МЕХАНИКА ФЛУИДА Б

Кинематика флуида

1. Векторско поље брзине једног раванског струјања је у Декартовом правоуглом координатном систему описано изразом

$$\vec{U} = (3y^2 - 3x^2)\,\vec{i} + Cxy\,\vec{j}$$

Одредити константу C из услова: **(а)** да је струјање нестишљиво; **(б)** да је струјање невртложно.

2. Векторско поље брзине у случају раванског струјања флуида је дефинисано преко својих пројекција:

$$u = Ay \quad \text{и} \quad v = Bx$$

где је A и B позитивне константе.

(а) Да ли је овим брзинским пољем описано нестишљиво струјање?

(б) Одредити услов који морају да задовоље константе A и B да би струјање било невртложно.

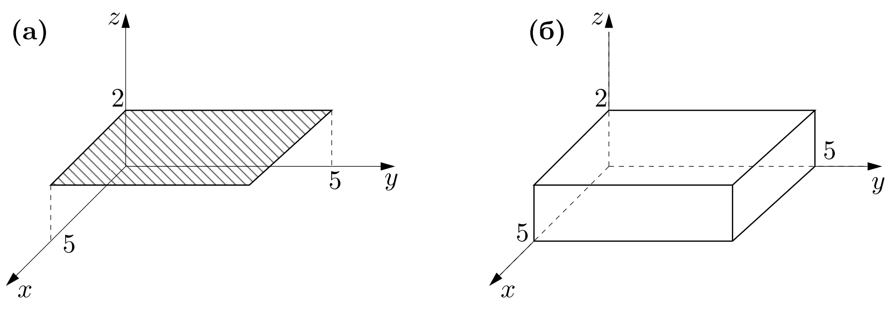
(в) За случај невртложног струјања (услов одређен у оквиру тачке (б)), одредити једначине струјница и нацртати струјну слику.

(г) Одредити запремински проток кроз контуру јединичне ширине (управно на раван цртежа) дефинисану тачкама $\mathrm{A}(1,-1)$ и $\mathrm{B}(1,1)$

3. Струјање воде ($\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$) је у Декартовим правоуглим координатама описано пољем брзине

$$\vec{\boldsymbol{U}} = (3x+1)\,\vec{\boldsymbol{\imath}} + (2y-4)\,\vec{\boldsymbol{\jmath}} - 5z\vec{\boldsymbol{k}},$$

где су координате x, y и z изражене у метрима.



Слика 1. **(а)** Одређивање запреминског протока кроз површ; **(б)** Закон о одржању масе за контролну запремину (четврти задатак)

(а) Израчунати масени проток кроз површ облика правоугаоника који лежи у равни $z = 2$ и чија су дијагонална темена одређена тачкама чије су координате $(0, 0, 2)$ и $(5, 5, 2)$. **(б)** Показати да је закон о одржању масе за контролну запремину облика паралелепипеда (квадра) приказаног на слици 1б задовољен. **(в)** Одредити компоненте тензора брзине деформисања и вектор вртложности. Каквим деформацијама је изложен флуидни делић у овом струјном пољу? Да ли он током свог кретања у простору ротира око сопствене осе?

4. Векторско поље брзине једног раванског струјања је дефинисано преко својих пројекција u и v, изразима:

$$u = -\frac{y}{b^2} \quad \text{и} \quad v = \frac{x}{a^2},$$

где су a и b позитивне константе ($a > b$). Одредити једначину фамилије струјница и нацртати струјну слику.

5. Посматра се раванско струјање флуида одређено следећим брзинским пољем:

$$\vec{U} = 2xy\,\vec{i} - y^2\,\vec{j}.$$

(а) Да ли је ово струјање стишљиво или нестишљиво?

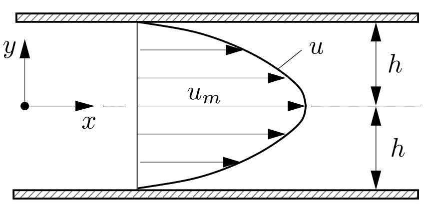
(б) Одредити запремински проток кроз правоугаоник чија је једна страница $b = 1\,\mathrm{m}$ (управно на раван цртежа), док је друга страница AB одређена координатама $\mathrm{A}(1,1)$ и $\mathrm{B}(1,4)$.

(в) Одредити векторско поље вртложности и тензорско поље брзине деформисања.

6. При стационарном струјању нестишљивог флуида између две паралелне, непокретне и неограничене плоче, поље брзине је одређено изразом

$$u = u_m \left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right], \quad v = w = 0$$

где је u_m брзина на половини растојања између плоча.



Слика 2. Шести задатак.

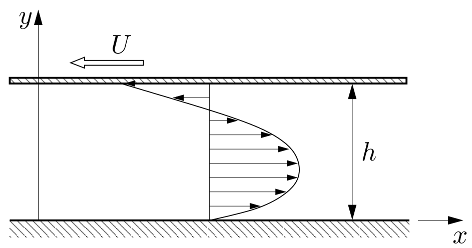
(а) Одредити израз за запремински проток по јединици ширине између плоча, $\dot{V} = \dot{V}(u_m, h)$. Колика је средња брзина у овом случају?

