних површи, претходни израз гласи:

$$\boxed{\vec{P} = \sum \overrightarrow{P_N} + \overrightarrow{P_V}}$$



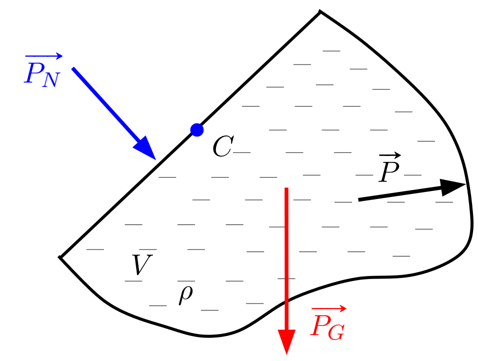
Метода равнотеже течности

Издвајају се запремина V, која је добијена додавањем равних површи, и флуид који се налази унутар ње. Посматрају се: сила тежине флуида који се налази унутар запремине $\overrightarrow{P_G}$, тражена сила притиска на криву површ $\vec{P}$, и силе притиска којима одбачени део флуида делује на уведеним равним површима $\overrightarrow{P_N}$ (усменерне су од спољашњости ка запремини V). Може се показати да важи:

$$\boxed{\vec{P} = \overrightarrow{P_N} + \overrightarrow{P_G}}$$

Ако је за затварање криве површи коришћено више равних површи, претходни израз гласи:

$$\boxed{\vec{P} = \sum \overrightarrow{P_N} + \overrightarrow{P_G}}$$

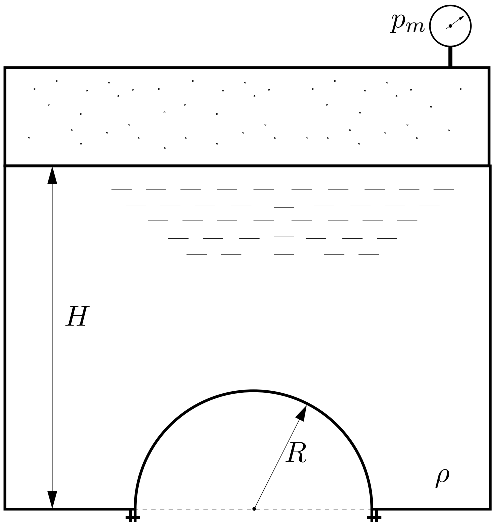


Интензитет силе потиска је $P_V = \rho g V$, а интензитет силе тежине флуида је $P_G = \rho g V$, па се закључује да је **значај приказаних метода** у следећем: одређивање силе притиска на неправилне криве површи је сведено на одређивање, једне или више, сила притиска на равне површи и на одређивање запремине V.

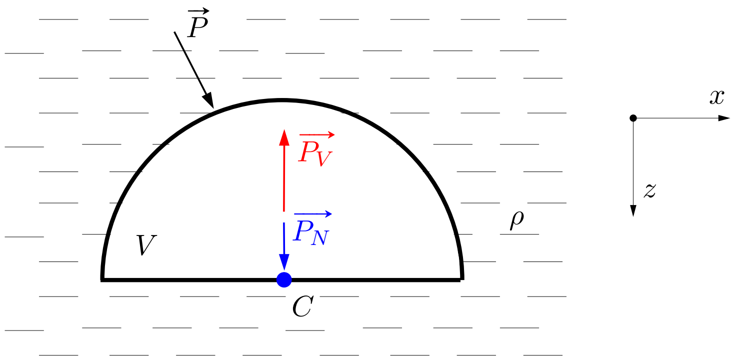
1. На слици 1 је приказан резервоар који на доњем делу има затварач облика полуцилиндра (полупречника $R = 0,5\,\mathrm{m}$ и дужине $L = 2\,\mathrm{m}$). У резервоару се налази течност густине $\rho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ до нивоа $H = 1,5\,\mathrm{m}$. Ако је натпритисак у гасу $p_m = 5\,\mathrm{kPa}$, одредити интензитет силе притиска која делује на полуцилиндрични затварач.

Решење

Потребно је одредити силу притиска на криву површ која представља половину омотача цилиндра. Издваја се крива површ и затвара се додавањем једне равне површи, која је у овом случају правоугаоник страница $2R$ и L. На тај начин формирана је запремина V. Флуид чије дејство на криву површ је потребно одредити, се налази **изван** запремине V, па се за решавање овог задатка користи **метода потиска**.



Слика 1. Задатак 1.



