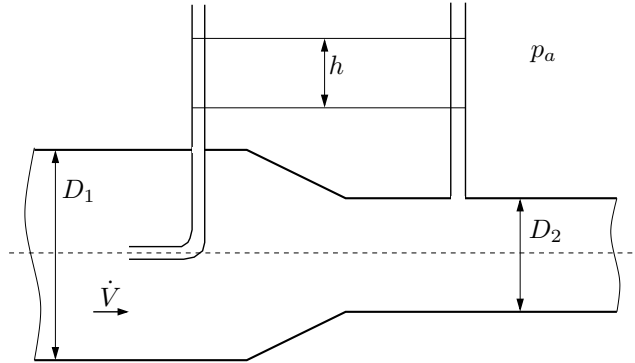


# Динамика невискозног флуида

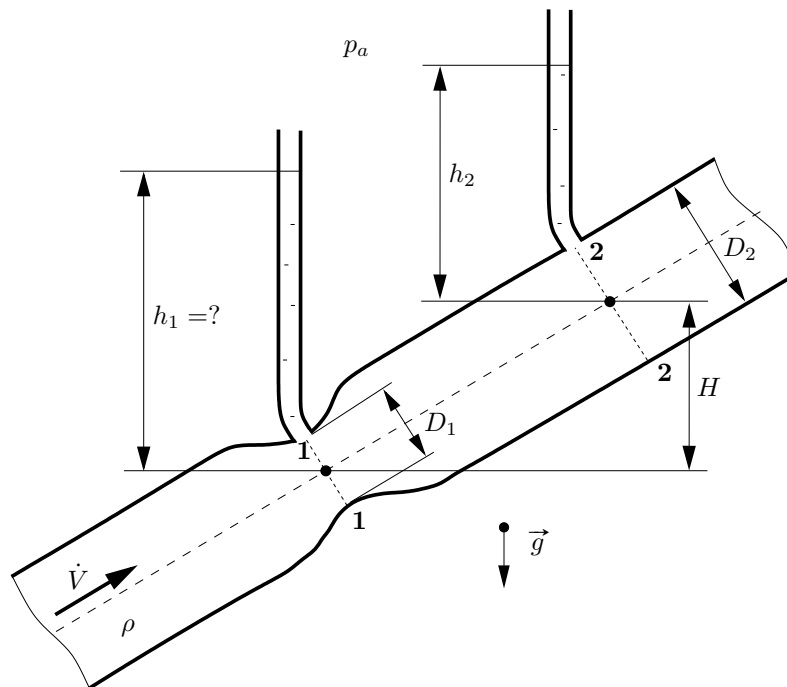
1. На слици 1 је приказана цев променљивог попречног пресека кроз коју протиче вода запреминским протоком  $\dot{V} = 25 \text{ lit/s}$ . У ширем делу цеви пречника  $D_1 = 200 \text{ mm}$  се налази Пито цев, а на ужем ( $D_2 = 150 \text{ mm}$ ) пијезометарска цевчица. Одредити брзине струјања у оба дела цеви. Правилно уцртати нивое воде у цевчицама и одредити разлику нивоа ( $h = ?$ ).



Слика 1: Задатак 1.

Решење:  $h = 0,102 \text{ m}$ , виши је ниво воде у Пито цеви.

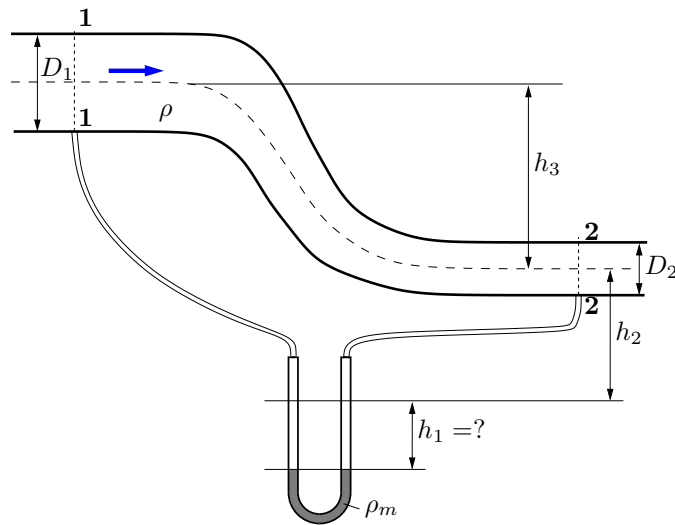
2. Кроз косо постављену Вентуријеву цев, у назначеном смеру (слика 2), струји вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) запреминским протоком  $\dot{V} = 30 \text{ lit/s}$ . На карактеристичним пресецима 1-1 и 2-2 се налазе две пијезометарске цевчице. Ако су познати следећи подаци  $D_1 = 150 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 200 \text{ mm}$ ,  $H = 300 \text{ mm}$ ,  $h_2 = 600 \text{ mm}$ , одредити брзине струјања у карактеристичним пресецима и показивање прве пијезометарске цевчице  $h_1$ .



Слика 2: Задатак 2.

Решење:  $U_1 = 1,7 \text{ m/s}$ ,  $U_2 = 0,955 \text{ m/s}$ ,  $h_1 = 0,8 \text{ m}$

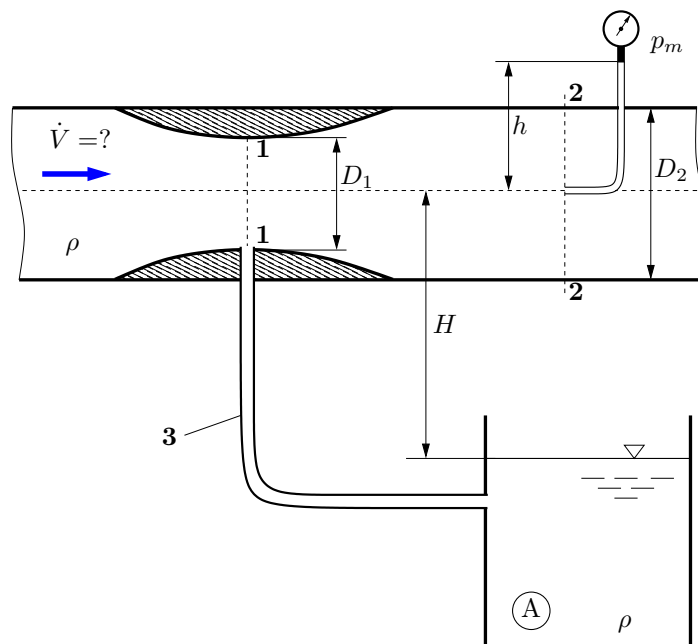
3. Кроз цев променљивог попречног пресека (слика 3) струји вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) у назначеном смеру. Помоћу диференцијалног манометра (U-цеви) мери се разлика притисака у карактеристичним пресецима 1-1 и 2-2, чији су пречници  $D_1 = 150 \text{ mm}$  и  $D_2 = 100 \text{ mm}$ . Густина манометарске течности је  $\rho_m = 2000 \text{ kg/m}^3$ . Позната је брзина струјања воде у пресеку 1-1  $U_1 = 1 \text{ m/s}$ , као и висинске разлике  $h_3 = 300 \text{ mm}$  и  $h_2 = 200 \text{ mm}$ . Ако се флуид сматра **невискозним** учртати нивое манометарске течности у U-цеви и израчунати њено показивање  $h_1$ .



Слика 3: Задатак 3.

Решење: Виши је ниво манометарске течности у десном краку манометра.  $h_1 = 0,207 \text{ m}$

4. На слици 4 је приказана цев пречника  $D_2 = 200 \text{ mm}$  кроз коју струји вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) у назначеном смеру. Најужи део цеви пречника  $D_1 = 100 \text{ mm}$  је преко цевчице 3 спојен са резервоаром А у коме се такође налази вода. У пресеку 2-2 је постављена Пито цев која је прикључена на манометар чије је показивање  $p_m = 0,1 \text{ bar}$ . Познате су висине  $h = 150 \text{ mm}$  и  $H = 400 \text{ mm}$ . Ако вода у цевчици 3 мирује, одредити запремински проток воде кроз цев и средњу брзину струјања у пресеку 2-2. Флуид сматрати невискозним.



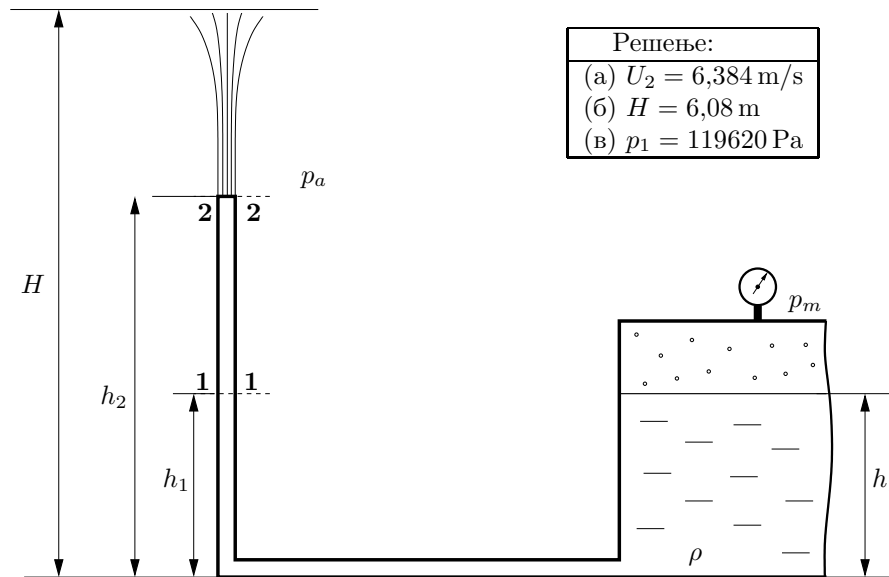
Решење:  
 $V = 43,6 \text{ lit/s}$   
 $U_2 = 1,387 \text{ m/s}$

Слика 4: Задатак 4.

5. Из великог резервоара (слика 5), који се налази под натпритиском  $p_m = 40 \text{ kPa}$  и у коме је ниво воде непроменљив, истиче вода кроз цев константног попречног пресека у атмосферу. Сматрајући флуид невискозним одредити:

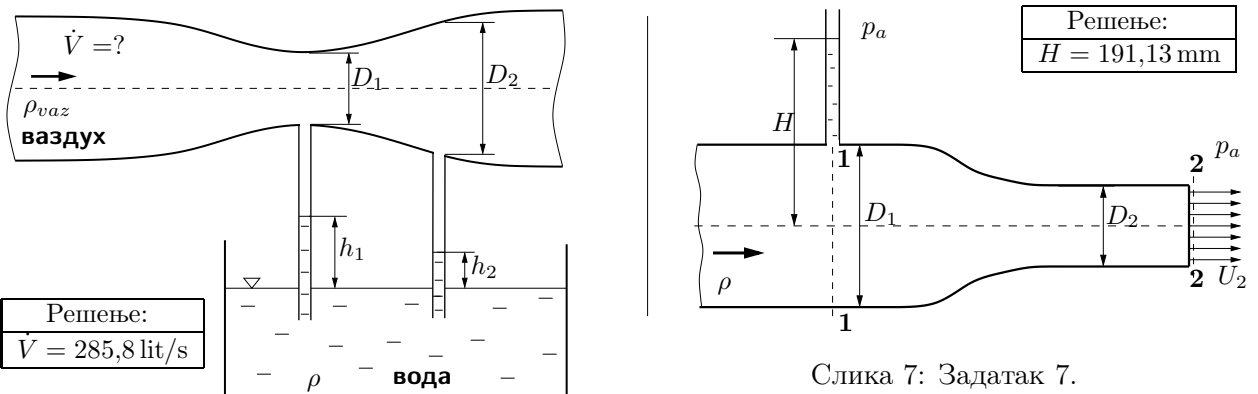
- (а) брзину воде у излазном пресеку 2-2,
- (б) висину  $H$  до које доспева водени млаз,
- (в) вредност притиска у пресеку 1-1.

Познати су следећи подаци: густина воде  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , вредност атмосферског притиска  $p_a = 1 \text{ bar}$ , висине  $h_1 = 2 \text{ m}$  и  $h_2 = 4 \text{ m}$ .



Слика 5: Задатак 5.

6. Ваздух струји кроз Вентуријеву цев која је преко пиетро цевчица спојена са резервоаром у коме мирује вода (слика 6). Одредити запремиски проток ваздуха ако се флуид сматра невискозним и ако су познати следећи подаци: густина ваздуха  $\rho_{vaz} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ , густина воде  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , висине  $h_1 = 105 \text{ mm}$ ,  $h_2 = 40 \text{ mm}$  и пречници  $D_1 = 100 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 150 \text{ mm}$ .



Слика 7: Задатак 7.

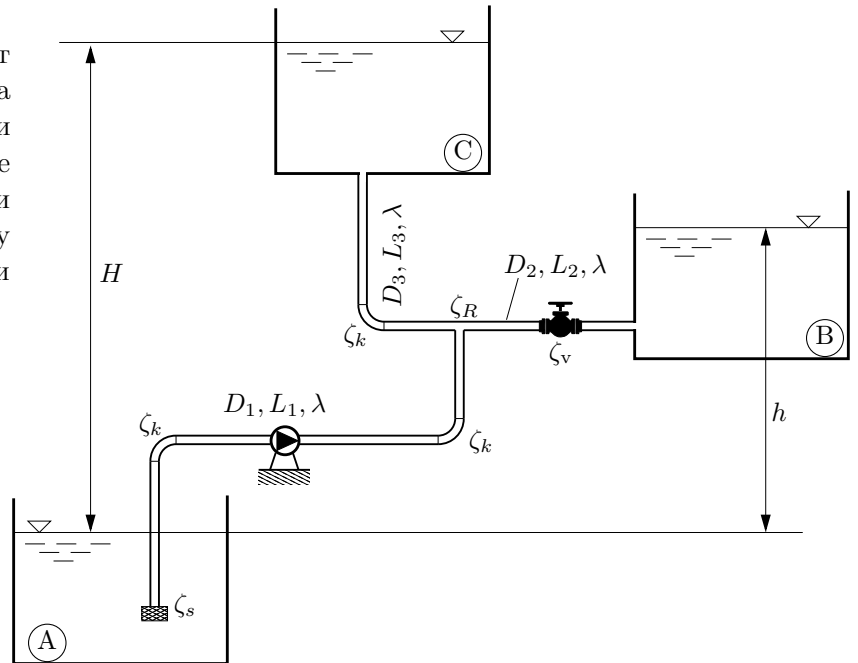
Слика 6: Задатак 6.

