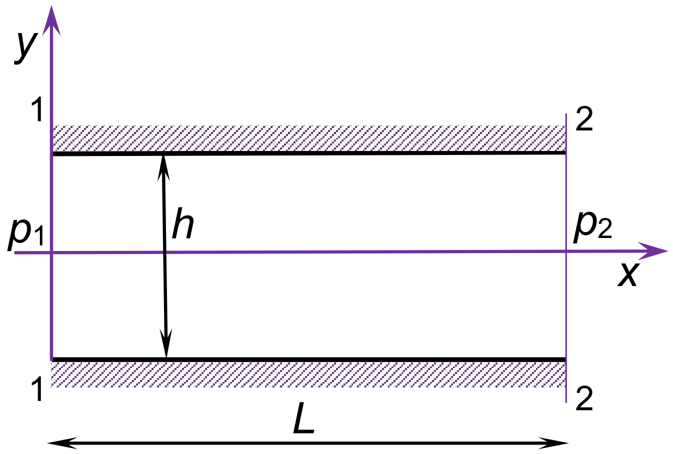
6.6 Тачна решења

- **Навије-Стоксова једначина** је парцијална нелинеарна диференцијална једначина другог реда и за њу **не постоји опште аналитичко решење**.
- **У неким случајевима**, за услове струјања који су такви да се **Навије – Стоксова једначина своди на једноставнији облик** (нпр.: стационарно, једнодимензијско, раванско, осносиметрично, нестишљиво, споро...струјање), **аналитичко решење је могуће одредити**.
- Ако је **струјање изотермско и нестишљиво**, **једначина енергије и једначина стања нису потребне**, а **решење** за поље брзине и притиска се добија **из једначине континуитета и једначине количине кретања**.
- Овде ће се анализирати два **стационарна, изотермска, нестишљива струјања флуида** за које је **могуће одредити тачно аналитичко решење**:
  - **струјање флуида између паралелних плоча**;
  - **струјање флуида кроз цев константног попречног пресека**.

6.6.1 Стационарно, нестишљиво струјање флуида између паралелних плоча



- Флуид струји између паралелних плоча које се налазе на растојању *h* услед разлике притиска на улазу и излазу.
- **Претпоставља се** да је струјање:
  - стационарно **$\partial() / \partial t=0$**
  - изотермско **$T=const$.**
  - нестишљиво **$\rho=const$**.
  - раванско **$\partial() / \partial z=0$, $w=0$**
  - и да се утицај масених сила може занемарити **$f=0$**.
- С обзиром на то да се попречни пресек канала не мења, нема компоненте брзине *v*, тако да постоји само једна компонента брзине (*u*).
- Струјање је нестишљиво, па из једначине континуитета следи да нема промене брзине у правцу *x* осе

$$\mathrm{div}\vec{U}=0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial u}{\partial x}+\cancel{\frac{\partial v}{\partial y}}+\cancel{\frac{\partial w}{\partial z}}=0$$

- Узимајући у обзир и да је струјање раванско ($\partial u / \partial z=0$) закључује се да **брзина зависи само од координате *y*, $u=u(y)$**.

- **Једначине количине кретања** при ρ=*const*. за ***x*** и ***y*** правац су:

$$x:\quad \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\rho f_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$y:\quad \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=\rho f_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\eta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

- За поменуте претпоставке оне се своде на:

$$x:\quad \frac{\partial p}{\partial x}=\eta\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$y:\quad \frac{\partial p}{\partial y}=0$$

- Из једначине количине кретања за *y* правац, закључује се да **притисак не зависи од *y* координате***.* Узимајући у обзир и да је струјање раванско ($\partial p/\partial z$=0) закључује се да **притисак зависи само од координате *x*, *p*= *p*(*x*)**.

- С обзиром на то да **брзина зависи само од координате *y***, а **притисак само од координате *x**,* једначина количине кретања за *x* правац је:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=\eta\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}y^2}=-\mathrm{k}}$$

- **Профил брзине** се одређује решавањем диференцијалне једначине:

$$\eta \frac{d^2 u}{dy^2} = -k$$

$$\frac{du}{dy} = -\frac{k}{\eta} y + C_1$$

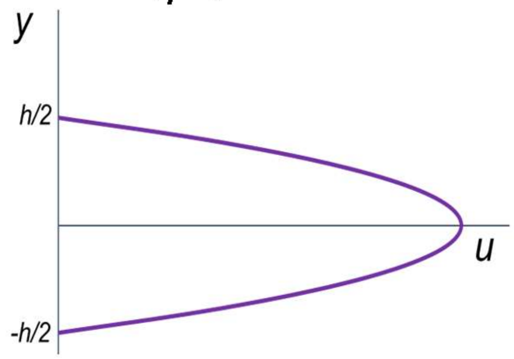
$$u = -\frac{k}{\eta}\frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2$$