Према методи потиска, векторски израз за силу притиска на криву површ гласи:

$$\boxed{\vec{P} = \overrightarrow{P_N} + \overrightarrow{P_V}} \tag{1}$$

Сила потиска и сила притиска на равну површ имају следеће вредности:

$$\begin{aligned} P_V &= \rho g V = \rho g \frac{1}{2} R^2 \pi L = \boxed{7704,76\,N}, \\ P_N &= (p_c - p_a)A = (p_a + p_m + \rho g H - p_a)2RL = \boxed{39430\,\mathrm{N}}. \end{aligned}$$

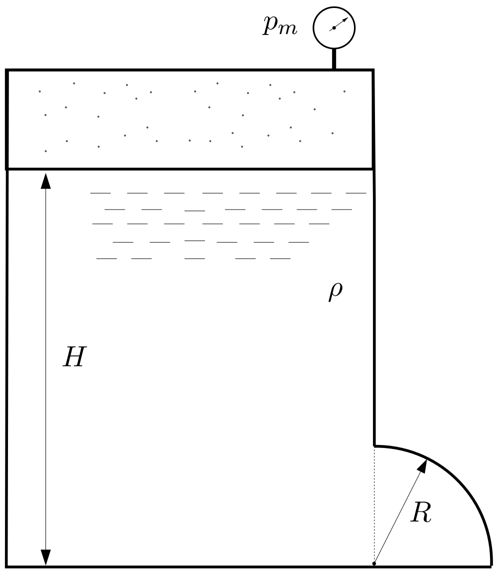
Пројектовањем векторске једначине (1) на осе координатног система, добијају се компоненте силе притиска на криву површ:

$$\begin{aligned} x: &\quad P_x = 0 + 0 = 0\,\mathrm{N} \\ z: &\quad P_z = -P_V + P_N = 31725,24\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Укупна сила притиска која делује на полуцилиндрични затварач је вертикалног правца, усмерена као и оса z и износи:

$$\boxed{P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = 31725,24\,\mathrm{N}.}$$

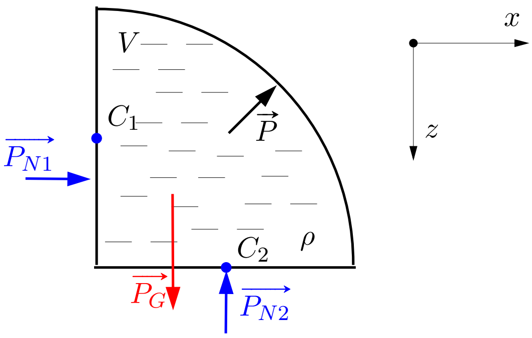
2. Одредити правац, смер и интензитет силе притиска која делује на затварач облика четвртине омотача цилиндра полупречника $R = 0{,}2\,\mathrm{m}$ (слика 2). Димензија затварача и целог резервоара управна на раван цртежа је $L = 1{,}5\,\mathrm{m}$. Познати су и следећи подаци: $p_m = 0{,}1\,\mathrm{bar}$, $H = 1{,}5\,\mathrm{m}$ и $\rho = 1000\mathrm{kg\ m}^3$.



Слика 2. Задатак 2.

Решење

Издваја се затварач који је облика четвртине омотача цилиндра. Крива површ се затвара додавањем две равне површи облика правоугаоника страница R и L. Флуид чије дејство на криву површ треба одредити се налази унутар добијене запремине V, па се за решавање примењује метода равнотеже течности.



Према методи равнотеже течности сила притиска на криву површ гласи:

$$\vec{P} = \overrightarrow{P_{N1}} + \overrightarrow{P_{N2}} + \overrightarrow{P_G}. \tag{2}$$

Интензитети сила притиска на равне површи су:

$$\begin{aligned} P_{N1} &= (p_{c1} - p_a)A_1 = \left[p_a + p_m + \rho g\left(H - \frac{R}{2}\right) - p_a\right]RL = \boxed{7120{,}2\,\mathrm{N}}, \\ P_{N2} &= (p_{c2} - p_a)A_2 = (p_a + p_m + \rho g H - p_a)RL = \boxed{7414{,}5\,\mathrm{N}}. \end{aligned}$$

Интензитет силе тежине флуида унутар запремине V је:

$$P_G = \rho g V = \rho g \frac{1}{4} R^2 \pi L = \boxed{462{,}29\,\mathrm{N}}.$$

Пројектовањем једначине (2) на осе x и z добијају се пројекције укупне силе притиска на ркриву површ:

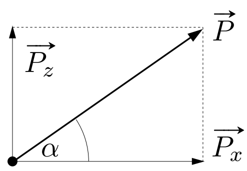
$$\begin{aligned} x: \quad & P_x = P_{N1} + 0 + 0 = \boxed{7120{,}2\,\mathrm{N}}, \\ z: \quad & P_z = 0 - P_{N2} + P_G = \boxed{-6952{,}21\,\mathrm{N}}. \end{aligned}$$

Интензитет укупне силе притиска на криву површ износи:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \boxed{9951{,}41\,\mathrm{N}}.$$

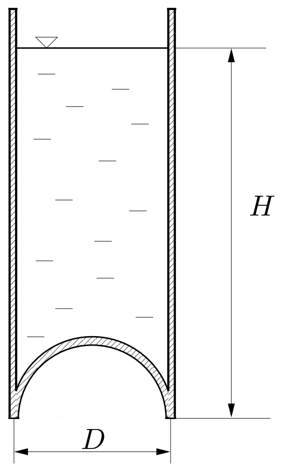
Правац и смер силе притиска одређен је углом α чија вредност износи:

$$\tan\alpha = \frac{P_z}{P_x} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \arctan\frac{P_z}{P_x} = \boxed{44{,}284^\circ}.$$