7. Кроз цев променљивог попречног пресека (слика 7) струји вода и истиче у атмосферу. Ако су познати пречници  $D_1 = 120 \text{ mm}$  и  $D_2 = 60 \text{ mm}$ , као и брзина струјања на излазу из цеви  $U_2 = 2 \text{ m/s}$ , одредити ниво воде у пиетро цеви ( $H = ?$ ). Густина воде износи  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

# Једнодимензијски прорачун сложеног ценовода

1. Пумпа, приказана на слици 1, црпи воду из резервоара А и шаље је ка резервоарима В и С. Резервоари су отворени ка атмосфери и нивои воде у њима су непроменљиви. Познати су следећи подаци: висине  $H = 25\text{ m}$ ,  $h = 20\text{ m}$ , пречници и дужине деоница  $D_1 = 75\text{ mm}$ ,  $D_2 = 50\text{ mm}$ ,  $D_3 = 60\text{ mm}$ ,  $L_1 = 100\text{ m}$  (деоница 1 се пружа од усисне корпе до рачве),  $L_2 = 50\text{ m}$ ,  $L_3 = 55\text{ m}$ , коефицијент трења за све деонице износи  $\lambda = 0,02$ , коефицијенти локалних отпора усисне корпе, колена и рачве редом износе  $\zeta_s = 0,15$ ,  $\zeta_k = 0,2$ ,  $\zeta_R = 1,5$ .

Колико треба да износи вредност коефицијента локалног отпора вентила смештеног у деоници 2 ( $\zeta_v = ?$ ), да би протоци који доспевају у резервоаре В и С били једнаки и износили  $\dot{V}_B = \dot{V}_C = 4\text{ lit/s}$ ? Одредити снагу пумпе ако је њен степен корисности  $\eta = 0,8$ .

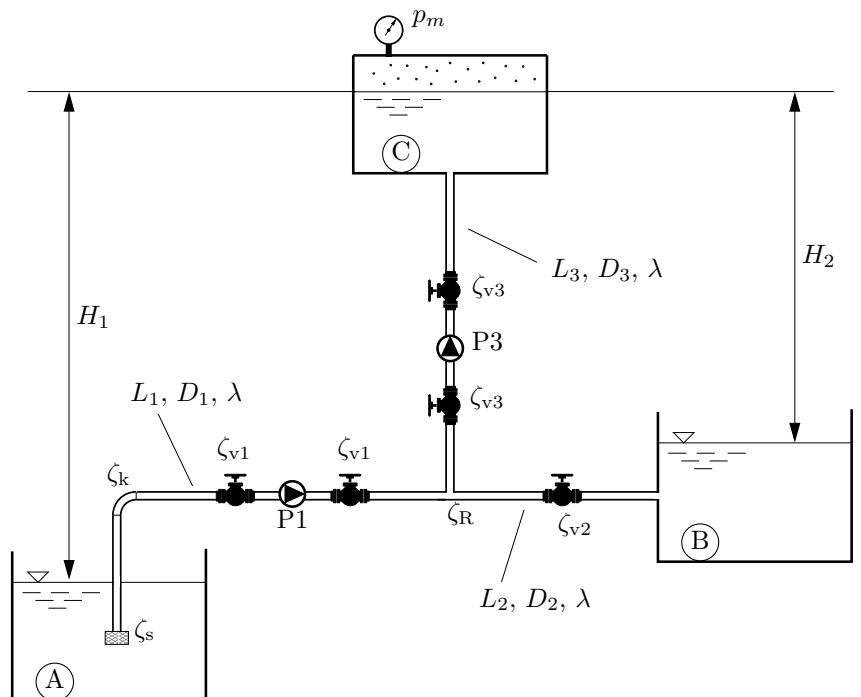


Решење:
$P_p = 3109,2\text{ W}$
$\zeta_v = 11,28$

Слика 1. Задатак 1.

2. У систему приказаном на слици 2 пумпе P1 и P3 транспортују воду ( $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ ) из резервоара А у резервоаре В и С. Одредити снаге потребне за погон пумпи. Нивои воде у резервоарима се не мењају. Познати су следећи подаци: висине  $H_1 = 10\text{ m}$ ,  $H_2 = 8\text{ m}$ , дужине деоница  $L_1 = 8\text{ m}$ ,  $L_2 = 3\text{ m}$ ,  $L_3 = 6\text{ m}$ , пречници цеви  $D_1 = 160\text{ mm}$ ,  $D_2 = D_3 = 120\text{ mm}$ , коефицијент трења је исти за све деонице и износи  $\lambda = 0,03$ .

Коефицијенти локалних отпора имају следеће вредности:  $\zeta_s = 0,2$ ,  $\zeta_k = 0,3$ ,  $\zeta_{v1} = \zeta_{v2} = 0,5$ ,  $\zeta_{v3} = 0,6$  и  $\zeta_R = 0,4$ . Натпритисак у резервоару С износи  $p_m = 0,4\text{ bar}$ , а степен корисности за обе пумпе је  $\eta = 0,8$ . Познате су средње брзине струјања у деоницама 1 и 2:  $U_1 = 1\text{ m/s}$ ,  $U_2 = 0,95\text{ m/s}$ .

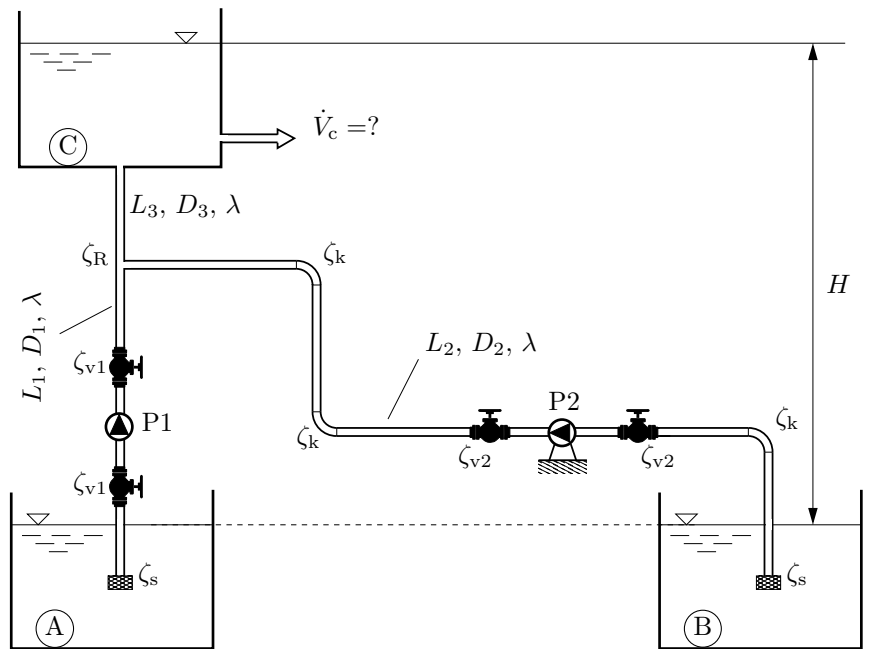


Решење:
$P_{p1} = 560,9\text{ W}$
$P_{p2} = 1388,9\text{ W}$

Слика 2. Задатак 2.

3. У систему приказаном на слици 3 пумпа P1 црпи воду из резервоара А и шаље је ка резервоару С. Средња брзина струјања у деоници 1 износи  $U_1 = 1 \text{ m/s}$ . Пумпа P2 истим запреминским протоком ( $\dot{V}_1 = \dot{V}_2$ ) транспортује воду из резервоара В у резервоар С. Одредити снаге пумпи P1 и P2. Колико износи запремински проток воде  $\dot{V}_C$  који се одводи из резервоара С, ако је ниво воде у њему непроменљив?

Познати су следећи подаци: густина воде  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , пречници деоница  $D_1 = 150 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 100 \text{ mm}$ ,  $D_3 = 200 \text{ mm}$ , дужине деоница  $L_1 = 10 \text{ m}$ ,  $L_2 = 18 \text{ m}$ ,  $L_3 = 4 \text{ m}$ , висина  $H = 12 \text{ m}$ , коефицијенти локалних губитака  $\zeta_{v1} = 0,8$ ,  $\zeta_{v2} = 1$ ,  $\zeta_s = 0,5$ ,  $\zeta_k = 0,2$ ,  $\zeta_R = 0,6$ . Коефицијент трења у свим деоницама има исту вредности и износи  $\lambda = 0,02$ , а степен корисности пумпи је  $\eta = 0,8$ .

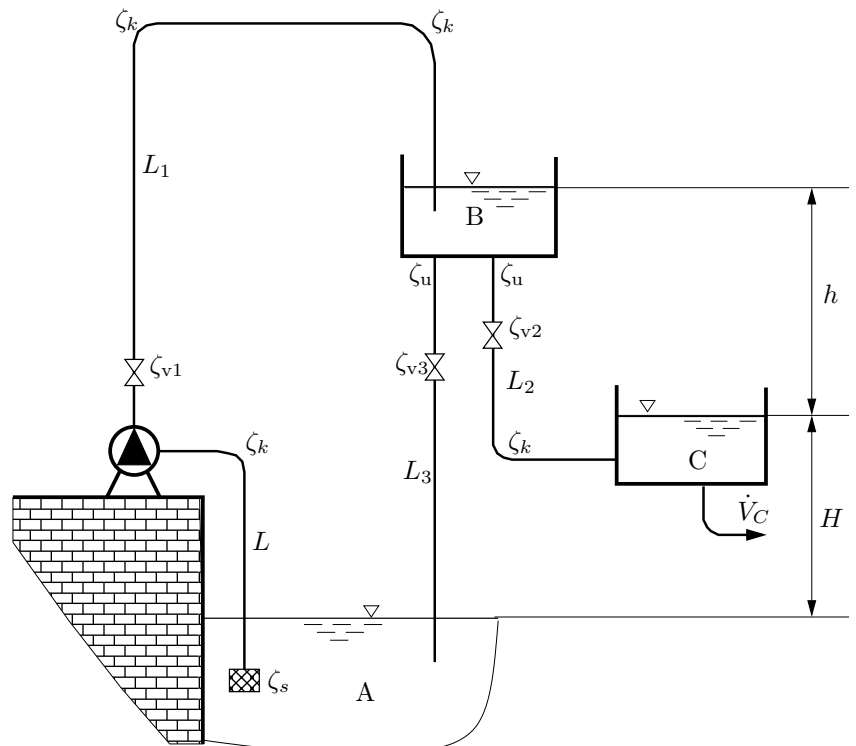


Слика 3. Задатак 3.

Решење:
$P_{p1} = 2666,2 \text{ W}$
$P_{p2} = 3002,9 \text{ W}$
$\dot{V}_C = 35,3 \text{ lit/s}$

4. Из језера А (слика 4) пумпа црпи воду ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) и транспортује је ка резервоару В, из ког се део воде враћа у језеро кроз деоницу 3, а део воде, под дејством силе гравитације, кроз деоницу 2 одлази у резервоар С. Нивои воде у резервоарима и језеру су непроменљиви. Одредити брзине струјања воде у свим деоницама и снагу пумпе. Ако је потребно испитати да ли у систему долази до појаве кавитације, означити на слици критична места на којима би требало извршити проверу. Познати су следећи подаци:

- дужина цевовода од усисне корпе до пумпе  $L = 5 \text{ m}$ , дужина цевовода од пумпе до резервоара В  $L_1 = 15 \text{ m}$ , дужина цевовода од резервоара В до језера А  $L_3 = 5 \text{ m}$ , и од резервоара В до резервоара С  $L_2 = 5 \text{ m}$ ,
- вредност коефицијента трења, као и вредности пречника цеви су исте за све деонице и изnose:  $\lambda = 0,03$ ,  $D = 70 \text{ mm}$ ,
- висине  $H = 2 \text{ m}$ ,  $h = 4 \text{ m}$ ,
- вредности коефицијената локалних отпора: усисне корпе  $\zeta_s = 2,5$ , колена  $\zeta_k = 0,2$ , улаза у цевовод  $\zeta_u = 0,3$ , вентила  $\zeta_{v1} = 1,5$ ,  $\zeta_{v2} = 100$ ,  $\zeta_{v3} = 80$ ,
- степен корисности пумпе  $\eta = 0,8$ .

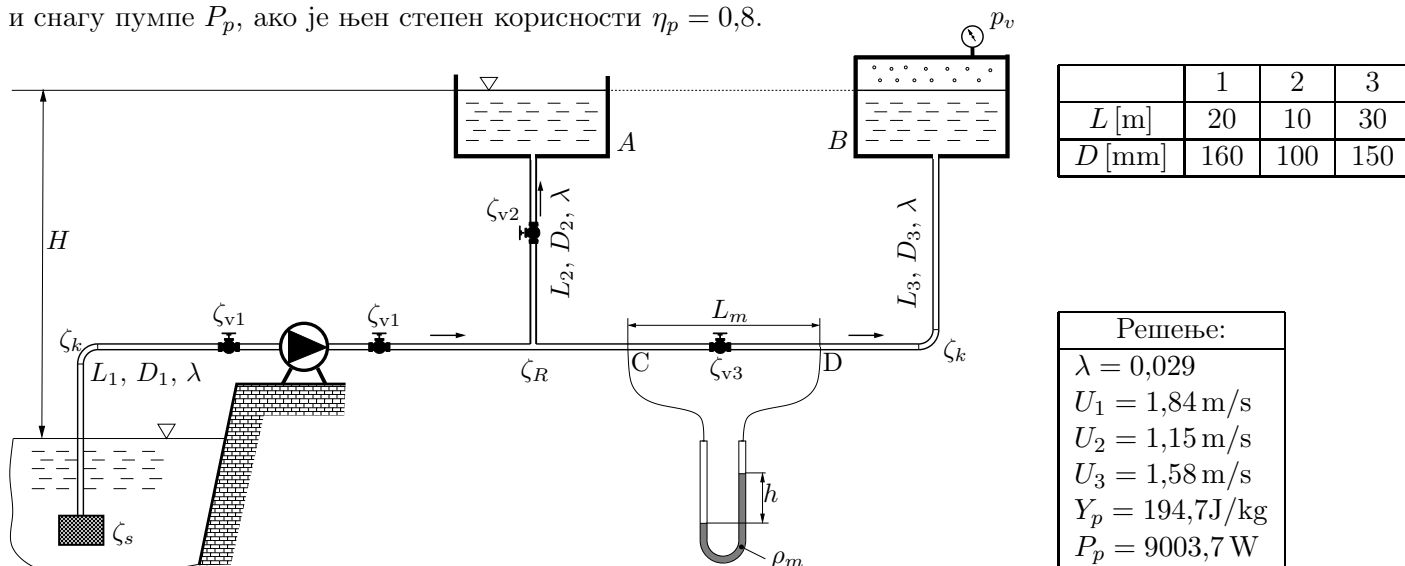


Слика 4. Задатак 4.