(б) Одредити вектор вртложности у овом струјном пољу. Какав је смер обртања флуидних делића изнад средишње линије ($y > 0$), а какав испод средишње линије ($y < 0$)?

7. При стационарном ламинарном струјању нестишљивог флуида између две паралелне плоче, од којих је доња непокретна, док се друга креће у хоризонталној равни константном брзином U_0, поље брзине у простору између плоча је одређено изразом

$$u = -\frac{U}{h}\,y - \frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\left(yh - y^2\right), \quad v = w = 0$$

где су U - брзина кретања горње плоче, η - вискозност флуида, $\frac{\partial p}{\partial x} = -k$ константни градијент притиска у аксијалном правцу.



Слика 3. Седми задатак.

(а) Израчунати запремински проток између плоча за следеће бројне вредности: $\eta = 0.1\,\mathrm{Pas}$, $U = 1\,\mathrm{m/s}$, $h = 5\,\mathrm{cm}$ и $\frac{\partial p}{\partial x} = -0.5\,\mathrm{kPa/m}$.

(б) Одредити вектор вртложности у овом струјном пољу. Да ли је смер обртања флуидних делића исти у целом струјном пољу?

8. У једном струјном пољу брзине дилатације задовољавају следећу релацију:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial w}{\partial z}, \qquad \frac{\partial u}{\partial x} > 0$$

Да ли се запремина флуидног делића повећава, смањује или остаје иста?

9. Ваздух струји кроз хоризонталну, дугачку цев. При томе је поље брзине одређено изразом $u = 15 + x,\ v = w = 0$ (координата x је у метрима, док је брзина у m/s). Услед загревања ваздуха током струјања, поље температуре се мења по закону $T = 300 + 100x$, при чему је T у Келвинима (K). Одредити промену температуре коју „осећају“ флуидни делићи у тачки одређеној координатом $x = 1\,\mathrm{m}$ током проласка њу. Колика је вредност убрзања флуидних делића у тој тачки?

10. Температурско и брзинско поље при неком раванско струјању флуида су дати изразима

$$
\begin{aligned}
T &= T_0\, e^{-x/L} \sin\left(\frac{t}{t_0}\right), \\
\vec{U} &= U_0 \frac{x}{L}\,\vec{i} + U_0 \frac{y}{L}\,\vec{j}
\end{aligned}
$$

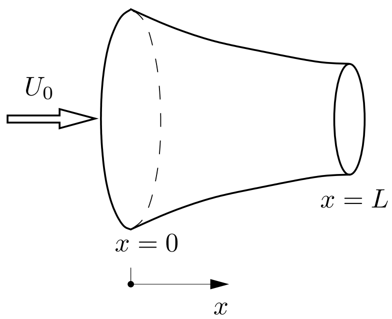
где су L, T_0 и t_0 константе. Одредити векторско поље убрзања и материјални извод $\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}$.

11. При струјању флуида кроз конвергентни млазник векторско поље брзине се може апроксимирати изразом:

$$\vec{U} = U_0 \left(1 + \frac{2x}{L}\right) \vec{i}, \quad v \approx 0,\ w \approx 0$$

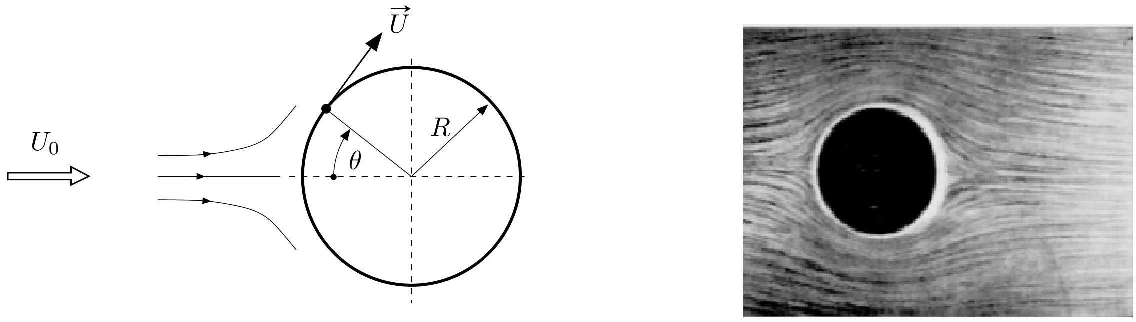
(а) Одредити изразе за убрзање на улазу и излазу из млазника, у фукцији величина U_0 и L.

(б) Посматра се кретање флуидног делића који се креће дуж осе млазника и који се у тренутку $t = 0$ налазио на почетку млазника. Одредити време T за које ће флуидни делић стићи до излазног пресека.



Слика 4. Једанаести задатак.

12. Флуид опструјава кружни цилиндра полупречника R. Брзина у тачкама далеко од цилиндра је константном и једнака U_0. У случају занемаривања ефеката вискозности, брзина флуида на површи цилиндра је дата изразом $U = 2U_0 \sin\theta$. Одредити нормално и тангенцијално убрзање на површи цилиндра у функцији U_0, R и θ.



Слика 5. Опструјавање кружног цилиндра (дванаести задатак).