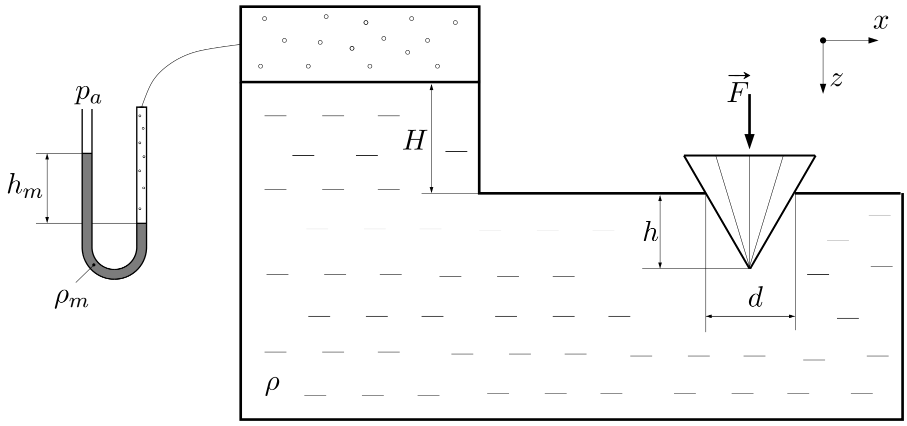


3. Цилиндрични резервоар (слика 3) који је напуњен водом $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$ има дно облика плусфере. Ако је $H = 8\,\mathrm{m}$ и $D = 3\,\mathrm{m}$ одредити силу притиска која делује на дно резервоара.

$\boxed{\text{Решење: } P_z = 485400\,\mathrm{N}, \text{ смер силе } \downarrow}$



Слика 3. Задатак 3.



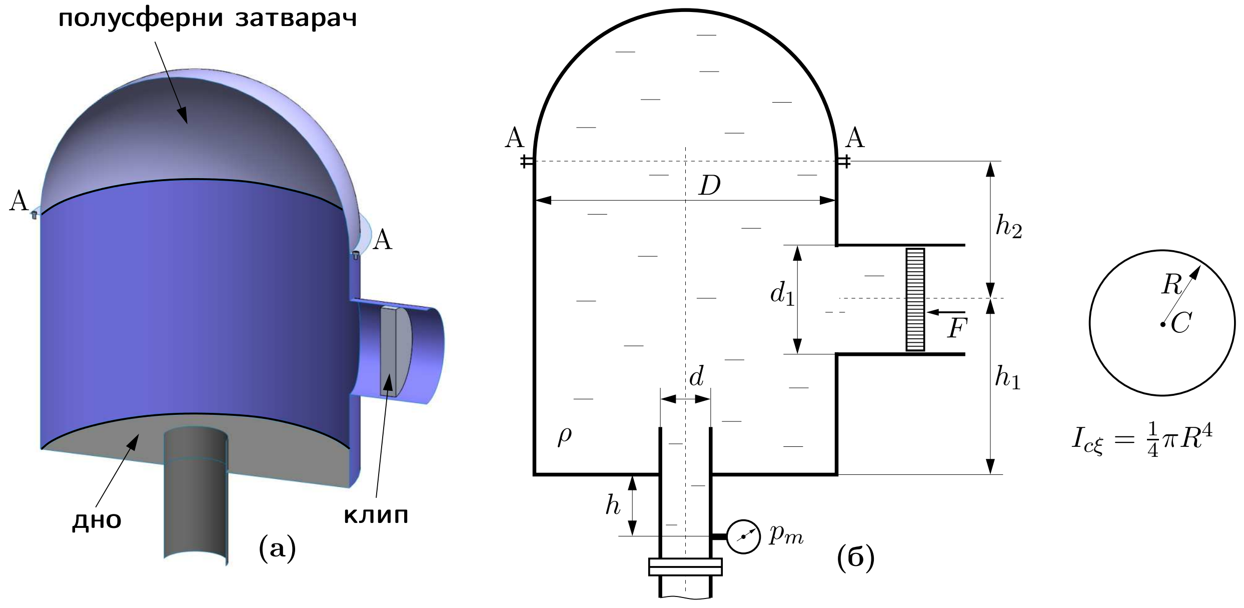
Слика 4. Задатак 4.

4. Хоризонтални кружни отвор у резервоару приказаном на слици 4, затворен је конусним затварачем занемарљиве тежине. Одредити силу F којом треба деловати на затварач тако да отвор буде затворен. Познати су следећи подаци: $\rho_m = 13600\,\mathrm{kg/m^3}$, $h_m = 50\,\mathrm{mm}$, $H = 1\,\mathrm{m}$, $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, $d = h = 100\,\mathrm{mm}$.