Решење:  $U_3 = 1,188 \text{ m/s}$ ,  $U_2 = 0,87 \text{ m/s}$ ,  $U_1 = 2,058 \text{ m/s}$ ,  $P_p = 879,8 \text{ W}$

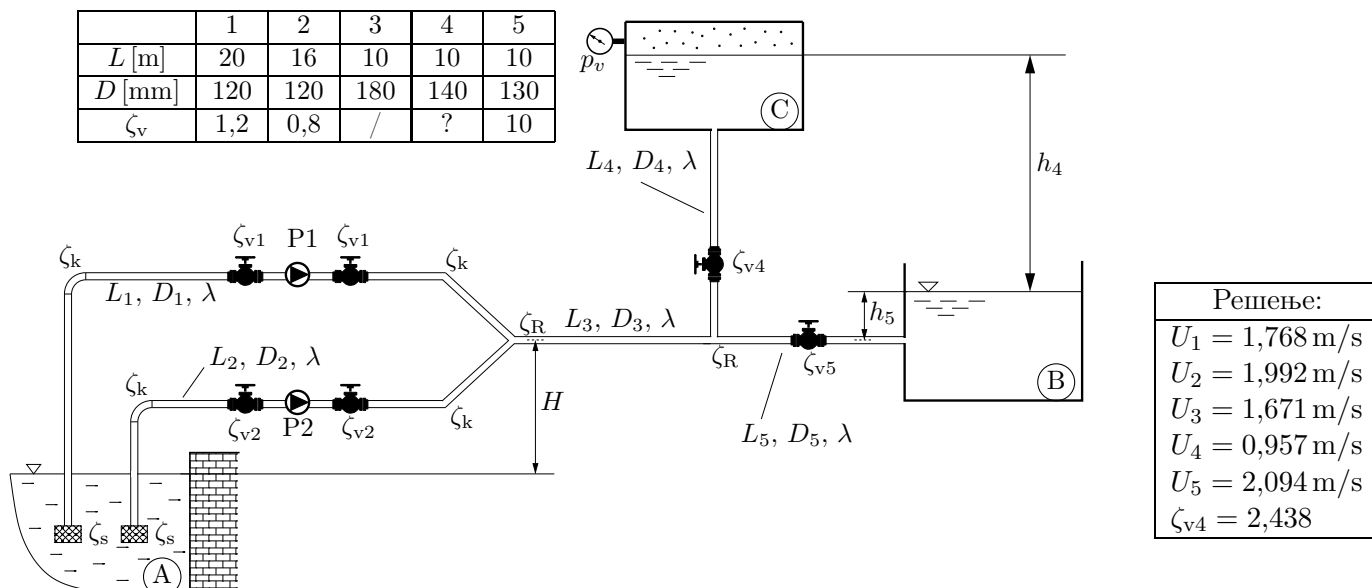
5. У систему приказаном на слици 5 пумпа црпи воду ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) из језера и потискује је у отворени резервоар А и затворени резервоар В у коме влада потпритисак  $p_v = 5 \text{ kPa}$ . Нивои воде у резервоарима су једнаки и налазе се  $H = 18 \text{ m}$  изнад нивоа језера. Систем се састоји од три деонице чије су дужине и пречници дати у табели. Запремински проток кроз деоницу 3 износи  $\dot{V}_3 = 28 \text{ lit/s}$ . Коефицијенти локалних отпора имају следеће вредности: усисна корпа  $\zeta_s = 0,8$ , колена  $\zeta_k = 0,5$ , рачва  $\zeta_R = 0,8$ , вентили  $\zeta_{v1} = 1$ ,  $\zeta_{v2} = 5$ ,  $\zeta_{v3} = 1$ . Коефицијент трења је једнак у свим деоницама, а одређује се на основу показивања U-цеви ( $h = 20 \text{ mm}$ ) која је постављена у деоници 3 и мери пад притиска од тачке С до тачке D (слика 5). Као манометарска течност се користи жива чија је густина  $\rho_m = 13600 \text{ kg/m}^3$ . Растојање тачке D од тачке С износи  $L_m = 5 \text{ m}$ .

Одредити: вредност коефицијента трења  $\lambda$ , средње брзине струјања воде у деоницама 1, 2 и 3, напор  $Y_p$  и снагу пумпе  $P_p$ , ако је њен степен корисности  $\eta_p = 0,8$ .



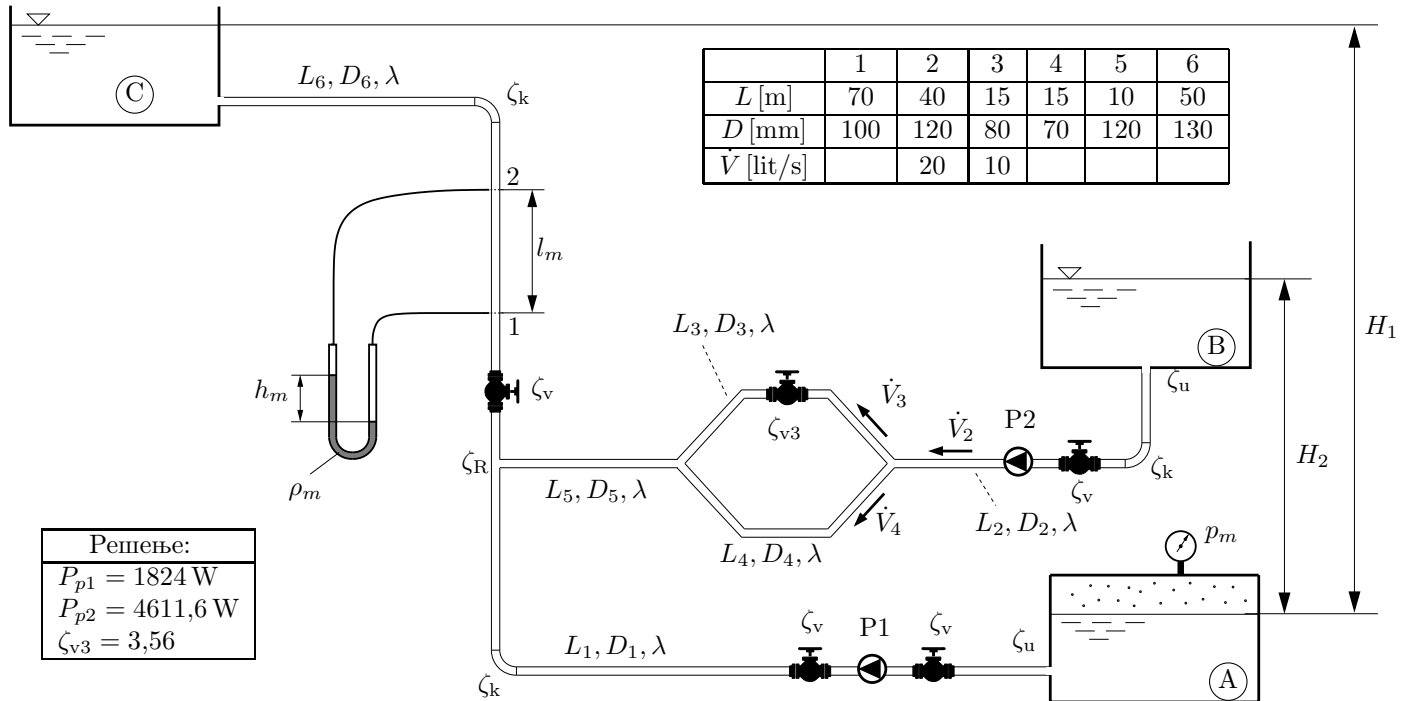
Слика 5. Задатак 5.

6. У систему приказаном на слици 6 пумпе P1 и P2 транспортују воду ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) из језера А у резервоаре В и С. Пумпе раде са напором  $Y_{p1} = Y_{p2} = 110 \text{ J/kg}$ , а запремински проток кроз пумпу у деоници ① износи  $\dot{V}_1 = 20 \text{ lit/s}$ . Одредити средње брзине струјања у свих пет деоница, као и коефицијент отпора вентила у деоници 4 ( $\zeta_{v4} = ?$ ). Вредности коефицијената отпора осталих вентила су дати у табели. Ту се такође налазе вредности дужина и пречника за сваку деоницу. Познате су висине  $H = 5 \text{ m}$ ,  $h_4 = 7 \text{ m}$ ,  $h_5 = 1 \text{ m}$ , вредност потпритиска у резервоару С  $p_v = 40 \text{ kPa}$ , коефицијенти отпора колена  $\zeta_k = 0,3$ , рачве  $\zeta_R = 0,4$  и усисне корпе  $\zeta_s = 0,4$ . Коефицијент трења за све деонице има исту вредност,  $\lambda = 0,04$ .



Слика 6. Задатак 6.

7. У систему приказаном на слици 7 пумпе P1 и P2 потискују воду ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) из великих резервоара А и В у велики резервоар С. Одредити снаге пумпи и коефицијент отпора вентила  $\zeta_{v3}$ . Познати су следећи подаци: натпритисак  $p_m = 2 \text{ bar}$ , висине  $H_1 = 20 \text{ m}$ ,  $H_2 = 10 \text{ m}$ , коефицијент трења  $\lambda = 0,02$  (ова вредност важи за све деонице), коефицијенти локалних отпора  $\zeta_u = 0,5$ ,  $\zeta_k = 1$ ,  $\zeta_v = 3$ ,  $\zeta_R = 1,5$  и степен корисности  $\eta = 0,8$  (за обе пумпе.) Подаци о дужинама деоница, пречницима цеви и запреминским протоцима су дати у табели. На делу деонице 6 мери се пад притиска помоћу диференцијалног манометра са живом:  $\rho_m = 13600 \text{ kg/m}^3$ ,  $h_m = 50 \text{ mm}$ ,  $l_m = 11 \text{ m}$ . Напомена: локалне губитке услед рачвања цевовода узети у обзир само на месту где је то обележено на слици.

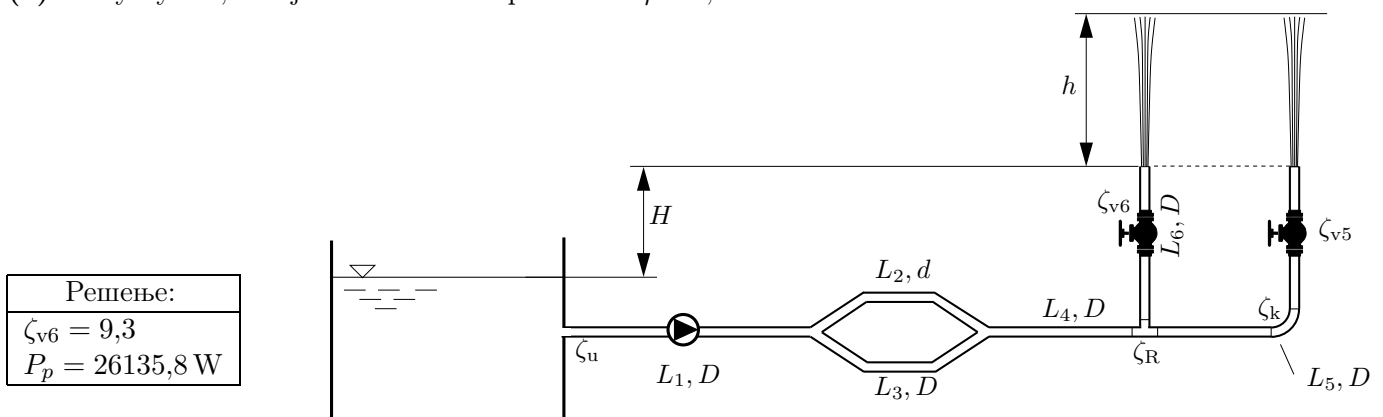


Слика 7. Задатак 7.

8. Пумпа црпи воду из великог резервоара и шаље је кроз цевовод приказан на слици 8. Вода кроз деонице 5 и 6 истиче у атмосферу. Теоријска висина оба млаза (занемарују се сви губици у млазу) је иста и износи  $h = 1 \text{ m}$ . Познати су следећи подаци:  $H = 0,5 \text{ m}$ , пречник деонице 2,  $d = 50 \text{ mm}$  (видети слику 8), пречник свих осталих деоница  $D = 60 \text{ mm}$ , коефицијент трења за све деонице  $\lambda = 0,03$ , густина воде  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , коефицијенти локалних отпора  $\zeta_u = 0,2$ ,  $\zeta_k = 0,3$ ,  $\zeta_{v5} = 4$ ,  $\zeta_R = 1$  дужине деоница  $L_1 = L_5 = 20 \text{ m}$ ,  $L_2 = L_3 = L_4 = L_6 = 10 \text{ m}$ . Локалне отпоре који нису назначени на слици занемарити.

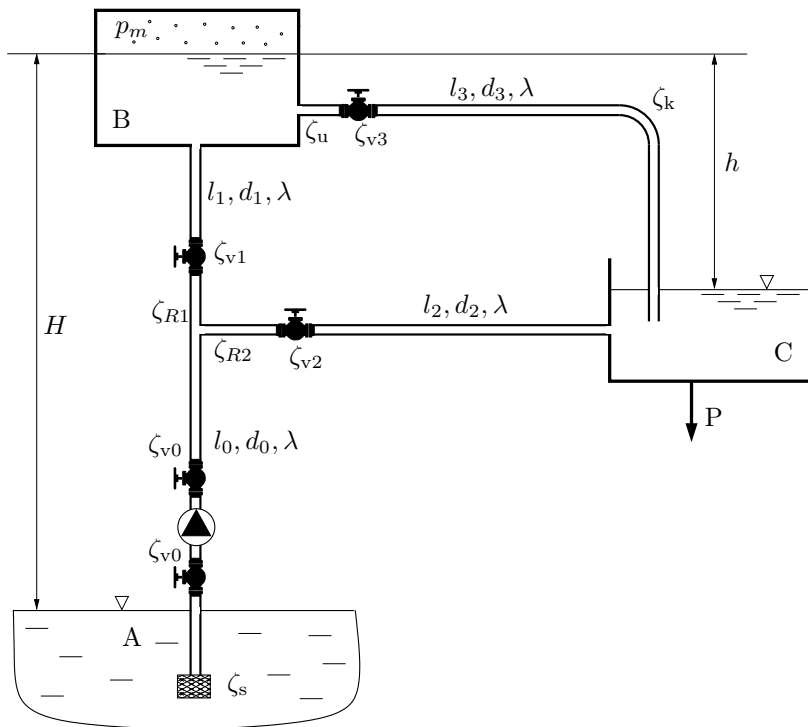
Одредити:

- (а) коефицијент отпора вентила у деоници 6, ( $\zeta_{v6} = ?$ ),  
 (б) снагу пумпе, ако је њен степен корисности  $\eta = 0,8$ .