- Применом **граничног услова** да је **брзина флуида на плочама једнака брзини плоча** (у овом случају њихова брзина је **нула**), одређују се константе интеграције:

$$\left.\begin{aligned} y = \frac{h}{2},\ u = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = -\frac{k}{\eta}\frac{h^2}{8} + C_1 \frac{h}{2} + C_2 \\ y = -\frac{h}{2},\ u = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = -\frac{k}{\eta}\frac{h^2}{8} - C_1 \frac{h}{2} + C_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad C_1 = 0, C_2 = \frac{k}{\eta}\frac{h^2}{8}$$

- Добија се **профил брзине** облика параболе:

$$\boxed{u = \frac{kh^2}{2\eta}\left(\frac{1}{4} - \frac{y^2}{h^2}\right)}$$



- Одредити позицију и вредност максималне брзине.

- На основу решења за промену брзине по попречном пресеку, одређује се **запремински проток** (по јединици ширине паралелних плоча):

$$\boxed{\dot{V}} = 2\int_0^{h/2} u\mathrm{d}y = 2\int_0^{h/2} \frac{\mathrm{k}h^2}{2\eta}\left(\frac{1}{4}-\frac{y^2}{h^2}\right)\mathrm{d}y = \boxed{\frac{\mathrm{k}h^3}{12\eta}}$$

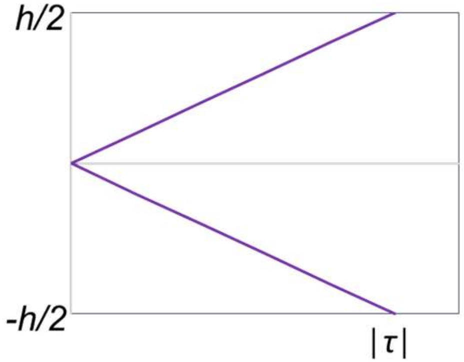
- Како је $\dot{V} = u_s h$, **средња брзина** је:

$$\boxed{u_s = \frac{\mathrm{k}h^2}{12\eta}}$$

- **Тангенцијални напон** у флуиду се одређује на основу **Њутнове хипотезе**:

$$|\tau| = \begin{cases} \eta\dfrac{\partial u}{\partial y}, & \dfrac{\partial u}{\partial y} > 0 \\ -\eta\dfrac{\partial u}{\partial y}, & \dfrac{\partial u}{\partial y} < 0 \end{cases}$$

$$\boxed{|\tau| = \begin{cases} -\mathrm{k}y, & \dfrac{\partial u}{\partial y} > 0 \;\; (-h/2 \le y \le 0) \\ \mathrm{k}y, & \dfrac{\partial u}{\partial y} < 0 \;\; (0 \le y \le h/2) \end{cases}}$$



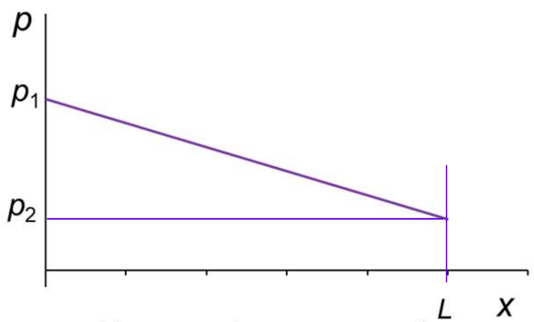
$$\boxed{\tau_w = -\eta\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\frac{h}{2}} = \frac{\mathrm{k}h}{2}}$$

- **Расподела притиска** се одређује из диференцијалне једначине:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = -\mathrm{k}$$
$$p = -\mathrm{k}x + \mathrm{C}$$

- Константе k и C следе из **граничног услова за притисак**:

$$\left.\begin{aligned} x = 0,\ p = p_1 \Rightarrow \quad & p_1 = \mathrm{C} \\ x = L,\ p = p_2 \Rightarrow \quad & p_2 = -\mathrm{k}L + \mathrm{C} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\mathrm{k} = \frac{\Delta p}{L}},\ \Delta p = p_1 - p_2$$