$\boxed{\text{Решење: } F > 132\,\mathrm{N}}$

---

5. На слици 5 **(а)** и **(б)** је приказан попречни пресек цилиндричног резервоара пречника $D = 1\,\mathrm{m}$, у коме вода мирује ($\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$). Показивање манометра, који се налази на вертикалној цеви пречника $d = 150\,\mathrm{mm}$, је $p_m = 30\,\mathrm{kPa}$. Са бочне стране резервоара се налази цев са клипом пречника $d_1 = 400\,\mathrm{mm}$. Познате су и висине $h = 200\,\mathrm{mm}$, $h_1 = 500\,\mathrm{mm}$ и $h_2 = 250\,\mathrm{mm}$.



Слика 5. Задатак 5.

(а) Одредити силу којом вода делује на дно цилиндричног резервоара облика кружног прстена.

(б) Одредити интензитет силе $\vec{F}$ којом је потребно деловати на клип да би он био у стању мировања. Одредити правац деловања силе $\vec{F}$ у односу на осу симетрије клипа, тако да спрег сила које делују на клип буде једнак нули.

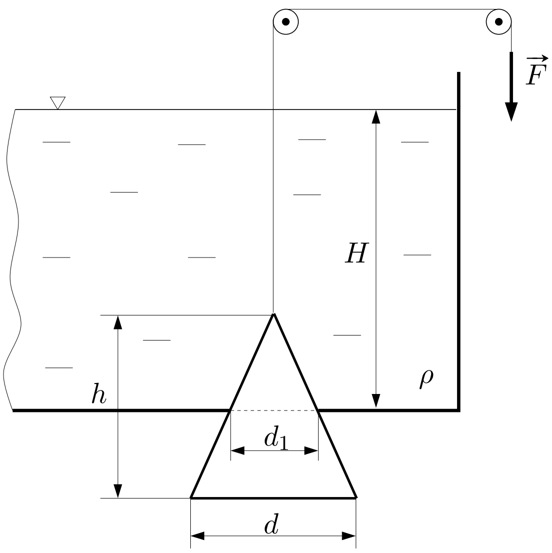
(б) Полусферни затварач је причвршћен за цилиндрични суд завртањском везом А-А. Ако је маса поклопца $m = 30\,\text{kg}$ одредити оптерећење завртањске везе А-А. Да би завртањска веза била неоптерећена, да ли је потребно повећати или смањити вредност натпритиска p_m? Кратко образложити.

Решење:
(а) $P_d = 21525{,}5\,\text{N}$,
(б) $F = 2907\,\text{N}$, $\Delta v_c = 4{,}2\,\text{mm}$
(в) $P_{\text{AA}} = 13379{,}9\,\text{N}$ смер силе $\uparrow$. Треба смањити вредност притиска да би се смањила сила притиска на додату равну површ P_N. У тренутку када се она уравнотежи са збиром сила P_g и G, завртањска веза ће бити неоптерећена.

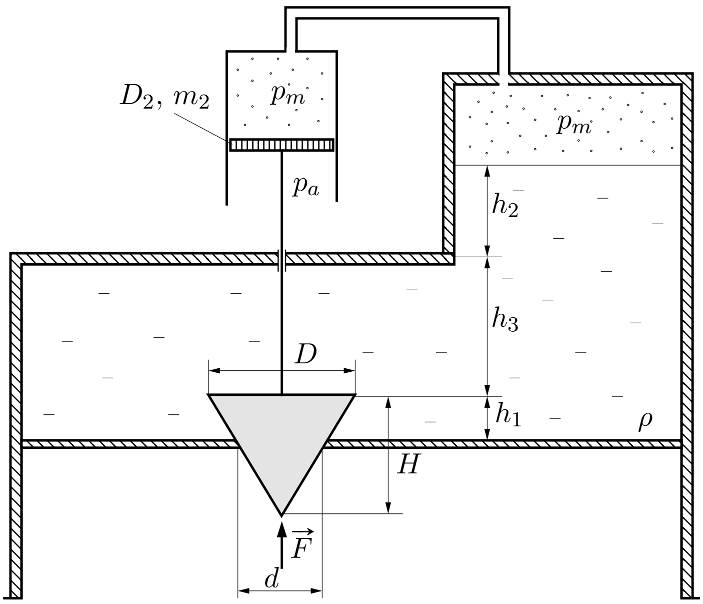
---

6. Конусни затварач, димензија $d = 1000\,\text{mm}$ и $h = 1200\,\text{mm}$ затвара кружни отвор пречника $d_1 = d/2$ на дну резервоара, као што је приказано на слици 6. Маса затварача је $m = 80\,\text{kg}$, и он затвара отвор захваљујући дејству силе $F = 2500\,\text{N}$. У суду се налази вода густине $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$. Одредити услов који мора да задовољи висина H тако да отвор сигурно буде затворен.

Решење: $H < 1{,}0905\,\text{m}$.



Слика 6. Задатак 6.



Слика 7. Задатак 7.