Слика 8. Задатак 8.

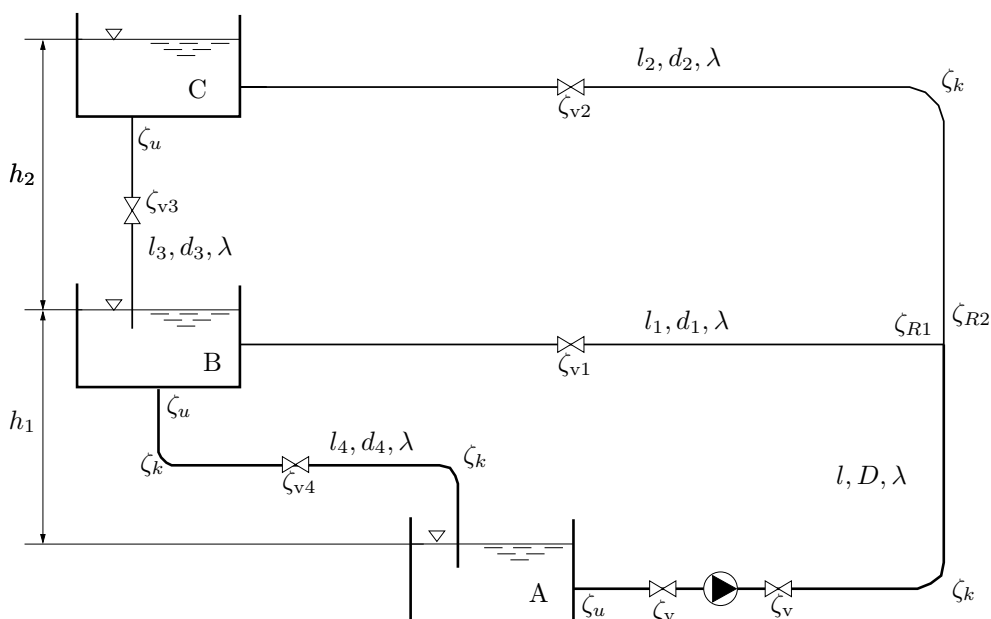
9. Пумпа транспортује воду из резервоара А у резервоаре В и С. Истовремено вода струји из резервоара В у резервоар С, а из њега ка потрошачу Р (слика 9), тако да су нивои воде у резервоарима непроменљиви. Одредити снагу пумпе, ако су познати следећи подаци:  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $h = 1 \text{ m}$ ,  $H = 10 \text{ m}$ ,  $l_0 = 4 \text{ m}$ ,  $l_1 = 5 \text{ m}$ ,  $l_2 = 10 \text{ m}$ ,  $l_3 = 15 \text{ m}$ ,  $d_0 = 80 \text{ mm}$ ,  $d_1 = 45 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 50 \text{ mm}$ ,  $d_3 = 40 \text{ mm}$ ,  $\zeta_u = \zeta_k = 0,5$ ,  $\zeta_s = 1$ ,  $\zeta_{v0} = 2$ ,  $\zeta_{v1} = 1,7$ ,  $\zeta_{v2} = 3,4$ ,  $\zeta_{v3} = 4$ ,  $\zeta_{R1} = 0,3$ ,  $\zeta_{R2} = 0,6$ ,  $\eta_p = 0,75$ ,  $p_m = 5 \text{ kPa}$ , за све деонице важи  $\lambda = 0,02$ .



Решење:
$P_p = 860,6 \text{ W}$

Слика 9. Задатак 9.

10. Пумпа транспортује воду из резервоара А ка резервоарима В и С (слика 10). При раду пумпе нивои воде у резервоарима се не мењају. Одредити снагу пумпе и коефицијент локалног отпора вентила у деоници 2 ( $\zeta_{v2} = ?$ ). Познати су следећи подаци:  $h_1 = 1,4 \text{ m}$ ,  $h_2 = 1,2 \text{ m}$ ,  $l = 8 \text{ m}$ ,  $l_1 = 4 \text{ m}$ ,  $l_2 = 5 \text{ m}$ ,  $l_3 = 1 \text{ m}$ ,  $l_4 = 6 \text{ m}$ ,  $D = 60 \text{ mm}$ ,  $d_1 = 40 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 36 \text{ mm}$ ,  $d_3 = 25 \text{ mm}$ ,  $d_4 = 50 \text{ mm}$ ,  $\zeta_u = \zeta_k = 0,5$ ,  $\zeta_v = \zeta_{v1} = 2$ ,  $\zeta_{v3} = 4$ ,  $\zeta_{v4} = 3$ ,  $\zeta_{R1} = 1$ ,  $\zeta_{R2} = 0,3$ ,  $\lambda = 0,02$ , степен корисности пумпе је  $\eta_p = 0,8$ .

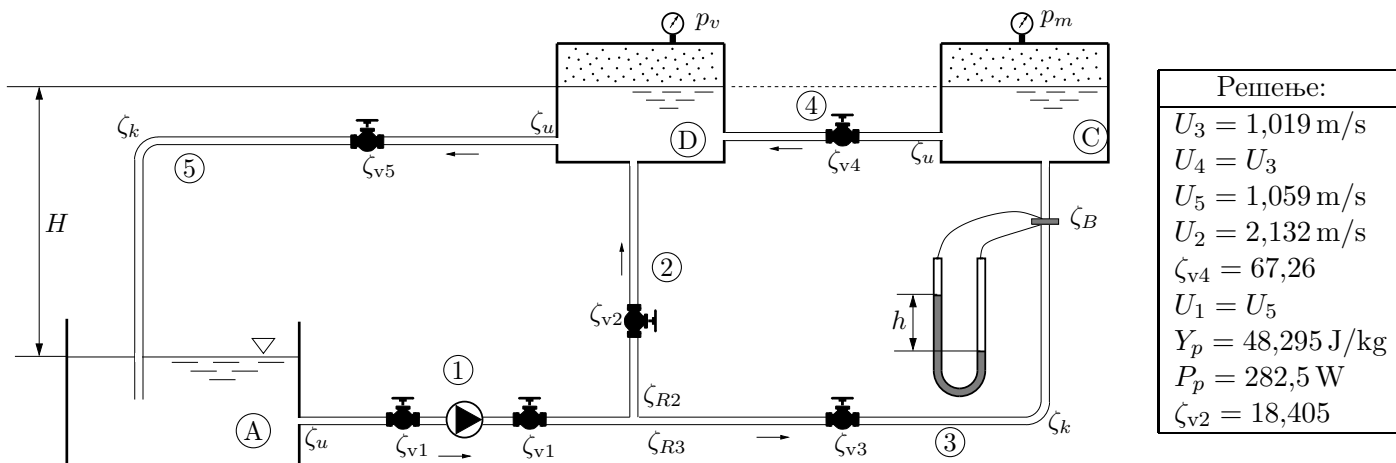


Решење:
$U_4 = 1,865 \text{ m/s}$
$U = U_4$
$U_3 = 1,933 \text{ m/s}$
$U_1 = 2,159 \text{ m/s}$
$U_2 = 0,932 \text{ m/s}$
$Y_p = 34,15 \text{ J/kg}$
$P_p = 156,3 \text{ W}$
$\zeta_{v2} = 0,517$

Слика 10. Задатак 10.

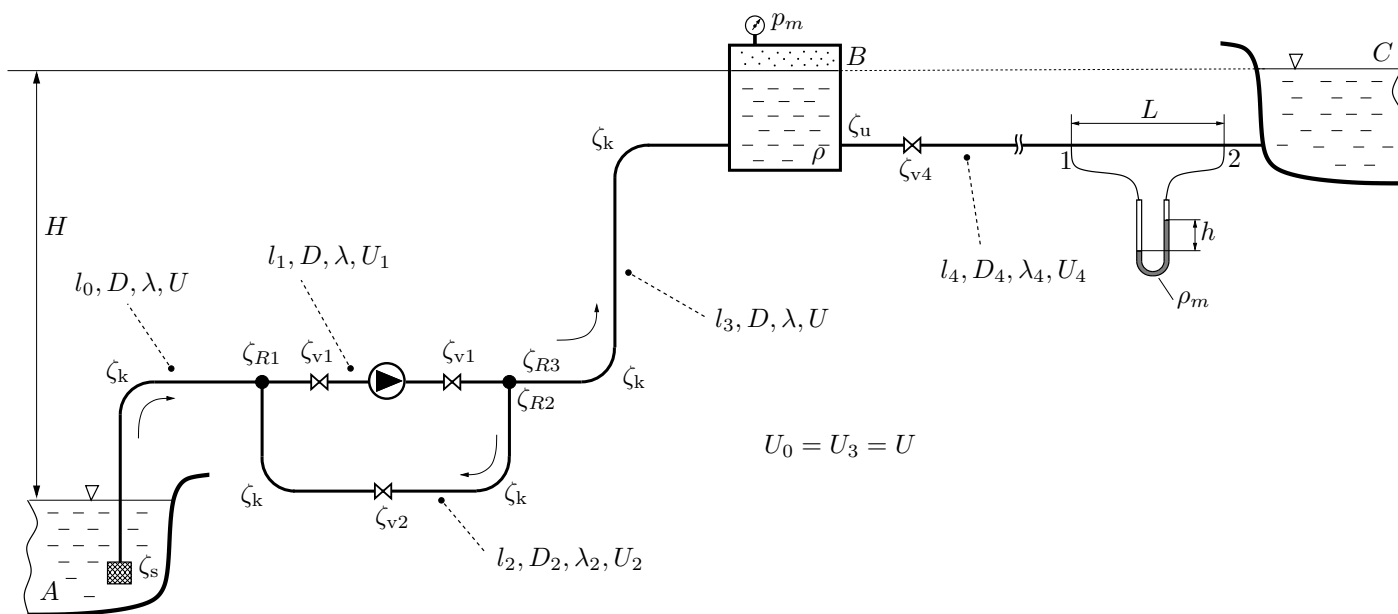


11. Пумпа транспортује воду из резервоара А ка резервоарима С и D, а затим се вода из резервоара D кроз деоницу ⑤ враћа у резервоар А (слика 11). Запремински проток у грани ③ се мери помоћу бленде чија је карактеристика  $k = 0,01 \text{ m}^{\frac{5}{2}}/\text{s}$ , а која је повезана на диференцијални манометар са кога се очитава разлика нивоа манометарске течности  $h = 40 \text{ mm}$ . Проток се израчунава према једначини  $\dot{V}_3 = k\sqrt{h}$ . Нивои воде у резервоарима су непроменљиви. Потребно је одредити коефицијенте отпора вентила  $\zeta_{v2}$  и  $\zeta_{v4}$ , као и снагу пумпе. Познати су пречници деоница и њихове дужине  $D_1 = 75 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 40 \text{ mm}$ ,  $D_3 = 50 \text{ mm}$ ,  $D_4 = 50 \text{ mm}$ ,  $D_5 = 75 \text{ mm}$ ,  $L_1 = 5 \text{ m}$ ,  $L_2 = 5 \text{ m}$ ,  $L_3 = 10 \text{ m}$ ,  $L_4 = 4 \text{ m}$ ,  $L_5 = 10 \text{ m}$ , вредности релативних притисака у резервоарима  $p_v = 35,5 \text{ kPa}$ ,  $p_m = 1 \text{ kPa}$ , висина  $H = 4 \text{ m}$ , коефицијенти локалних отпора  $\zeta_u = \zeta_k = 0,5$ ,  $\zeta_{v1} = 1,5$ ,  $\zeta_{v3} = 3$ ,  $\zeta_{v5} = 2$ ,  $\zeta_{R2} = 0,6$ ,  $\zeta_{R3} = 0,3$ ,  $\zeta_B = 1,5$ . Радни флуид је вода густине  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Коефицијент трења за све деонице износи  $\lambda = 0,02$ , а степен корисности пумпе је  $\eta = 0,8$ .



Слика 11. Задатак 11.

12. Пумпом се црпи вода ( $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) из доњег језера А, запреминским протоком  $\dot{V}_0 = 40 \frac{\text{l}}{\text{s}}$  и шаље се ка резервоару В у коме влада натпритисак  $p_m = 15000 \text{ Pa}$ . Ниво воде у резервоару В се не мења. За регулацију протока се користи оптични вод (грана 2) кроз који протиче  $\dot{V}_2 = 12 \frac{\text{l}}{\text{s}}$  воде. Вода даље струји из резервоара В у горње језеро С, кроз праволинијски цевовод. На делу тог цевовода, дужине  $L = 4,5 \text{ m}$  мери се пад притиска помоћу U-цеви чије је показивање  $h = 90 \text{ mm}$ . Густина манометарске течности је  $\rho_m = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Познати су и следећи подаци:  $D = 200 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 80 \text{ mm}$ ,  $D_4 = 170 \text{ mm}$ ,  $l_0 = 5 \text{ m}$ ,  $l_1 = 2 \text{ m}$ ,  $l_2 = 4 \text{ m}$ ,  $l_3 = 15 \text{ m}$ ,  $H = 10 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,03$ ,  $\lambda_2 = 0,035$ . Коефицијенти локалних отпора су:  $\zeta_s = 5$ ,  $\zeta_k = 0,3$ ,  $\zeta_{v1} = 2$ ,  $\zeta_{v4} = 1,5$ ,  $\zeta_u = 0,2$ ,  $\zeta_{R1} = 0,8$ ,  $\zeta_{R2} = 2$ ,  $\zeta_{R3} = 1,2$ .



Слика 12. Задатак 12.