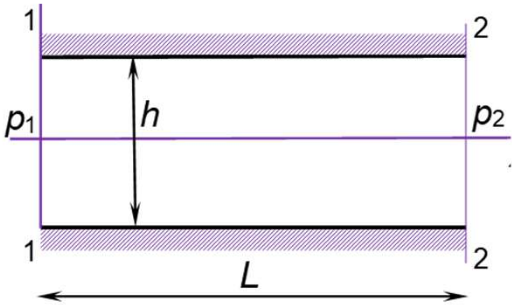


- **Расподела притиска** је:

$$\boxed{p = p_1 - \frac{\Delta p}{L}x}$$

- На основу решења за брзину и притисак, узимајући у обзир **Бернулијеву једначину** од 1 до 2, одређује се аналитички израз за **коефицијент трења**:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_{1s}^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_{2s}^2}{2} + \lambda\frac{L}{D_h}\frac{u_s^2}{2}, \qquad D_h = \frac{4A}{O} = \lim_{w\to\infty}\frac{4hw}{2(h+w)} = 2h$$

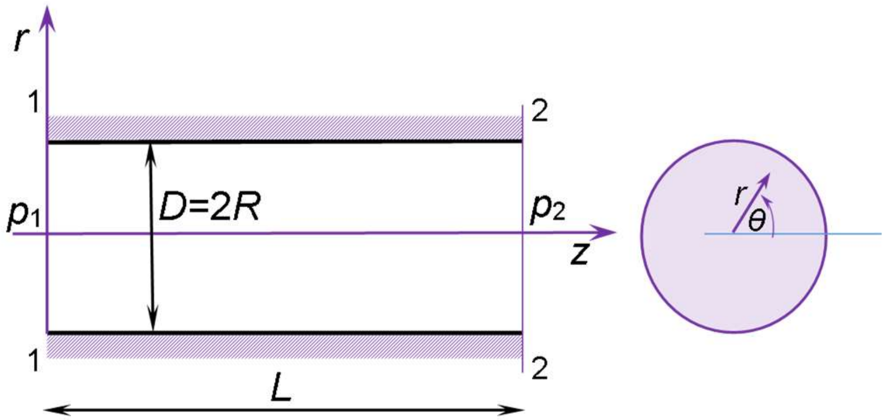


- Из **једначине континуитета** следи да је u_{1s}=u_{2s}=u_s:

$$\frac{p_1}{\rho} = \frac{p_2}{\rho} + \lambda\frac{L}{2h}\frac{u_s^2}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{4\Delta p h}{\rho L u_s^2} \overset{k=\frac{\Delta p}{L}=\frac{12\eta u_s}{h^2}}{\Rightarrow} \lambda = \frac{4\cancel{h}}{\rho u_s^{\cancel{2}}}\frac{12\eta \cancel{u_s}}{h^{\cancel{2}}} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{48\eta}{\rho u_s h} = \frac{48}{\mathrm{Re}}}$$

6.6.2 Стационарно, нестишљиво струјање флуида кроз цев константног попречног пресека

- Флуид струји кроз цев полупречника R услед разлике притиска на улазу и излазу.



- **Претпоставља се** да је струјање:
  - стационарно $\partial()/\partial t=0$
  - изотермско $T=const.$
  - нестишљиво $\rho=const.$
  - осносиметрично $\partial()/\partial\theta=0$, $u_\theta=0$
  - и да се утицај масених сила може занемарити $f=0$.
- С обзиром на то да се попречни пресек цеви не мења, **постоји само једна компонента брзине (u_z)**.
- Струјање је нестишљиво, па из **једначине континуитета** следи да **нема промене брзине у правцу *z* осе**:

$$\mathrm{div}\vec{U}=0 \;\Rightarrow\; \cancel{\frac{1}{r}\frac{\partial(ru_r)}{\partial r}}+\cancel{\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta}}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0$$

- Узимајући у обзир и да је струјање осносиметрично $\partial u_z/\partial\theta=0$, закључује се да **брзина зависи само од координате r, $u_z=u_z(r)$**.