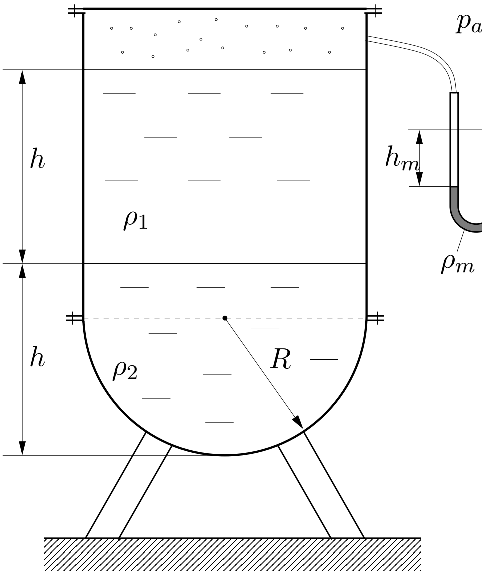
7. У резервоару, приказаном на слици 7, налаза се вода и ваздух под натпритиском p_m. На дну резервоара се налази кружни отвор који је затворен конусним затварачем масе $m_1 = 20\,\text{kg}$. На затварач делује спољашња сила $F = 1500\,\text{N}$. Затварач је помоћу круте везе повезан са клипом који се налази у цилиндру изнад резервоара. Маса и пречник клипа износе $m_2 = 10\,\text{kg}$, $D_2 = 150\,\text{mm}$. Одредити услов за вредност натпритиска у гасу p_m тако да отвор буде затворен. Познати су следећи подаци: $h_1 = 100\,\text{mm}$, $h_2 = 200\,\text{mm}$, $h_3 = 300\,\text{mm}$, $H = 200\,\text{mm}$, $D = 200\,\text{mm}$, $d = 100\,\text{mm}$, $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$.

Решење: $p_m > 46128{,}5\,\text{Pa}$

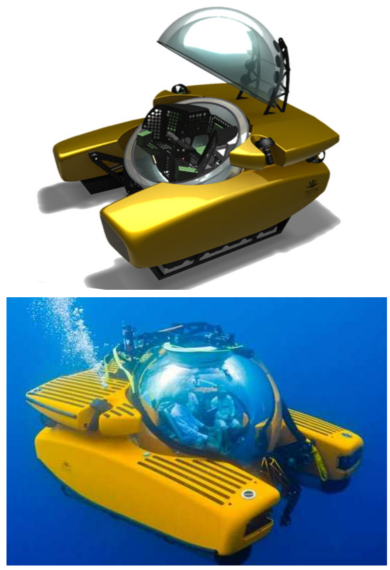
---

8. У резервоару приказаном на слици 8 налазе се ваздух и течности густина $\rho_1 = 700\,\mathrm{kg/m^3}$, $\rho_2 = 900\,\mathrm{kg/m^3}$. Одредити силу којом флуид делује на дно резервоара облика **полусфере**. Познати су подаци: $h = 1{,}5\,\mathrm{m}$, $h_m = 100\,\mathrm{mm}$, $R = 1\,\mathrm{m}$, густина манометарске течности (живе) $\rho_m = 13600\,\mathrm{kg/m^3}$.

$\boxed{\text{Решење } F = 106634\,\mathrm{N}}$



Слика 8. Задатак 8.



Слика 9. Задатак 9.

9. Мала подморница (слика 9) се може користити за непосредно разгледање подводног света. На њеном врху се налази купола - провидни **полусферни** затварач, чији је полупречник $R = 0{,}75\,\mathrm{m}$.

(а) Колико износи хидростатички притисак на дубини од $H = 30\,\mathrm{m}$?

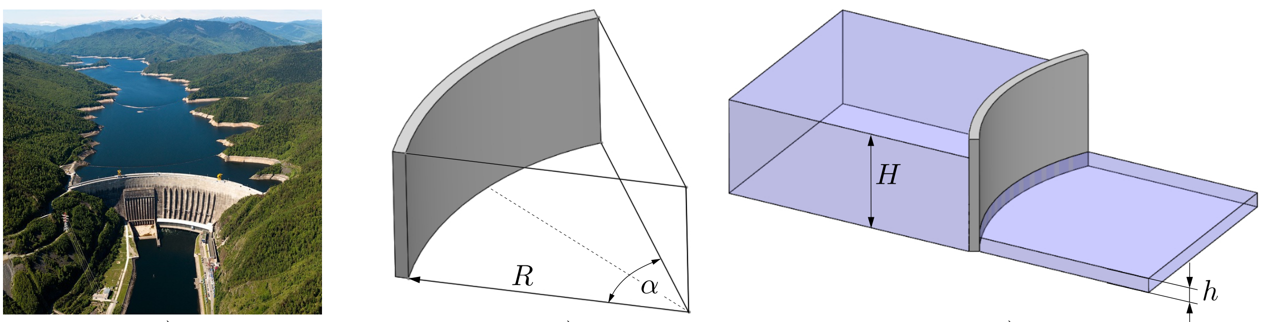
(б) Одредити интензитет силе којом вода ($\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$) делује на полулоптасти затварач када се подморница налази на дубини H у стању мировања.