Одредити:

- средње брзине струјања у свим деоницама,
- вредност коефицијента трења у деоници 4,  $\lambda_4$ ,
- дужину деонице 4, између резервоара В и језера С,  $l_4$ ,
- коефицијент отпора вентила који се налази у оптичком воду (грана 2)  $\zeta_{V2}$ ,
- напор пумпе  $Y_p$  и снагу пумпе  $P_p$ , ако је њен степен корисности  $\eta_p = 0,8$ .

Решење:

Познати су запремински протоци у деоницама 0 и 2. Могуће је на основу једначине континуитета за цев одредити средње брзине струјања у тим деоницама. Протоци и пречници у деоницама 0 и 3 су једнаки, па су и средње брзине струјања:  $U_0 = U_3 = U$ .

$$\dot{V}_0 = U \frac{D^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U = \frac{4\dot{V}_0}{D^2 \pi} = 1,273 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_2 = U_2 \frac{D_2^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_2 = \frac{4\dot{V}_2}{D_2^2 \pi} = 2,387 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Проток кроз деоницу 1 се може одредити на основу једначине континуитета за рачву:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_0 + \dot{V}_2 = 52 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_1 = U_1 \frac{D_1^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_1 = \frac{4\dot{V}_1}{D_1^2 \pi} = 1,655 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ниво воде у резервоару В је непроменљив, тј. нема промене запремине воде у резервоару. Према једначини континуитета за резервоар, следи да је улазни запремински проток једнак излазном:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_4 \quad \Rightarrow \quad U \frac{D^2 \pi}{4} = U_4 \frac{D_4^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_4 = U \left( \frac{D}{D_4} \right)^2 = 1,762 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Из Бернулијеве једначине од доњег језера А до резервоара В, могуће је одредити напор пумпе:

$$Y_A + Y_p = Y_B + Y_{gA-B}$$

$$\begin{aligned} \frac{p_a}{\rho} + 0 + 0 + Y_p &= \frac{p_a + p_m}{\rho} + 0 + gH + \underbrace{\left( \zeta_s + \zeta_k + \lambda \frac{l_0}{D} \right)}_{C_0=6,05} \frac{U^2}{2} \\ &+ \underbrace{\left( \zeta_{R1} + 2\zeta_{v1} + \lambda \frac{l_1}{D} \right)}_{C_1=5,1} \frac{U_1^2}{2} + \underbrace{\left( \zeta_{R3} + 2\zeta_k + 1 + \lambda \frac{l_3}{D} \right)}_{C_3=5,05} \frac{U^2}{2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$Y_p = \frac{p_m}{\rho} + gH + C_0 \frac{U^2}{2} + C_1 \frac{U_1^2}{2} + C_3 \frac{U^2}{2}$$

$$Y_p = 129,07 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Снага пумпе се израчунава следећим изразом:

$$P_p = \frac{\rho \dot{V}_1 Y_p}{\eta_p} = 8389,6 \text{ W}$$

За повратни (опточни) вод важи да је напор пумпе једнак суми јединичних губитака енергије. Деонице 1 и 2 чине повратни вод, па следи:

$$Y_p = \sum Y_g$$

$$Y_p = C_1 \frac{U_1^2}{2} + \left( \zeta_{R2} + 2 \zeta_k + \zeta_{v2} + \lambda_2 \frac{l_2}{D_2} \right) \frac{U_2^2}{2}$$

Једина непозната величина у претходној једначини је тражени коефицијент локалног отпора вентила у деоници 2:

$$\zeta_{v2} = \left( Y_p - C_1 \frac{U_1^2}{2} \right) \frac{2}{U_2^2} - \zeta_{R2} - 2 \zeta_k - \lambda_2 \frac{l_2}{D_2}$$

$$\zeta_{v2} = 38,5$$

Коришћењем диференцијалног манометра, U-цеви, одређује се пад притиска у деоници 4 између пресека 1-1 и 2-2. Једначина хидростатичке равнотеже гласи:

$$p_1 + \rho g x + \rho g h = p_2 + \rho g x + \rho_m g h$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{12} = g h (\rho_m - \rho) \quad (2)$$

Исти пад притиска се може одредити Дарсијевом формулом:

$$\Delta p_{12} = \rho \lambda_4 \frac{L}{D_4} \frac{U_4^2}{2} \quad (3)$$

Изједначавањем израза (2) и (3) добија се једначина у којој је једина непозната величина коефицијент трења у деоници 4  $\lambda_4$ :

$$g h (\rho_m - \rho) = \rho \lambda_4 \frac{L}{D_4} \frac{U_4^2}{2}$$

$$\lambda_4 = \frac{g h (\rho_m - \rho)}{\rho} \frac{2 D_4}{L U_4^2} = 0,032$$

Тражена дужина  $l_4$  се појављује у члану који представља губитак јединичне енергије услед трења, па се користи Бернулијева једначина од резервоара В до горњег језера С:

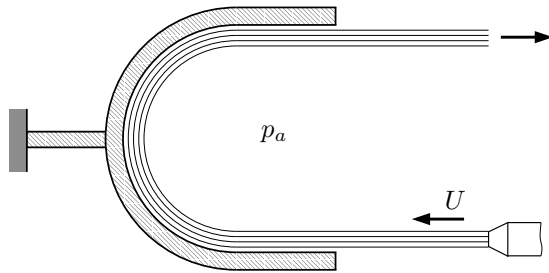
$$Y_B = Y_C + Y_{gB-C}$$

$$\frac{p_a + p_m}{\rho} + 0 + 0 = \frac{p_a}{\rho} + 0 + 0 + \left( \zeta_u + \zeta_{v4} + 1 + \lambda_4 \frac{l_4}{D_4} \right) \frac{U_4^2}{2}$$

$$l_4 = \frac{D_4}{\lambda_4} \left( \frac{2 p_m}{\rho U_4^2} - \zeta_u - \zeta_{v4} - 1 \right) = 36,99 \text{ m}$$

# Примена закона о промени количине кретања

1. Млаз воде истиче из млазнице брзином  $U = 15 \text{ m/s}$  и удара у лопатицу приказану на слици 1, након чега млаз мења смер. Одредити правац, смер и интензитет силе  $F$  којом млаз делује на непокретну лопатицу. Занемарити тежину воде, разлику у висини и губитке енергије. Густина воде је  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , а површина попречног пресека млаза, која се не мења, износи  $A = 0,01 \text{ m}^2$ .

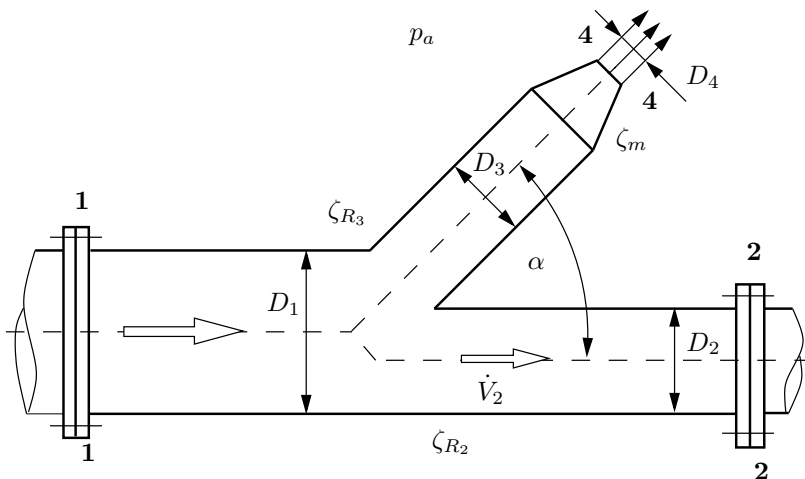


Слика 1. Задатак 1.

Решење:	
$F_{flx} = 4500 \text{ N}$	(←) смер
$F_{fly} = 0 \text{ N}$	

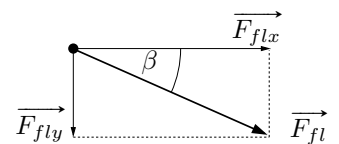
Резултујућа сила је хоризонтална, делује са десна на лево и има интензитет  $F_{fl} = 4500 \text{ N}$ .

2. Одредити правац, смер и интензитет силе којом вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) делује на хоризонталну рачву приказану на слици 2. Рачва је за остатак цевовода причвршћена прирубницама у пресецима 1-1 и 2-2, где су познате вредности натпритисака:  $p_{m1} = 8 \text{ kPa}$ ,  $p_{m2} = 7,5 \text{ kPa}$ . Грана пречника  $D_3 = 100 \text{ mm}$  се завршава млазницом пречника  $D_4 = 65 \text{ mm}$ , кроз коју вода истиче у атмосферу. Познати су и пречници  $D_1 = 150 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 110 \text{ mm}$ . Запремински проток воде кроз грану 2 (слика 2) је  $\dot{V}_2 = 10 \text{ lit/s}$ . Ако је коефицијент локалног отпора млазнице  $\zeta_m = 0,3$  и рачве  $\zeta_{R2} = 1,1$  и угао  $\alpha = 30^\circ$ , одредити коефицијент локалног отпора рачве за грану 3  $\zeta_{R3} = ?$ . Занемарити тежину воде у рачви.



Слика 2. Задатак 2.

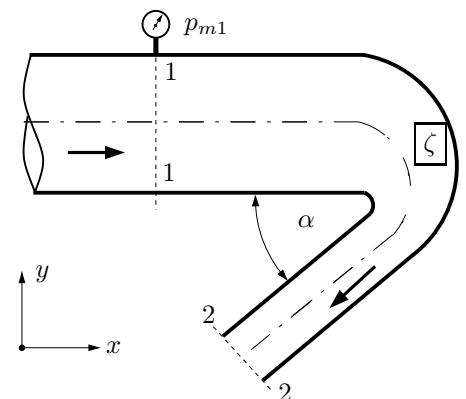
Решење:	
$\zeta_{R3} = 2,707$	
$F_{flx} = 55,07 \text{ N}$	
$F_{fly} = -16,12 \text{ N}$	
$F_{fl} = 57,38 \text{ N}$	
$\beta = 16,3^\circ$	



3. На слици 3 је приказана хоризонтална, закривљена цев променљивог попречног пресека кроз коју струји вода густине  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Површине попречних пресека су  $A_1 = 0,02 \text{ m}^2$  и  $A_2 = 0,01 \text{ m}^2$ . У пресеку 1-1 измерен је натпритисак  $p_{m1} = 25 \text{ kPa}$ , а пресек 2-2 је отворен ка атмосфери. Сила којом флуид делује на део цевовода између пресека 1-1 и 2-2 се може пројектовати на осе приказаног координатног система (слика 3). Ако вредност пројекције силе на  $x$  осу износи  $F_{flx} = 700 \text{ N}$  одредити:

- (а) запремински проток воде  $\dot{V}$ ,  
 (б) вредност пројекције силе на  $y$  осу  $F_y$ ,  
 (в) вредност коефицијента локалног отпора кривине  $\zeta$ .

Позната је вредност угла  $\alpha = 45^\circ$ . Губитке на трење занемарити.

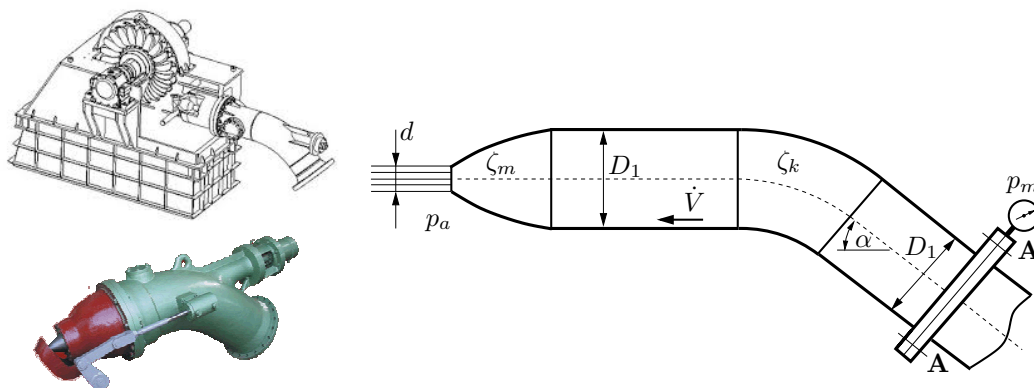


Слика 3. Задатак 3.

Решење:	
$\dot{V} = 40,7 \text{ lit/s}$ ,	$F_{fly} = 117,16 \text{ N}$ , $\zeta = 2,27$

4. На крају цевовода којим се вода доводи Пелтоновој турбини се налази млазница (слика 4). Она је за остатак цевовода причвршћена завртањском везом А-А. Одредити показивање манометра ( $p_m = ?$ ), као и силе истезања и смицања завртањске везе, ако су познати следећи подаци: запремински проток и густина воде  $\dot{V} = 70 \text{ lit/s}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , пречници  $D_1 = 25 \text{ cm}$ ,  $d = 9 \text{ cm}$ , коефицијенти локалних губитка колена и млазнице  $\zeta_k = 0,5$ ,  $\zeta_m = 0,8$  и вредност угла  $\alpha = 30^\circ$ .

Тежину воде у млазници и разлику висина на улазу и излазу из млазнице занемарити. Због кратке дужине млазнице занемарити и губитке на трење. Вода излази у атмосферу.

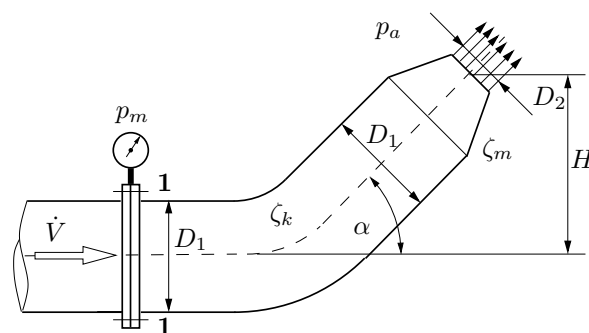


Решење:
$p_m = 108457 \text{ Pa}$
$F_i = 4756,7 \text{ N}$
$F_s = 385,12 \text{ N}$

Слика 4. Задатак 4.

5. Кратка закривљена цев са млазницом је за остатак цевовода причвршћена завртањском везом у пресеку 1-1 (слика 5). У том пресеку је измерен натпритисак  $p_m = 0,2 \text{ bar}$ . Кроз цев струји вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) запреминским протоком  $\dot{V}$ , затим кроз млазницу истиче у атмосферу. Познати су следећи подаци  $D_1 = 100 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 60 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $H = 200 \text{ mm}$ ,  $\zeta_k = 0,2$ ,  $\zeta_m = 0,5$  (коефицијенти локалних губитака колена и млазнице).