- **Једначине количине кретања**, када је ρ=*const*.**,** за ***r*** и ***z*** правац су:

$$r:\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}-\frac{u_\theta^2}{r}+u_z\frac{\partial u_r}{\partial z}\right)=\rho f_r-\frac{\partial p}{\partial r}+\eta\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}\right]$$

$$z:\rho\left(\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_z}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)=\rho f_z-\frac{\partial p}{\partial z}+\eta\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right]$$

За поменуте претпоставке оне се своде на:

$$r:\frac{\partial p}{\partial r}=0$$

$$z:\frac{\partial p}{\partial z}=\eta\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)$$

- Из **једначине количине кретања за *r* правац**, закључује се да **притисак не зависи од *r* координате***.* Узимајући у обзир и да је струјање осносиметрично ($\partial p/\partial \theta$=0) закључује се да **притисак зависи само од координате *z***, ***p*= *p*(*z*)**.
- С обзиром на то да **брзина зависи само од координате *r*,** а **притисак само од координате *z*,** једначина количине кретања за *z* правац је:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}=\eta\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}u^*}{\mathrm{d}r}\right)=-\mathrm{k}}$$

*Компонента брзине u_z биће обележена са *u*.

- **Профил брзине** се одређује решавањем диференцијалне једначине:

$$\eta \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}\right) = -\mathrm{k}$$

$$\mathrm{d}\left(r\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}\right) = -\frac{\mathrm{k}}{\eta} r \mathrm{d}r$$

$$r\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r} = -\frac{\mathrm{k}}{\eta}\frac{r^2}{2} + \mathrm{C}_1$$

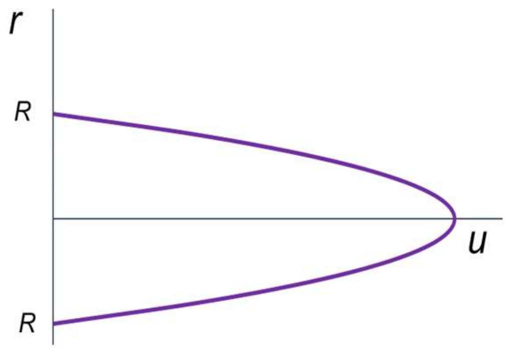
$$u = -\frac{\mathrm{k}}{\eta}\frac{r^2}{4} + \mathrm{C}_1 \ln r + \mathrm{C}_2$$

- Да би **брзина** била **дефинисана у оси цеви** (r=0), константа **$\mathbf{C_1}$ мора да буде нула** (C_1=0). Применом **граничног услова** да је **брзина флуида на зиду цеви једнака нули**, одређује се константа интеграције **$\mathbf{C_2}$**:

$$r = R,\ u = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{k}{\eta}\frac{R^2}{4} + \cancel{\mathrm{C}_1}^{0} \ln r + \mathrm{C}_2, \quad \mathrm{C}_2 = \frac{k}{\eta}\frac{R^2}{4}$$

- Решење за **профил брзине** је **обртни параболоид**:

$$\boxed{u = -\frac{\mathrm{k}}{4\eta}\left(r^2 - R^2\right)}$$



- Одредити позицију и вредност макс. брзине.

- На основу решења за промену брзине по попречном пресеку, одређује се **запремински проток кроз цев**:

$$\boxed{\dot{V}} = \int_0^R u 2\pi r \mathrm{d}r = \int_0^R \frac{\mathrm{k}}{4\eta}\left(R^2 - r^2\right) 2\pi r \mathrm{d}r = \boxed{\frac{\mathrm{k}\pi R^4}{8\eta}}$$ Хаген-Пуазејев закон

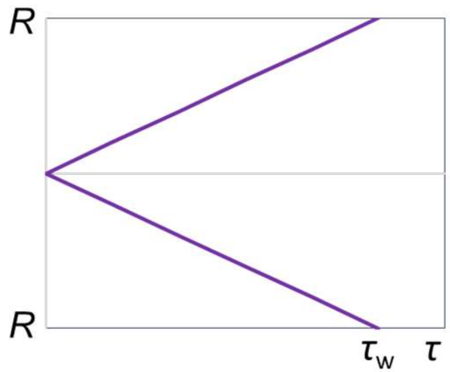
- Како је $\dot{V} = \pi R^2 u_\mathrm{s}$, **средња брзина у цеви** је:

$$\boxed{u_\mathrm{s} = \frac{\mathrm{k}R^2}{8\eta}}$$

- **Тангенцијални напон** у флуиду се одређује на основу **Њутнове хипотезе**:

$$\tau = -\eta \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\mathrm{k}r}{2}$$

$$\tau_w = -\eta \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R} = \frac{\mathrm{k}R}{2}$$