Напомена: сматрати да је раван на којој је купола спојена са остатком подморнице хоризонтална и да се та раван налази на дубини H.

$\boxed{\text{Решење } p = 394300\mathrm{Pa},\ P_z = 511403{,}2\,\mathrm{N}}$

---

10. На слици 10 а) приказана је једна од највећих хидроелектрана на свету, која се налази на реци Јенисеј у Русији. Висина бране достиже $245\,\mathrm{m}$. Ради поједностављења прорачуна, брана се може приказати као део омотача цилиндра, слика 6 б). Ако је ниво горње воде $H = 200\,\mathrm{m}$, а ниво доње воде $h = 30\,\mathrm{m}$, видети слику 10 в), одредити резултујућу силу којом вода делује на брану. Познати су подаци $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, $R = 450\,\mathrm{m}$, $\alpha = 60°$.



а) б) в)

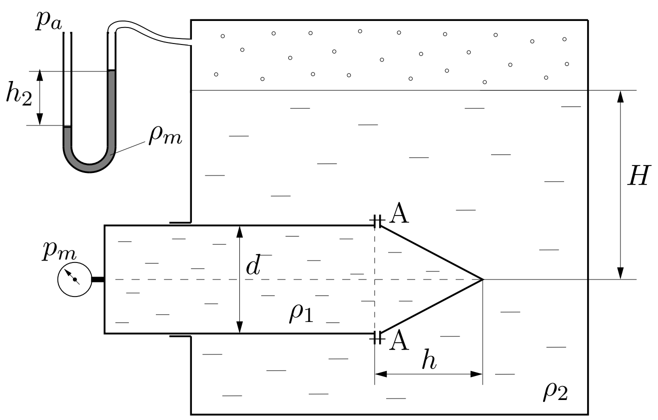
Слика 10. Задатак 10.

Решење:	
Сила којом делује горња вода $P_1 = 88290\,\mathrm{MN}$	смер силе $\rightarrow$
Сила којом делује доња вода $P_2 = 1986{,}525\,\mathrm{MN}$	смер силе $\leftarrow$
Резултујућа сила је $P_b = 86303{,}475\,\mathrm{MN}$.	смер силе $\rightarrow$

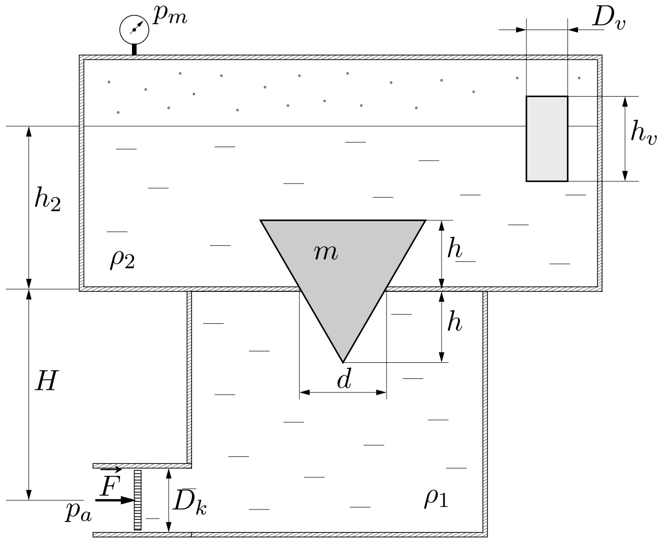
---

11. Цилиндрични суд у којем се налази течност густине $\rho_1 = 800\,\mathrm{kg/m^3}$ је затворен купастим поклопцем ($d = 200\,\mathrm{mm}$, $h = 300\,\mathrm{mm}$) и налази се у другом затворенм суду (слика 11). Тај суд је напуњен течношћу густине $\rho_2 = 1200\,\mathrm{kg/m^3}$ до висине $H = 1,2\,\mathrm{m}$. Одредити силе смицања и истезања завртањске везе А-А којом је поклопац причвршћен за цилиндрични суд. Познати су следећи подаци: $h_2 = 190\,\mathrm{mm}$, $\rho_m = 13600\,\mathrm{kg/m^3}$, $p_m = 15\,\mathrm{kPa}$.

Решење:	
сила истезања $F_i = 823{,}8\,\mathrm{N}$	$(\rightarrow)$
сила смицања $F_s = 12{,}3\,\mathrm{N}$	$(\uparrow)$



Слика 11. Задатак 11.



Слика 12. Задатак 12.

12. На слици 12 је приказан резервоар који се састоји од две коморе. Између њих се налази преградни зид који има кружни отвор пречника $d = 100\,\mathrm{mm}$. Отвор је затворен затварачем облика купе, масе $m = 25\,\mathrm{kg}$. Доња комора је испуњена течношћу густине $\rho_1 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, док се у горњој комори налазе течност густине $\rho_2 = 1100\,\mathrm{kg/m^3}$ и гас под натпритиском $p_m = 0{,}2\,\mathrm{bar}$. Познати су и следећи подаци: $h = 120\,\mathrm{mm}$, $H = 800\,\mathrm{mm}$, $h_2 = 600\,\mathrm{mm}$.