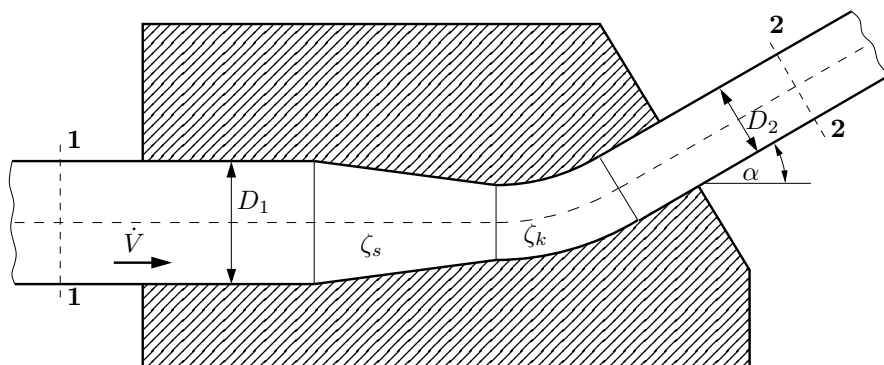
Занемарујући губитке на трење и тежину воде у цеви, израчунати запремински проток  $\dot{V}$  и силу која оптерећује завртањску везу 1-1.



Слика 5. Задатак 5.

Решење:
$\dot{V} = 14,4 \text{ lit/s}$ , $F_i = 131,7 \text{ N}$ смер ( $\rightarrow$ ), $F_s = 51,65 \text{ N}$ смер ( $\downarrow$ ), $F_{1-1} = 141,5 \text{ N}$

6. На слици 6 је приказан део цевовода који се ослања на бетонски блок. Кроз цевовод протиче вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) запреминским протоком  $\dot{V} = 15 \text{ lit/s}$ . Ако су познати пречници цеви  $D_1 = 140 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 100 \text{ mm}$  и натпритисак у пресеку 1-1  $p_{m1} = 20 \text{ kPa}$ , одредити интензитет силе којом цевовод делује на бетонски блок. Занемарити разлику у висини, тежину воде у цевоводу и губитке на трење између пресека 1-1 и 2-2. Коефицијенти локалних отпора сужења цевовода и кривине износе редом:  $\zeta_s = 0,5$  и  $\zeta_k = 0,3$ . На улазу у бетонски блок цев је хоризонтална, а на излазу заклапа угао са хоризонталом од  $\alpha = 30^\circ$ .



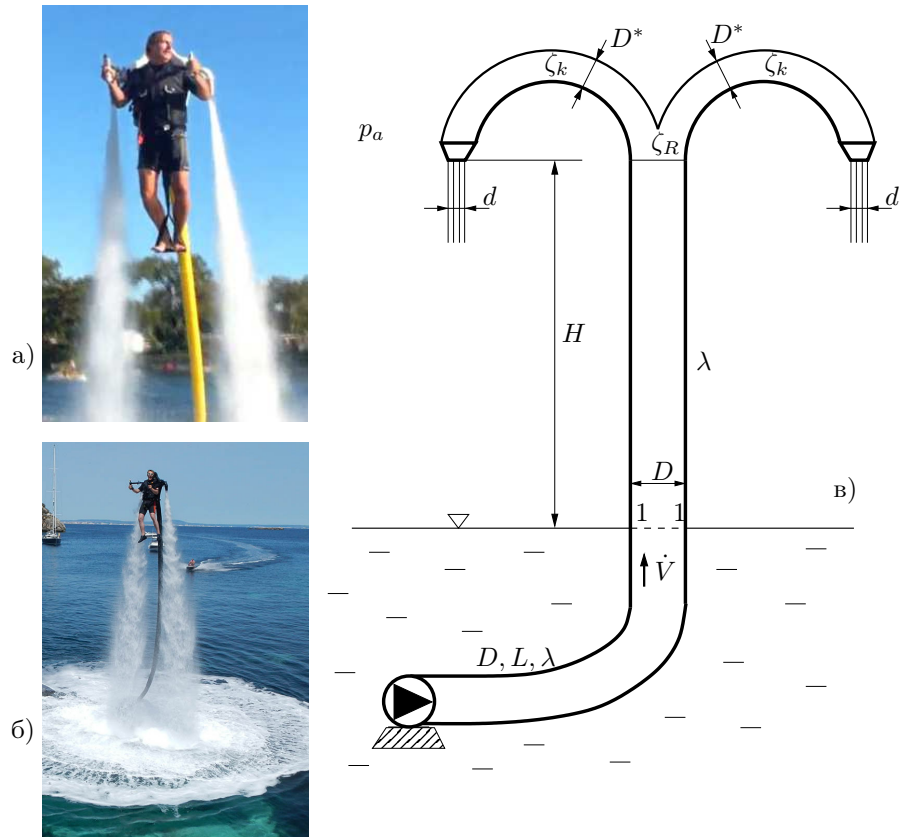
Решење:
$F_{flx} = 180,7 \text{ N}$ смер ( $\rightarrow$ )
$F_{fly} = 81,8 \text{ N}$ смер ( $\downarrow$ )
$F_{fl} = 198,4 \text{ N}$

Слика 6. Задатак 6.

7. Млазни ранац је уређај који се може користити за слободно кретање кроз ваздух изнад површине воде (слика 7). Принцип рада је следећи: потопљена пумпа потискује воду у део уређаја који се налази на човековим леђима, из ког вода излази великом брзином кроз две млазнице, чиме се остварује сила реакције. Променом протока мења се интензитет силе, а закретањем млазница мења се њен правац и смер. Основни делови су шематски приказани на слици 7 в). Познати су следећи подаци: маса човека са опремом на леђима  $m_o = 150 \text{ kg}$ , маса воде која се налази између пресека 1-1 и млазница  $m_v = 50 \text{ kg}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , пречници  $D = 8 \text{ cm}$ ,  $d = 4 \text{ cm}$ ,  $D^* = 6 \text{ cm}$ , натпритисак у пресеку 1-1  $p_{m1} = 2,8 \text{ bar}$ , коефицијенти локалног отпора рачве и колена су  $\zeta_R = 0,8$  и  $\zeta_K = 1,4$ , коефицијент трење  $\lambda = 0,022$ , дужина цеви од пумпе до пресека 1-1 је  $L = 10 \text{ m}$ , степен корисности пумпе  $\eta = 0,75$ . Губитке на трење **након рачве** занемарити.

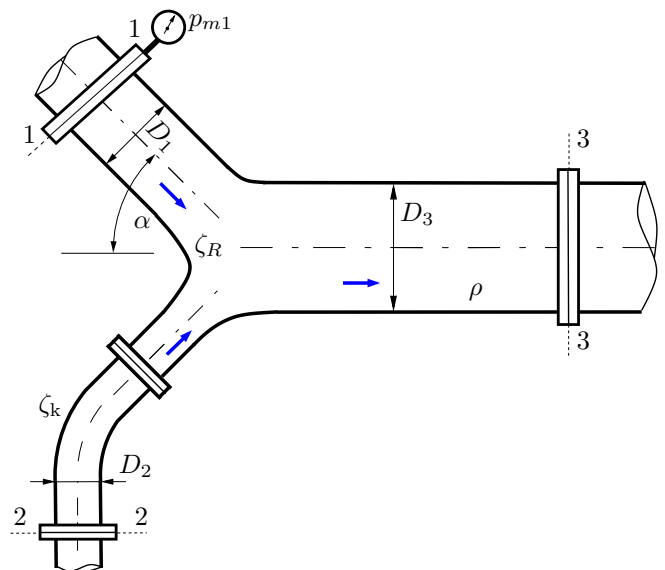
Одредити потребан запремински проток воде да би човек мировао у ваздуху на  $H = 10 \text{ m}$  изнад површине воде (слика 7 б). Одредити коефицијент локалног отпора млазнице и снагу пумпе.

Решење:
$\dot{V} = 30,5 \text{ lit/s}$
$\zeta_m = 0,6$
$P_p = 14182,7 \text{ W}$



Слика 7. Задатак 7.

8. Одредити правац, смер и интензитет силе којом вода ( $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) делује на део цевовода који је ограничен пресецима 1-1, 2-2 и 3-3. Занемарити силу тежине воде у цевоводу и губитке на трење. Цевовод се налази у хоризонталној равни. Коефицијенти локалних отпора колена и рачве су:  $\zeta_k = 0,3$  и  $\zeta_R = 1,5$ . У пресеку 1-1 натпритисак се мери манометром чије је показивање  $p_{m1} = 30000 \text{ Pa}$ . Познати су и следећи подаци:  $D_1 = 150 \text{ mm}$ ,  $D_2 = 100 \text{ mm}$ ,  $D_3 = 180 \text{ mm}$ ,  $\dot{V}_1 = 20 \frac{\text{lit}}{\text{s}}$ ,  $\dot{V}_2 = 15 \frac{\text{lit}}{\text{s}}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $p_a = 10^5 \text{ Pa}$ . Вода тече у смеру који је назначен на слици.



Слика 8. Задатак 8.

Решење:

Посматра се контролна запремина која обухвата сложен цевовод између пресека 1-1, 2-2 и 3-3. Сила којом вода делује на зидове контролне запремине је према закону о промени количине кретања:

$$\vec{F} = \dot{m}_1 \vec{U}_1 + \dot{m}_2 \vec{U}_2 - \dot{m}_3 \vec{U}_3 + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{G} \quad (1)$$

Запремински проток  $\dot{V}_3$  се добија из једначине континуитета за рачву:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2.$$

Масени протоци кроз одговарајуће деонице су:

$$\dot{m}_1 = \rho \dot{V}_1 = 20 \frac{\text{kg}}{\text{s}}, \quad \dot{m}_2 = \rho \dot{V}_2 = 15 \frac{\text{kg}}{\text{s}},$$

$$\dot{m}_3 = \rho \dot{V}_3 = 35 \frac{\text{kg}}{\text{s}}.$$

Када се једначина континуитета, за цев кружног попречног пресека, примени за све три деонице одређују се средње брзине струјања воде:

$$\dot{V}_1 = U_1 \frac{D_1^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_1 = \frac{4 \dot{V}_1}{D_1^2 \pi} = 1,132 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_2 = U_2 \frac{D_2^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_2 = \frac{4 \dot{V}_2}{D_2^2 \pi} = 1,91 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_3 = U_3 \frac{D_3^2 \pi}{4} \quad \Rightarrow \quad U_3 = \frac{4 \dot{V}_3}{D_3^2 \pi} = 1,375 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Бернулијева једначина од пресека 1-1 до пресека 3-3 гласи:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{U_1^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \frac{U_3^2}{2} + \zeta_R \frac{U_3^2}{2}$$

$$p_3 = p_a + p_{m1} + \rho \frac{U_1^2}{2} - \rho \frac{U_3^2}{2} (1 + \zeta_R) = 128277 \text{ Pa}$$

Напритисак у пресеку 3-3 износи:

$$p_{m3} = p_3 - p_a = 28277 \text{ Pa}$$

Притисак у пресеку 2-2 је могуће одредити из Бернулијево једначине од пресека 2-2 до пресека 3-3:

$$Y_2 = Y_3 + Y_{g2-3}$$

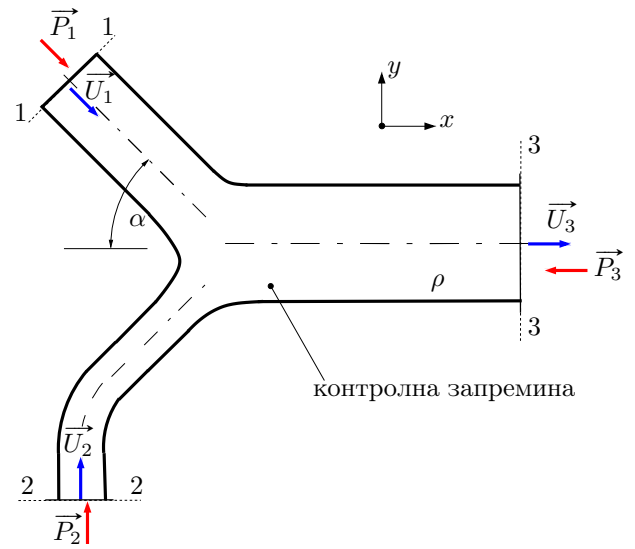
$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{U_2^2}{2} = \frac{p_a + p_{m3}}{\rho} + \frac{U_3^2}{2} + \zeta_k \frac{U_2^2}{2} + \zeta_R \frac{U_3^2}{2}$$

$$p_2 - p_a = p_{m3} + \rho \frac{U_3^2}{2} (1 + \zeta_R) + \rho \frac{U_2^2}{2} (\zeta_k - 1) = 29363 \text{ Pa} = p_{m2}.$$

Притисне силе којима одбачени делови флуида делују на флуид у контролној запремини преко карактеристичних пресека, износе:

$$P_1 = (p_1 - p_a) \frac{D_1^2 \pi}{4} = p_{m1} \frac{D_1^2 \pi}{4} = 530,1 \text{ N}$$

$$P_2 = (p_2 - p_a) \frac{D_2^2 \pi}{4} = p_{m2} \frac{D_2^2 \pi}{4} = 230,6 \text{ N}$$



$$P_3 = (p_3 - p_a) \frac{D_3^2 \pi}{4} = p_{m3} \frac{D_3^2 \pi}{4} = 719,6 \text{ N}$$

Сада су познате вредности свих физичких величина које се појављују у једначини 1. Пројекције ове векторске једначине на осе координатног система, гласе:

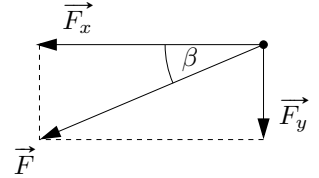
$$x: \quad F_x = \dot{m}_1 U_1 \cos \alpha + 0 - \dot{m}_3 U_3 + P_1 \cos \alpha + 0 - P_3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_x = -376,9 \text{ N}}$$

$$y: \quad F_y = -\dot{m}_1 U_1 \sin \alpha + \dot{m}_2 U_2 - 0 - P_1 \sin \alpha + P_2 + 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_y = -131,6 \text{ N}}$$

Интензитет резултујуће силе и угао под којим она делује износе:

$$\boxed{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 399,2 \text{ N}},$$

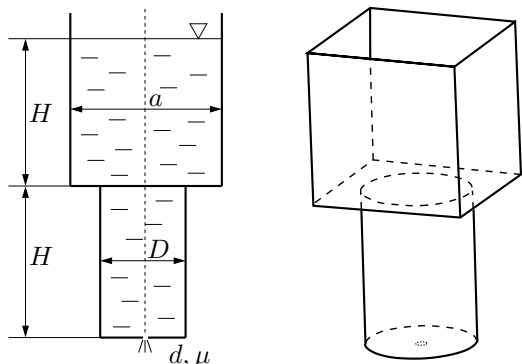
$$\boxed{\beta = \arctan \frac{F_y}{F_x} = 19,25^\circ}$$





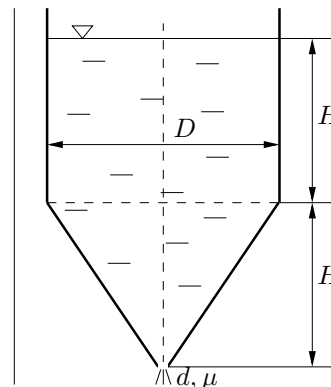
# Нестационарно истицање флуида

1. На слици 1 је приказан резервоар који се састоји из дела облика квадра и дела облика ваљка. Он се празни кроз мали отвор на дну пречника  $d = 40 \text{ mm}$  и коефицијента протока  $\mu = 0,62$ . Одредити време пражњења целог резервоара ако су познати следећи подаци:  $H = a = 1 \text{ m}$  и  $D = 0,7 \text{ m}$ .