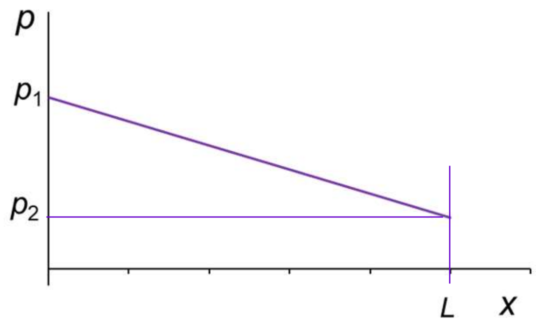
- **Расподела притиска** се одређује из једначине:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}=-\mathrm{k}$$

$$p=-\mathrm{k}z+\mathrm{C}$$

- Константе k и C следе из граничног услова за притисак:

$$\left.\begin{aligned} z=0,\ p=p_1 \ &\Rightarrow\ p_1=\mathrm{C} \\ z=L,\ p=p_2 \ &\Rightarrow\ p_2=-\mathrm{k}L+\mathrm{C} \end{aligned}\right\}\Rightarrow\ \mathrm{k}=\frac{\overbrace{p_1-p_2}^{\Delta p}}{L}$$

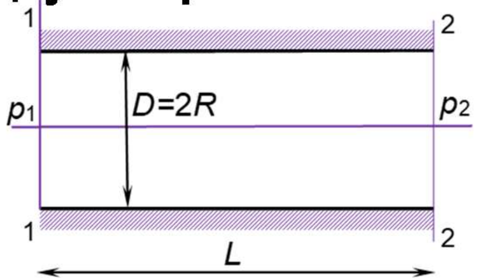


- **Расподела притиска** је:

$$\boxed{p=p_1-\frac{\Delta p}{L}z}$$

- На основу решења за брзину и притисак, узимајући у обзир **Бернулијеву једначину**, одређује се аналитички израз за **коефицијент трења**:

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{u_{1s}^2}{2}=\frac{p_2}{\rho}+\frac{u_{2s}^2}{2}+\lambda\frac{L}{D_h}\frac{u_s^2}{2},\qquad D_h=\frac{4A}{O}=\frac{4\pi D^2}{4\pi D}=D$$



- Из **једначине континуитета** следи да је $u_{1s}=u_{2s}=u_s$:

$$\frac{p_1}{\rho}=\frac{p_2}{\rho}+\lambda\frac{L}{D}\frac{u_s^2}{2}\Rightarrow\lambda=\frac{2\Delta pD}{\rho Lu_s^2}\ \overset{k=\frac{\Delta p}{L}=\frac{8\eta u_s}{R^2}}{\Longrightarrow}\ \lambda=\frac{2D}{\rho u_s^{\cancel{2}}}\frac{8\eta \cancel{u_s}}{(D/2)^2}\Rightarrow\boxed{\lambda=\frac{64\eta}{\rho u_sD}=\frac{64}{\mathrm{Re}}}$$

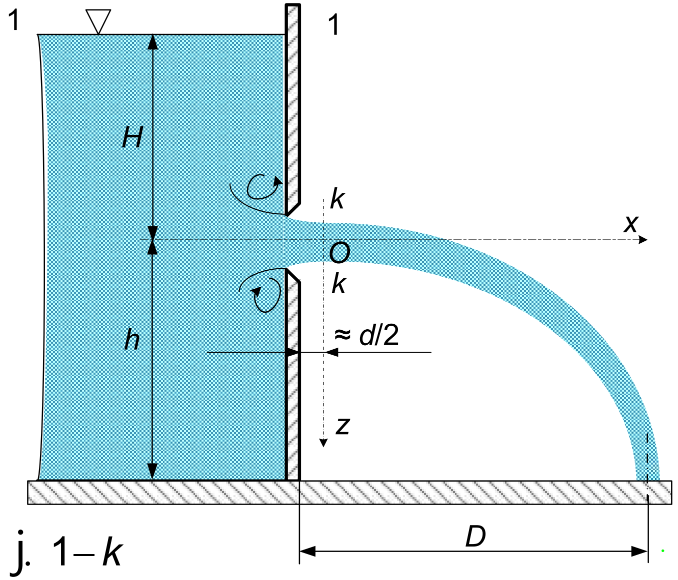
6.7 Истицање

6.7.1 Стационарно истицање флуида

- **Ако се ниво течности у резервоару одржава константним, течност истиче из њега стационарно.**

Истицање флуида кроз мале отворе

- Пример Из резервоара **истиче течност кроз мали отвор оштрих ивица** (дебљина зида нема утицаја). Одредити **проток** и **домет млаза**.