(а) Ако сила којом преградни зид делује на затварач има вредност $N = 200\,\mathrm{N}$, одредити вредност силе F која делује у тежишту клипа. Клип се налази у цилиндру пречника $D_k = 100\,\mathrm{mm}$.

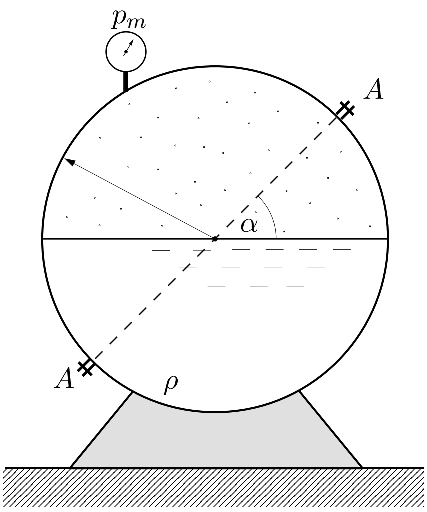
(б) У течности густине ρ_2 се налази ваљак пречника D_v и висине h_v у стању мировања (слика 12). Одредити густину материјала од ког је направљен ваљак ($\rho_m =?$) ако се две трећине запремине ваљка налази испод површине течности.

(в) Који део запремине ваљка ће се налазити испод површине течности ако се натпритисак p_m повећа два пута?

Решење:
(а) $F = 288\,\mathrm{N}$,
(б) $\rho_m = 733{,}3\,\mathrm{kg/m^3}$
(в) Промена вредности натпритиска не доводи до промене положаја ваљка. У једначини мировања ваљка се поништавају сабирци у којима се јавља натпритисак p_m.

---

13 Одредити смичућу и истежућу компоненту силе која делује на завртањску везу AA сферног суда полупречника $R = 0{,}4\,\mathrm{m}$, који је до половине напуњен водом густине $\rho = 1000\mathrm{kg/m^3}$ и налази се под унутрашњим натпритиском $p_m = 20\,\mathrm{kPa}$ (слика 13). Завртњеви су распоређени по обиму сфере у равни која је одређена углом $\alpha = 45°$ Маса полусфере је $m = 300\,\mathrm{kg}$. Тежину гаса занемарити.



Слика 13. Задатак 13.

Решење

Све силе које делују на горњу полулопту се преносе на завртањску везу, па се може рећи да је оптерећење везе $\overrightarrow{P_{AA}}$ једнако суми свих сила које делују на горњу полулопту, а то су сила тежине и сила притиска флуида:

$$\overrightarrow{P_{AA}} = \vec{G} + \vec{P}. \tag{3}$$

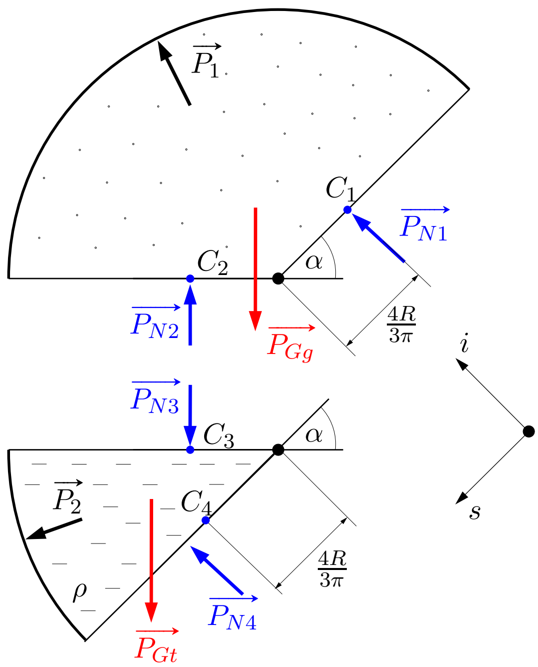
До претходног израза се могло доћи и на следећи начин: горња полулопта мирује, што значи да је сума свих сила које делују на њу једнака нули, па следи: $\vec{G} + \vec{P} + \overrightarrow{P_{AA}^*} = 0$, где је $\overrightarrow{P_{AA}^*}$ сила којом завртањска веза делује на горњу полулопту. Према закону акције и реакције, сила којом полулопта делује на завртањску везу је $\overrightarrow{P_{AA}} = -\overrightarrow{P_{AA}^*}$. На овај начин, поново се добија израз (3).

На криву површ (гоњу полулопту) делују гас и течност, па се укупна сила притиска одређује из два дела $\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2}$. Засебно се издвајају криве површи па се затварају додавањем равних површина, као што је приказано на слици.