Решење:
$T_1 = 240,1 \text{ s}$
$T_2 = 223 \text{ s}$
$T = 463,1 \text{ s}$

Слика 1. Задатак 1.



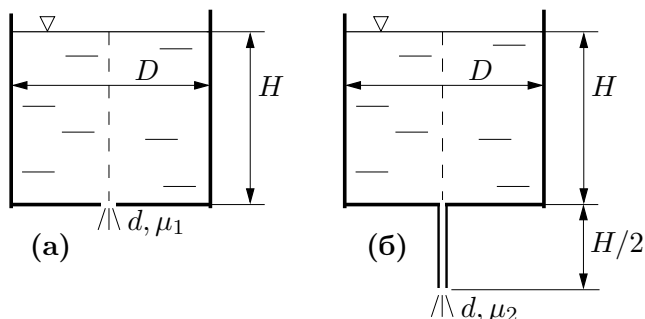
Решење:
$T_1 = 45,9 \text{ s}$
$T_2 = 22,16 \text{ s}$
$T = 68,06 \text{ s}$

Слика 2. Задатак 2.

2. Резервоар се састоји од цилиндричног и конусног дела (слика 2). Одредити укупно време пражњења резервоара ако вода истиче кроз мали отвор на дну пречника  $d = 30 \text{ mm}$  и коефицијента протока  $\mu = 0,62$ . Познате су вредности  $D = 500 \text{ mm}$  и  $H = 300 \text{ mm}$ .

3. (а) Одредити време пражњења цилиндричног резервоара приказаног на слици 3 (а), чији је пречник  $D = 1 \text{ m}$ . Вода истиче кроз мали отвор на дну пречника  $d = 30 \text{ mm}$  и коефицијента протока  $\mu_1 = 0,62$ . Почетни ниво воде у резервоару је  $H = 1 \text{ m}$ . Да ли ће се време пражњења променити ако из истог резервоара, под истим условима, истиче течност два пута веће густине?

(б) Ако се на излазни отвор прикачи цев дужине  $H/2$ , слика 3 (б), за колико се промени време пражњења резервоара? Занемарити време пражњења додате цеви. Вредност коефицијента протока након додавања цеви износи  $\mu_2 = 0,5$ .

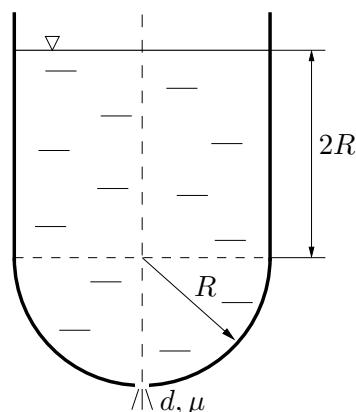


Решење:
а) $T_1 = 809,2 \text{ s}$ , $T \neq f(\rho)$
б) $T_2 = 519,4 \text{ s} \Rightarrow \Delta T = 289,8 \text{ s}$

Слика 3. Задатак 3.

4. На слици 4 је приказан цилиндрични резервоар са полусферним дном полупречника  $R = 1 \text{ m}$ . Резервоар је отворен ка атмосфери. Вода истиче кроз мали отвор на дну пречника  $d = 30 \text{ mm}$  и коефицијента протока  $\mu = 0,62$ . Одредити време пражњења резервоара.

Решење:
$T_1 = 2369 \text{ s}$
$T_2 = 1510,5 \text{ s}$
$T = 3879,5 \text{ s}$

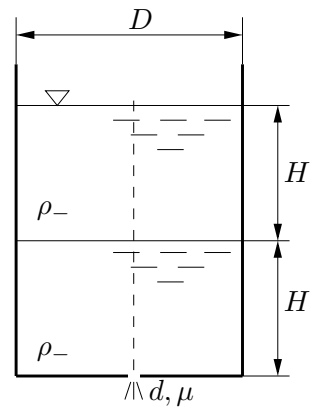


Слика 4. Задатак 4.

5. На слици 5 је приказан цилиндрични резервоар пречника  $D = 1\text{ m}$  у којем се налазе две течности које се не мешају. Означити распоред течности у резервоару ако су њихове густине  $\rho_1 = 1000\text{ kg/m}^3$  и  $\rho_2 = 800\text{ kg/m}^3$ . Одредити време које је потребно да се потпуно испразни резервоар ако се пражњење врши кроз отвор на дну пречника  $d = 40\text{ mm}$  и коефицијента протока  $\mu = 0,62$ . Позната је вредности висине  $H = 0,8\text{ m}$ .

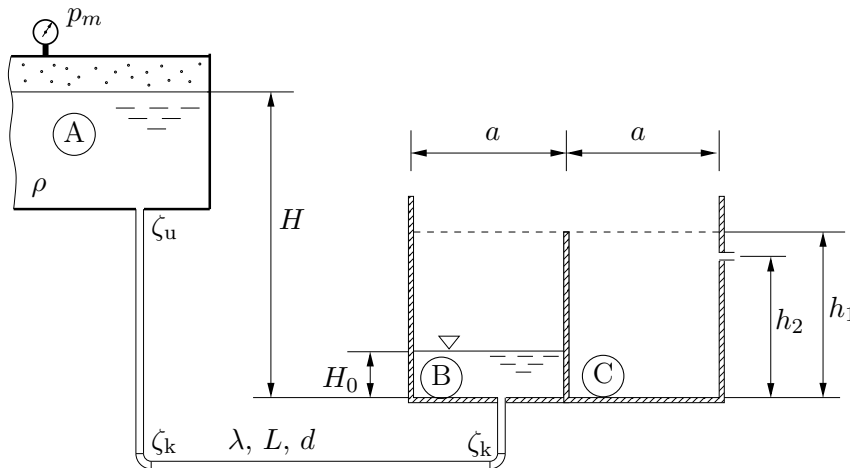
Решење:
$T_1 = 182,07\text{ s}$
$T_2 = 407,1\text{ s}$
$T = 589,17\text{ s}$

Са доње стране се налази течност веће густине  $\rho_1$ . Најпре се рачуна време њеног истицања  $T_1$ . Да би се одредила промена брзине са променом координате  $z$  пише се Бернулијева једначина од **разделне површи** између две течности до излазног пресека. На деловној површи влада натпритисак који проузрокује флуид густине  $\rho_2$ .



Слика 5. Задатак 5.

6. У великом горњем резервоару А се налазе вода и ваздух под натпритиском  $p_m = 0,1\text{ bar}$ . Вода из горњег резервоара прелази у доњи резервоар кроз цевовод дужине  $L = 5\text{ m}$  и пречника  $d = 50\text{ mm}$ . Вода најпре улази у комору В, а затим се из ове коморе прелива у комору С. Одредити време после ког ће вода почети да истиче из коморе С кроз бочни отвор који се налази на висини  $h_2 = 0,8\text{ m}$  (слика 6). У почетном тренутку ниво воде у комори В је  $H_0 = 0,2\text{ m}$ . Познати су и следећи подаци:  $H = 2\text{ m}$ ,  $h_1 = 1\text{ m}$ ,  $a = 0,9\text{ m}$ ,  $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 0,02$ ,  $\zeta_u = 0,3$ ,  $\zeta_k = 0,4$ . Димензија доњег резервоара управно на раван цртежа је  $b = 1\text{ m}$ .



Решење:
$T_1 = 108,15\text{ s}$
$T_2 = 117,96\text{ s}$
$T = 226,11\text{ s}$

Слика 6. Задатак 6.

7. На слици 7 је приказан цилиндрични резервоар пречника  $D = 1\text{ m}$ , који је до висине  $H = 2\text{ m}$  испуњен водом.

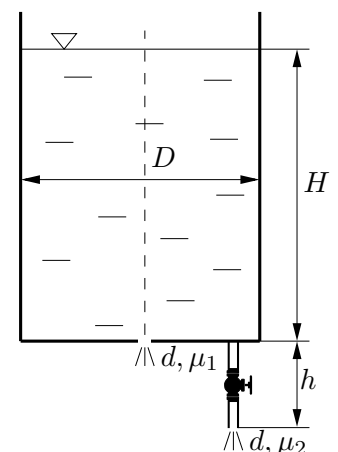
- (а) Одредити време пражњења резервоара ако вода истиче **само** кроз отвор на средини дна резервоара, пречника  $d = 30\text{ mm}$  и коефицијента протока  $\mu_1 = 0,62$  (вентил је затворен).
- (б) Дефинисати интегралну једначину (интеграл са одређеним границама) чијим се решавањем добија време пражњења резервоара у случају да течност истовремено истиче кроз средишњи отвор и кроз кратку цев, познатог коефицијента протока  $\mu_2$ . Сматрати познатим и висину  $h$ .

Решење:

(а)  $T_1 = 1144,6\text{ s}$

- (б) За средишњи отвор се везује координата  $z$ , а за излазни пресек цеви координата  $y$ . Са слике се може видети да је веза координата следећа:  $y = z + h$ .

$$T_2 = \frac{D^2}{d^2 \sqrt{2g}} \int_0^H \frac{1}{\mu_1 \sqrt{z} + \mu_2 \sqrt{h+z}} dz$$



Слика 7. Задатак 7.

## Додатак

---

### Напомена:

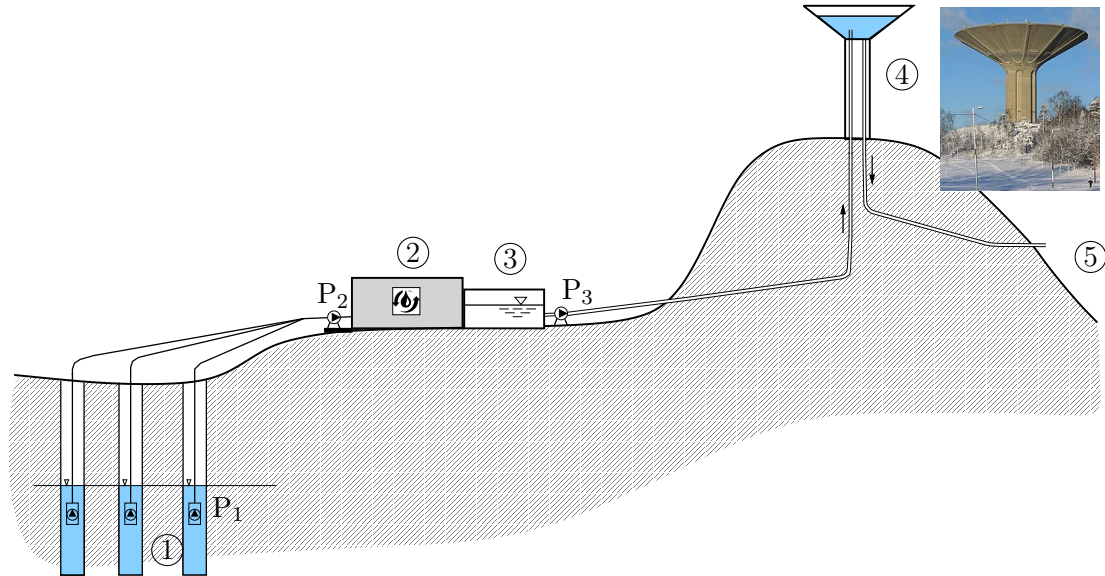
Наредни пример се састоји од 6 задатака који обухватају целокупно градиво предмета  
Механика флуида Б:

- задаци 1. и 2. - статика флуида - градиво обухваћено **колоквијумом**
  - зад. 3. - динамика невискозног флуида
  - зад. 4. - једнодимензијски прорачун цевода
  - зад. 5. - закон о промени количине кретања
  - зад. 6. - истицање флуида  
(задаци 3, 4, 5 и 6 су обухваћени **завршним испитом**)
- 

Решење:
---------

1. (б)  $p = 474680 \text{ Pa}$ ,  $x = 10,19 \text{ m}$
2.  $F = 16662,82 \text{ kN}$  смер ( $\downarrow$ )
3.  $U_1 = 3,121 \text{ m/s}$   $\dot{V}_1 = 220,6 \frac{\text{lit}}{\text{s}}$
4. (а)  $Y_{P2} = 188,15 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$   
(б)  $Y_{P3} = 592,45 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$   $P_{P3} = 98741,6 \text{ W}$
5.  $F_{flx} = 763,05 \text{ N}$  смер ( $\leftarrow$ )  
 $F_{fly} = 0 \text{ N}$   
Резултујућа сила  $F_{fl} = F_{flx}$
6.  $T = 306,97 \text{ min}$

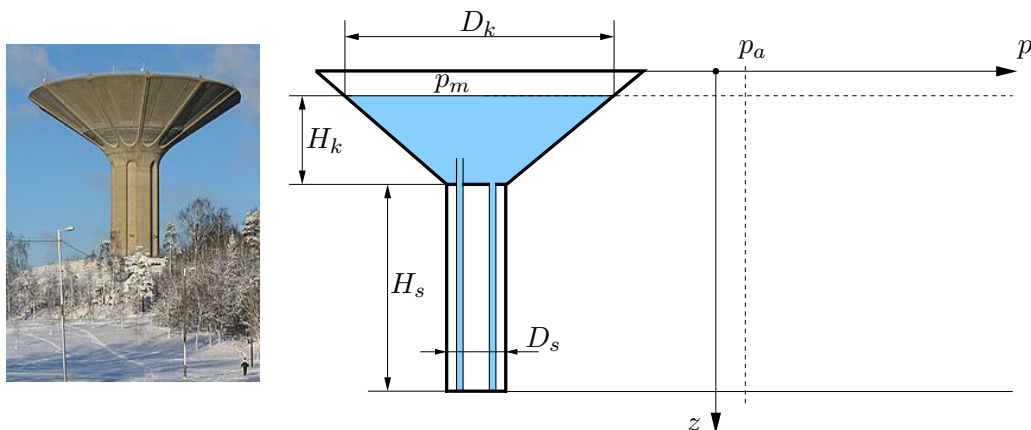
На слици 1 је приказан део система водоснабдевања. Из више бунара ① потпољене пумпе  $P_1$  потискују воду. Након спајања цевовода, пумпа  $P_2$  шаље воду у постројење за њено пречишћавање ②, а затим из резервоара чисте воде ③ пумпа  $P_3$  потискује воду у резервоар који се налази на врху затвореног водоторња ④, из ког вода даље иде ка потрошачима ⑤. Улога водоторња је да се у њему складишти вода на великој висини, како би могла отицати ка потрошачима под дејством силе гравитације. Због тога се водоторањ гради на узвишењу. Што је резервоар на вишем нивоу, то је већи притисак у цевоводу који води ка потрошачима. Ако је потребно повећати притисак у одводном цевоводу може се компресорима повећати притисак ваздуха који се налази у водоторњу изнад нивоа воде.