- **У пресеку отвора** струјање **није 1Д**, а **поље притиска је неравномерно**.
- **Услед инерције флуидни делићи у близини отвора крећу се по закривљеним путањама**.
- У пресеку k-k иза отвора, **у ком је површина попречног пресека млаза мања од површине излазног отвора** (**контраховани пресек**), **струјнице су паралелне**, а струјање је 1Д.

Б. ј. $1-k$

$$\frac{p_1}{\rho}+gH=\frac{p_k}{\rho}+(\varsigma+1)\frac{U_k^2}{2}\Rightarrow \boxed{U_k=\varphi\sqrt{2\left(\frac{p_1-p_k}{\rho}+gH\right)}}$$

- **ζ је коефицијент локалног губитка енергије у области око излаза из резервоара**, где се формирају макровртлози;
- $\varphi=\sqrt{\dfrac{1}{(\varsigma+1)}}$ је **коефицијент брзине**;
- H је растојање ∇ од тежишта отвора.

- **Површина контрахованог пресека је** $A_k = \psi A$ (Ψ<1), па је проток:

$$\boxed{\dot{V} = U_k A_k = \mu A \sqrt{2\left(\frac{p_1 - p_k}{\rho} + gH\right)}}$$

  - где је ***Ψ* коефицијент контракције**, а ***μ*** је **коефицијент протока**.

- Када је $\boldsymbol{p_1 = p_k = p_a}$ **брзина** и **проток** су:

$$\boxed{U_k = \varphi\sqrt{2gH}, \quad \dot{V} = \mu A\sqrt{2gH}}$$

- За Re>10^5 ($\mathrm{Re} = \frac{\sqrt{2gH}D}{\nu}$) вредности коефицијената брзине, контракције и протока су $\varphi \approx 0{,}97$, $\Psi \approx 0{,}64$ и $\mu \approx 0{,}62$.
- **Растојање контрахованог пресека** за кружни отвор пречника *d* је око ***d*/2 од зида резервоара**.
- **Домет млаза** се рачуна **интеграљењем диференцијалних једначина кретања флуидних делића млаза од пресека k-k где је 1Д карактер струјања до земље**. Уз **почетне услове** добијају се **коначне једначине кретања флуидних делића (млаза)** када је у контрахованом пресеку координатни почетак оса *x* и *z*:

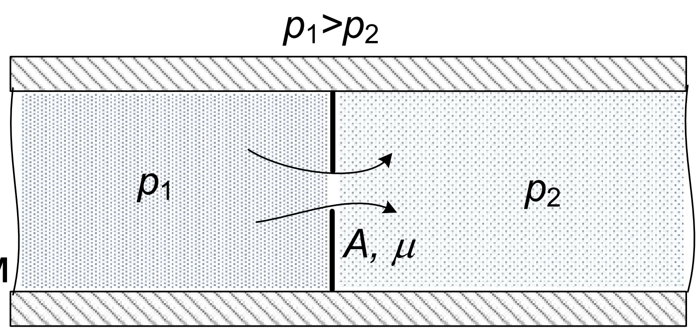
$$x: \quad \boxed{\dot{x} = U_k} \Rightarrow x = U_k t + C_1, \quad t = 0, x = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = U_k t}$$

$$y: \quad \boxed{\ddot{z} = g} \Rightarrow \dot{z} = gt + C_2 \Rightarrow z = g\frac{t^2}{2} + C_2 t + C_3, \quad t = 0, \; z = 0, \; \dot{z} = 0 \Rightarrow C_2 = C_3 = 0 \Rightarrow \boxed{z = g\frac{t^2}{2}}$$

- **Елиминацијом времена *t*** из коначних једначина кретања следи **једначина трајекторије флуидних делића (млаза) *z*(*x*)**: $\boxed{x = U_k\sqrt{2z/g}.}$
- Координата *x* на месту где млаз удара у подлогу (*z*=*h*) увећана за удаљење координатног почетка од зида резервоара је домет млаза:

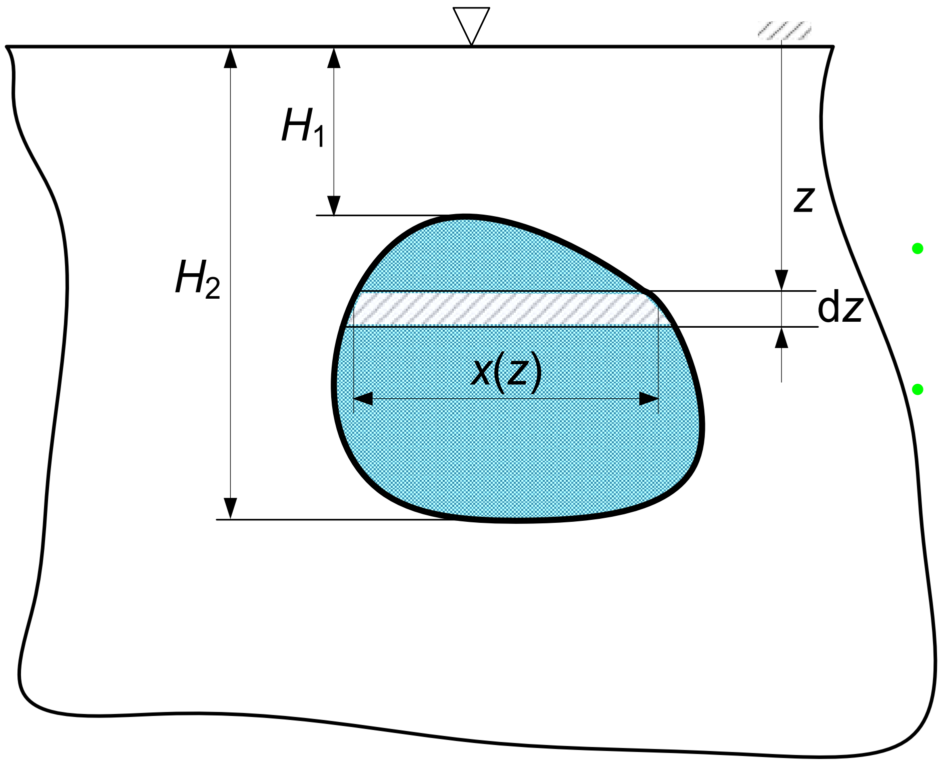
$$\boxed{D = \frac{d}{2} + 2\varphi\sqrt{Hh}}$$

- **Израз за брзину флуида (**$\sim\sqrt{2gH_\nabla}$**) указује да се брзина мења по висини отвора**.
    - Када је **отвор на већој дубини промена** брзине флуида по висини отвора је **мање изражена**, па се отвор на довољно великој дубини третира као **мали отвор** (*H*>>*d*), а брзина истицања и проток му се рачунају као што је наведено у претходном примеру.
    - Када се **разлике брзине флуида по висини отвора не могу занемарити** отвор се третира као **велики отвор**.
- Ако се са обе стране преграде у суду одржавају **различите али непромењиве вредности притисака гаса, гас стационарно прелази (истиче) из дела са већим у део са мањим притиском** (нпр. из резервоара са натпритиском истиче у атмосферу) протоком: $\boxed{\dot{V} = \mu A\sqrt{2\frac{p_1 - p_2}{\rho_v}}}$



Истицање флуида кроз велике отворе

- Када се **разлике брзине флуида по висини отвора не могу занемарити** отвор се третира као **велики отвор**.
- Тада се **проток рачуна као интеграл протока кроз инфинитезимално мале отворе на које је издељен велики отвор по висини**. На тај начин добија се тачан резултат.



- Брзина кроз сваки инфинитезимални отвор следи из Бернулијеве једначине:

Б. ј. $\nabla - k$

$$\frac{p_a}{\rho} + gz = \frac{p_a}{\rho} + (\varsigma + 1)\frac{U_k^2}{2} \Rightarrow U_k = \overset{\frac{1}{\sqrt{\varsigma+1}}}{\overset{\uparrow}{\varphi}} \sqrt{2gz}$$

- **Проток кроз мали отвор** површине $x(z)\mathrm{d}z$:

$$\mathrm{d}\dot{V} = U_k(z)\mathrm{d}A_k,\ \text{где је}\ \mathrm{d}A_k = \psi x(z)\mathrm{d}z.$$