У оба случаја се користи метода равнотеже течности, па следи:

$$\vec{P_1} = \overrightarrow{P_{Gg}} + \overrightarrow{P_{N1}} + \overrightarrow{P_{N2}}, \tag{4}$$
$$\vec{P_2} = \overrightarrow{P_{Gt}} + \overrightarrow{P_{N3}} + \overrightarrow{P_{N4}}, \tag{5}$$

При чему су $\overrightarrow{P_{Gg}}$ и $\overrightarrow{P_{Gt}}$ силе тежине гаса и течности. Према услову задатка тежина гаса се занемарује. Са P_{Ni} су обележене одговарајуће силе притиска на додате равне површи. Пошто је укупна сила притиска $\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2}$, то на сонову израза (3), (4) и (5) следи да је:



$$\boxed{\overrightarrow{P_{AA}} = \vec{G} + \overrightarrow{P_{N1}} + \overrightarrow{P_{N2}} + \overrightarrow{P_{Gt}} + \overrightarrow{P_{N3}} + \overrightarrow{P_{N4}}} \tag{6}$$

Додате равне површи су половине круга, а тежиште половине круга се налази на линији симетрије и удаљено је од основе за $\frac{4R}{3\pi}$ (слика). Силе притиска на равне површи имају следеће вредности:

$$
\begin{aligned}
P_{N1} &= (p_{c1}-p_a)A_1 = p_m\frac{R^2\pi}{2} = \boxed{5024\,\mathrm{N}},\\
P_{N2} &= (p_{c2}-p_a)A_2 = p_m\frac{R^2\pi}{2} = \boxed{5024\,\mathrm{N}},\\
P_{N3} &= (p_{c3}-p_a)A_3 = p_m\frac{R^2\pi}{2} = \boxed{5024\,\mathrm{N}},\\
P_{N4} &= (p_{c4}-p_a)A_4 = \left(p_a + p_m + \rho g\frac{4R}{3\pi}\sin\alpha - p_a\right)\frac{R^2\pi}{2} = \boxed{5320\,\mathrm{N}}.
\end{aligned}
$$

Напомена: Пошто се тежишта C_2 и C_3 налазе у истој тачки, притисак у њима је исти, па је и вредност сила P_{N2} и P_{N3} једнака. Са слике се види да су силе истог правца а супротног смера, што значи да ће се при пројектовању једначине (6) ове две силе међусобно поништити, па њихов интензитет није било неопходно одређивати.

Ради одређивања силе тежине течности потребно је одредити запремину V која представља део сфере одређен углом α. Вредност запремине се може одредити на основу пропорције:

$$
\frac{V_\alpha}{\frac{4}{3}R^3\pi} = \frac{\alpha}{360^\circ} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{V_\alpha}{\frac{4}{3}R^3\pi} = \frac{45^\circ}{360^\circ} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{V_\alpha = \frac{1}{6}R^3\pi}
$$

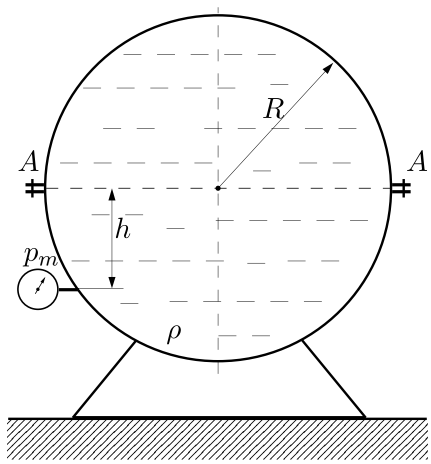
Сила тежине течности има следећу вредност: $P_{Gt} = \rho g V_\alpha = \rho g \frac{1}{6}R^3\pi = \boxed{328{,}6\,\mathrm{N}}$, а сила тежине полулопте: $G = mg = \boxed{2943\,\mathrm{N}}$.

Сила истезања завртњева се добија пројектовањем вектора $\overrightarrow{P_{AA}}$ (односно једначине (6)) на правац управан на раван у којој су завртњеви распоређени, тј. на правац оса завртњева (правац одређен осом i, слика), док се сила смицања одређује пројектовањем силе на правац одређен осом s (слика).

$$
\begin{aligned}
P_{AAi} &= -mg\cos\alpha + P_{N1} + P_{N2}\cos\alpha - P_{N3}\cos\alpha + P_{N4} - P_{Gt}\cos\alpha = \boxed{8030{,}6\,\mathrm{N}},\\
P_{AAs} &= mg\sin\alpha - P_{N2}\sin\alpha + P_{N3}\sin\alpha + P_{Gt}\sin\alpha = \boxed{2313{,}4\,\mathrm{N}}.
\end{aligned}
$$

---

14 На слици 14 је приказана цистерна, до врха испуњена нафтом густине $\rho = 850\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Цистерна је облика цилиндра полупречника $R = 1{,}5\,\mathrm{m}$ и дужине $L = 6\,\mathrm{m}$. Одредити оптерећење завртањске везе A-A којом је горњи део цистерне, облика полуцилиндра, причвршћен за доњи, ако су познати следећи подаци: $h = 0{,}7\,\mathrm{m}$ и $p_m = 25\,\mathrm{kPa}$.



Слика 14. Задатак 14.

Решење: $P_x = 0$, $P_z = 168110{,}7\,\mathrm{N}$