Слика 1. Део система водоснабдевања

- На слици 2 је приказан водоторањ док вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) у њему мирује. На дну су затворене и доводна и одводна цев. Уцртати график промене притиска са координатом  $z$ :
  - за случај када изнад површине воде влада атмосферски притисак  $p_m = 0 \text{ bar}$ ,
  - за случај када изнад воде влада натпритисак од  $p_m = 1 \text{ bar}$  (уцртати на истом дијаграму) . Колико износи притисак на дну водоторња? Где се налази ниво слободне површи воде?

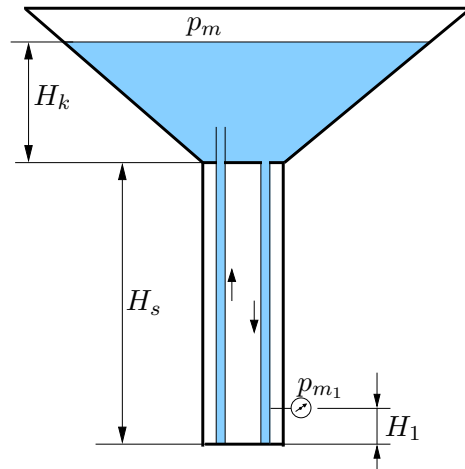
Водоторањ се састоји од цилиндричног стуба пречника  $D_s = 6 \text{ m}$ , висине  $H_s = 20 \text{ m}$ , и резервоара облика обрнуте зарубљене купе. На слици 2 су означене и следеће величине:  $H_k = 8 \text{ m}$ ,  $D_k = 25 \text{ m}$ .



Слика 2. Задаци 1 и 2. Водоторањ када вода у њему мирује

- Одредити правац, смер и интензитет укупне силе притиска која делује на резервоар водоторња, облика обрнуте **зарубљене купе**, занемарујући пречнике доводне и одводне цеви. Флуид у водоторњу мирује. Користити податке дате у задатку бр. 1. Натпритисак има вредност  $p_m = 1 \text{ bar}$ .

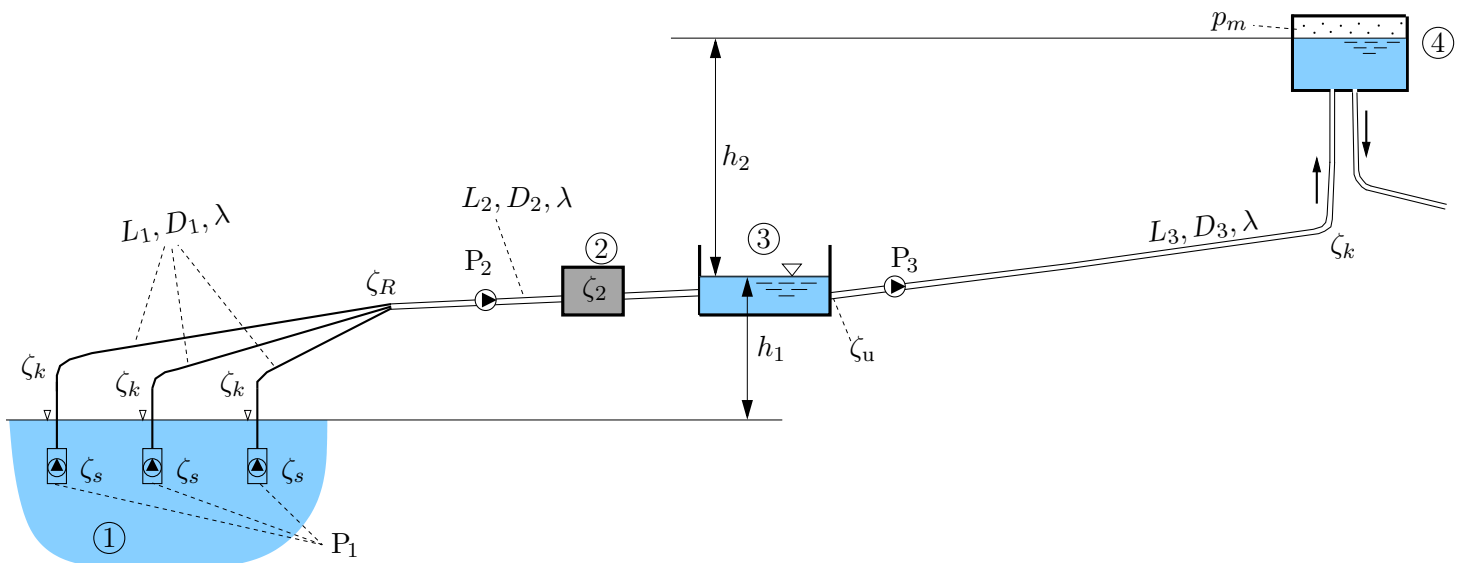
3. Посматра се случај када су доводни и одводни запремински протоци једнаки, па се ниво воде у резервоару не мења. Изнад површине воде се налази ваздух под натпритиском  $p_m = 1 \text{ bar}$ . Одредити средњу брзину воде, и запремински проток, у одводној цеви пречника  $D = 300 \text{ mm}$ , ако се флуид сматра **невискозним**. У одводној цеви, на растојању  $H_1 = 1 \text{ m}$  од нивоа земље (слика 3), постављен је манометар којим се мери струјни притисак. Његово показивање је  $p_{m1} = 3,6 \text{ bar}$ . ( $H_s = 20 \text{ m}$ ,  $H_k = 8 \text{ m}$ )



Слика 3. Задатак 3

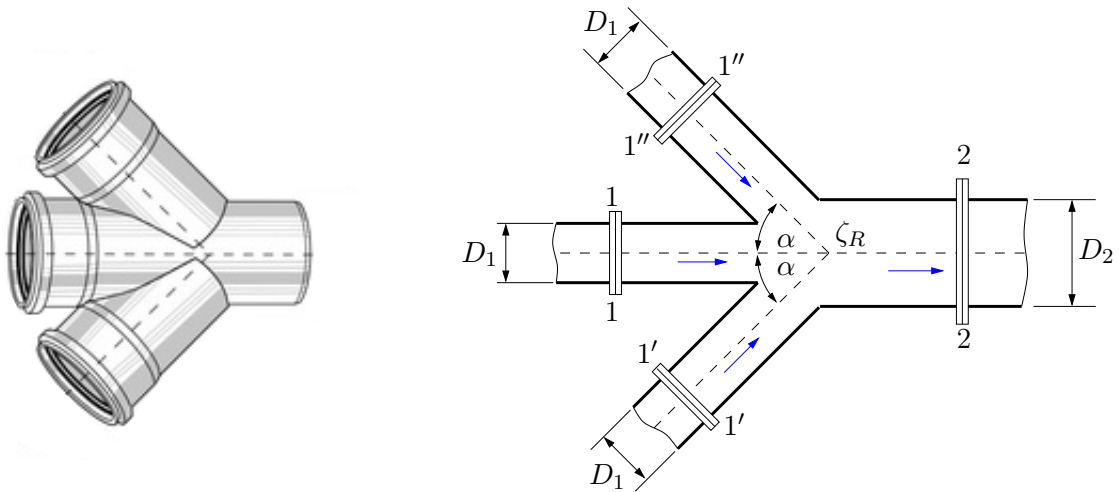
4. Систем приказан на слици 1 се може приказати упрошћено (слика 4). У стационарном режиму рада свака од три потопљене пумпе ( $P_1$ ) црпи  $\dot{V}_1 = 50 \text{ lit/s}$  воде и потискује ка рачви. Дужине сваке од три гране су приближно једнаке и износе  $L_1 = 55 \text{ m}$  (видети слику 4), а пречник цеви је  $D_1 = 250 \text{ mm}$ . Пречник цеви након рачве је  $D_2 = 500 \text{ mm}$ , а **укупна** дужина цевовода од рачве до доњег резервоара ③ је  $L_2 = 40 \text{ m}$ . Унутар постројења за пречишћавање, вода наилази на много локалних отпора. Збир свих локалних отпора унутар постројења износи  $\zeta_2 = 30$ . Познати су и следећи подаци: коефицијент локалног отпора усисне корпе  $\zeta_s = 0,5$ , колена  $\zeta_k = 0,3$ , рачве  $\zeta_R = 0,9$ , уласка у цевовод  $\zeta_u = 0,3$ , коефицијент трења  $\lambda = 0,03$  (ова вредност важи за све деонице), висине  $h_1 = 30 \text{ m}$ ,  $h_2 = 50 \text{ m}$ , вредност натпритиска у ваздуху на врху водоторња  $p_m = 1 \text{ bar}$ . Ниво воде у резервоару ③ је непроменљив.

- (а) Три потопљене пумпе раде у истим условима, па је напор сваке од њих исти и износи  $Y_{P_1} = 120 \text{ J/kg}$ . Одредити напор пумпе  $P_2$  ( $Y_{P_2} = ?$ ).
- (б) Из резервоара чисте воде ③ у коме влада атмосферски притисак, пумпа  $P_3$  потискује воду у водоторањ, кроз цевовод дужине  $L_3 = 150 \text{ m}$  и пречника  $D_3 = 550 \text{ mm}$  ( $\lambda = 0,03$ ). Одредити напор и снагу пумпе  $P_3$ , ако је њен степен корисности  $\eta = 0,9$ .



Слика 4. Задатак 4.

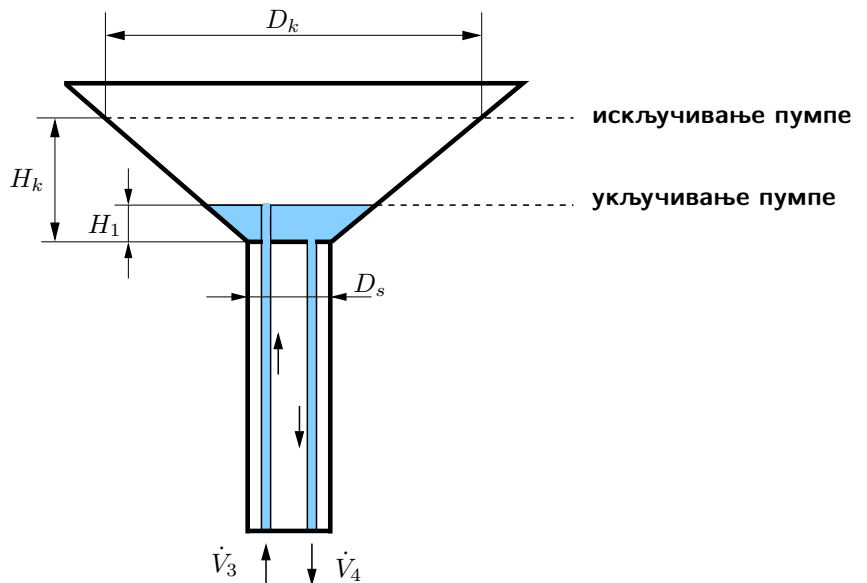
5. Из система приказаног на сликама 1 и 4 издваја се сабирна рачва, која је приказана на слици 5. Три деонице пречника  $D_1 = 250 \text{ mm}$  спајају се у један цевовод пречника  $D_2 = 500 \text{ mm}$ . Сваки од три улазна протока износи  $\dot{V}_1 = 50 \text{ lit/s}$ . У свим улазним пресецима иста је вредност натпритиска и износи  $p_{m1} = p_{m1'} = p_{m1''} = 10 \text{ kPa}$ . Одредити правац, смер и интензитет силе којом вода ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) делује на приказану рачву. Заменарити тежину воде, као и губитке енергије на трење. Коefицијент локалног отпора рачве је  $\zeta_R = 0,9$ . Позната је и вредност угла  $\alpha = 45^\circ$ .



Слика 5. Задатак 5

6. Неравномерна потрошња воде би захтевала неравномеран рад пумпе (пумпи), што је избегнуто коришћењем водоторња. Када се у резервоару водоторња достигне горњи ниво воде пумпа престаје са радом. Када се услед отицања воде ка потрошачима испразни део резервоара пумпа се поново укључује. На слици 6 су приказани горњи и доњи ниво воде, тј. нивои воде при којима пумпа почиње и престаје да ради. Пумпа се укључује када ниво воде опадне до врха доводне цеви.

Достигнут је доњи ниво воде и укључује се пумпа. Ако вода настави да отиче на потрошачима запреминским протоком  $\dot{V}_4 = 60 \text{ lit/s}$ , а пумпа  $P_3$  убацује у резервоар водоторња чисту воду протоком  $\dot{V}_3 = 150 \text{ lit/s}$  одредити после ког времена ће се пумпа угасити, тј. после колико времена ће поново бити достигнут горњи ниво воде. ( $H_k = 8 \text{ m}$ ,  $D_k = 25 \text{ m}$ ,  $D_s = 6 \text{ m}$ ,  $H_1 = 1 \text{ m}$ )



Слика 6. Задатак 6.