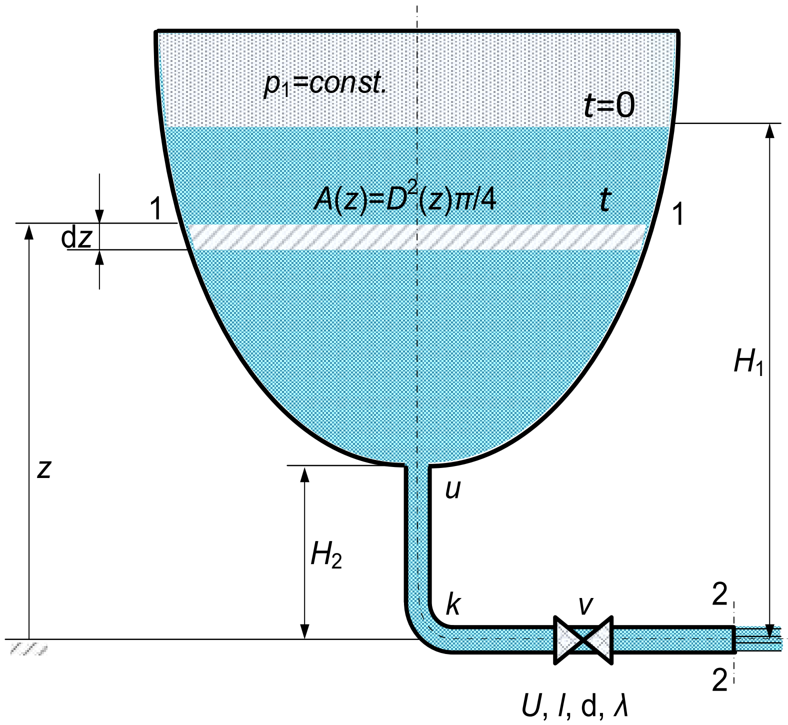
- Проток кроз велики отвор је:

$$\dot{V} = \int \mathrm{d}\dot{V} = \int_{H_1}^{H_2} \varphi\psi x(z)\sqrt{2gz}\mathrm{d}z \Rightarrow$$

$$\boxed{\dot{V} = \int_{H_1}^{H_2} \mu x(z)\sqrt{2gz}\mathrm{d}z}$$

6.7.2 Квазистационарно истицање течности

- Када се **ниво течности у суду мења** истицање **није стационарно**.
- **Ако је брзина нивоа течности много мања од брзине истицања течности из суда, могуће је третирати га као стационарно (*D*>>*d*).**
- Пример Израчунати проток и време пражњења резервоара кроз прост цевовод ако се изнад течности одржава притисак p_1, а на излазу p_2.



- Брзина у излазном пресеку U_2 следи из Бернулијеве једначине (од нивоа течности у резервоару 1-1 до излазног пресека у произвољном тренутку времена *t*):

$U_1 << U_2$

$$\frac{p_1}{\rho}+\cancel{\frac{U_1^2}{2}}+gz=\frac{p_2}{\rho}+\left(\varsigma_u+\varsigma_k+\varsigma_v+\lambda\frac{l}{d}+1\right)\frac{U_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow U_2=\varphi\sqrt{2\left(\frac{p_1-p_2}{\rho}+gz\right)},\ \text{где је}$$

$$\varphi=1\Big/\sqrt{\varsigma_u+\varsigma_k+\varsigma_v+\lambda\frac{l}{d}+1}$$

- У пресеку 2-2 је 1Д струјање, па је $\mu=\varphi$.

- Проток којим се резервоар празни је:

$$\boxed{\dot{V} = U_2 A_2 = \mu \frac{d^2\pi}{4}\sqrt{2\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + gz\right)}}$$

- За време dt из резервоара (кроз 2-2) истекне количина течности $\dot{V}(z)\mathrm{d}t$, која је једнака запремини шрафираној на слици $-A(z)\mathrm{d}z$:

$$\mathrm{d}V = \dot{V}(z)\mathrm{d}t = -A(z)\mathrm{d}z.$$

- Време пражњења резервоара је:

$$T = \int_0^T \mathrm{d}t = \int_{H_1}^{H_2} \frac{-A(z)\mathrm{d}z}{\dot{V}(z)}$$, а за цилиндрични резервоар пречника D:

$$\boxed{T = -\frac{D^2}{d^2\mu}\int_{H_1}^{H_2} \frac{\mathrm{d}z}{\sqrt{2\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + gz\right)}} \overset{p_1 = p_2 = p_a}{=} \frac{D^2}{d^2\mu}\sqrt{\frac{2}{g}}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right)}$$

- Пример Одредити време пражњења отвореног резервоара константног попречног пресека A кроз мали отвор на дну површине a, коефицијента протока μ, ако је ниво течности у суду у почетном тренутку H.